

**Mario Schühler**

**Zum Entwurf planarer Antennen mit Hilfe  
periodischer Strukturen**



# **Zum Entwurf planarer Antennen mit Hilfe periodischer Strukturen**

Mario Schühler



Universitätsverlag Ilmenau  
2012

# Impressum

## **Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek**

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Angaben sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Diese Arbeit hat der Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik der Technischen Universität Ilmenau als Dissertation vorgelegen.

Tag der Einreichung: 4. Oktober 2010

1. Gutachter: Prof. Dr. Matthias Hein  
(Technische Universität Ilmenau)

2. Gutachter: Prof. Dr. Albert Heuberger  
(Technische Universität Ilmenau)

3. Gutachter: Prof. Dr. Wolfgang Menzel  
(Universität Ulm)

Tag der Verteidigung: 10. Juni 2011

Technische Universität Ilmenau/Universitätsbibliothek

### **Universitätsverlag Ilmenau**

Postfach 10 05 65

98684 Ilmenau

[www.tu-ilmenau.de/universitaetsverlag](http://www.tu-ilmenau.de/universitaetsverlag)

## **Herstellung und Auslieferung**

Verlagshaus Monsenstein und Vannerdat OHG

Am Hawerkamp 31

48155 Münster

[www.mv-verlag.de](http://www.mv-verlag.de)

ISBN 978-3-86360-011-2 (Druckausgabe)

urn:nbn:de:gbv:ilm1- 2011000202

---

Titelfoto: [photocase.com](http://photocase.com) | AlexFlint



Gewidmet  
meinem Großvater

Friedrich „Fritz“ Schühler

†2009



## Kurzfassung

Periodisch strukturierte Oberflächen besitzen eine Reihe interessanter Eigenschaften, die sie unter anderem für den Einsatz im Antennenbereich attraktiv erscheinen lassen. In der vorliegenden Arbeit steht insbesondere deren Anwendung beim Entwurf planarer Antennen im Vordergrund. In diesem Zusammenhang wird zunächst die Wechselwirkung zwischen elektromagnetischen Wellen und periodisch strukturierten Oberflächen diskutiert. Aufgrund der starken Anisotropie periodisch strukturierter Oberflächen ergeben sich dabei zwei grundlegende Betrachtungsweisen: die Wellenausbreitung entlang der Oberfläche, die durch ein ausgeprägtes Dispersionsverhalten gekennzeichnet ist, und die Reflexion an der Oberfläche. Beiden Aspekten wird besondere Aufmerksamkeit geschenkt, dies schließt sowohl die analytische Modellierung als auch die messtechnische Charakterisierung ein.

Weiterhin wird das Strahlungsverhalten periodisch strukturierter Oberflächen untersucht, das mit dem Leckwellenbereich verbunden ist. Der Leckwellenbereich beschreibt einen bestimmten Frequenzbereich im Dispersionsverhalten und stellt die Verknüpfung zwischen der Dispersion entlang und der Reflexion an der Oberfläche dar, wie anhand von Messungen verdeutlicht wird. Bei der Analyse des Strahlungsverhaltens steht insbesondere der Einfluss der Begrenzung der Struktur im Mittelpunkt, die bei der Implementierung zwangsläufig erfolgen muss. Es wird erörtert, inwieweit die begrenzte gegenüber der unbegrenzten Struktur im Hinblick auf eine bestimmte Strahlungscharakteristik zu modifizieren ist.

Im Anschluss an die Untersuchungen zum Strahlungsverhalten wird ausführlich auf den Entwurf einer planaren Leckwellenantenne eingegangen, die auf einer begrenzten periodisch strukturierten Oberfläche basiert. Die Antenne zeigt bei zirkularer Polarisierung ein konisches Richtdiagramm und misst bei der Mittenfrequenz eine Höhe von  $\lambda/25$  mit der Freiraumwellenlänge  $\lambda$ . Aufgrund des flachen Aufbaus lässt sich die Antenne prinzipiell auf einer ebenen Oberfläche montieren bzw. in diese einbetten. Das Beispiel hebt hervor, dass Leckwellenantennen auch in Bereichen Anwendung finden können, in denen bisher andere Antennenkonzepte eingesetzt werden. Die Besonderheit von Leckwellenantennen besteht in dem zusätzlichen Freiheitsgrad beim Entwurf, der sich aus dem dispersiven Verhalten ergibt. Neben der Beispielimplementierung wird auch auf eine Reihe weiterer Realisierungen planarer Antennen eingegangen.

## Abstract

Periodically structured surfaces display a number of interesting properties, making them attractive to antenna applications. In the present work, their application to the design of planar antennas is addressed. In a first step, the electromagnetics of periodically structured surfaces are investigated. Since such structures are strongly anisotropic, there are two general properties to consider: the wave propagation along the surface, which is strongly related to the dispersion characteristic, and the reflection characteristics of waves impinging from normal and oblique directions, respectively. Both aspects will be comprehensively investigated within the present work.

In a further step, the radiation characteristics of periodically structured surfaces are analysed. The radiation characteristics are closely connected with the propagation of leaky waves supported by the structure within a certain frequency range, the leaky-wave region. It will be pointed out by measurements that the leaky-wave region basically joins the two general properties, the dispersion and the reflection. During the investigations on the radiation characteristics, the influence of the truncation of a periodically structured surface, necessary for a practical implementation, is examined in detail. It will be shown how a truncated structure has to be modified with respect to an infinite one in order to display the radiation pattern desired.

Following the investigations on the electromagnetics and the radiation characteristics, an example implementation of a planar leaky-wave antenna is presented that is based on a strongly truncated periodically structured surface. At the centre frequency, the antenna measures  $\lambda/25$  in height, with  $\lambda$  the free-space wavelength, and displays a conical radiation pattern for circular polarisation. Due to the low-profile configuration, the antenna can be mounted onto or embedded into flat surfaces. The example demonstrates that leaky-wave antennas are suited for applications using typically other antenna concepts. The dispersion characteristic is the main advantage of leaky-wave antennas, basically representing a degree of freedom to the design.



## Thesen zur Dissertation

Periodisch strukturierte Oberflächen eignen sich für den Aufbau *planarer Antennen*, deren Höhe weniger als *ein zwanzigstel* der Freiraumwellenlänge misst. Die Antennen lassen sich auf ebene Oberflächen montieren oder in diese einbetten.

Die starke Anisotropie periodisch strukturierter Oberflächen äußert sich in zwei grundlegenden elektromagnetischen Eigenschaften: im *Dispersionsverhalten*, das die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen *entlang* der Oberfläche charakterisiert, und im *Reflexionsverhalten an* der Oberfläche bei Einfall einer elektromagnetischen Welle.

Die *genaue* messtechnische Charakterisierung periodisch strukturierter Oberflächen hinsichtlich des Dispersions- und des Reflexionsverhaltens erfordert neben einem geeigneten Messaufbau eine *zusätzliche Signalverarbeitung*.

Anhand der Resultate, die sich aus den Messungen des Reflexionsverhaltens ergeben, kann auf das dispersive Verhalten periodisch strukturierter Oberflächen innerhalb des *Leckwellenbereichs* geschlossen werden. Der Leckwellenbereich *verbindet* die beiden Betrachtungsweisen, die eine Folge der Anisotropie sind.

Der *Entwurf* einer periodisch strukturierten Oberfläche kann sowohl aus Sicht des Dispersionsverhaltens erfolgen als auch aus Sicht des Reflexionsverhaltens.

Die *Anregung* einer Leckwelle auf einer periodisch strukturierten Oberfläche erfordert ein geeignetes Anregungselement. Dabei ist die Feldkonfiguration des Leckwellenmodes zu beachten.

Das Strahlungsverhalten periodisch strukturierter Oberflächen wird durch eine *Begrenzung* der Struktur beeinflusst. Die *Länge* bzw. *Größe* der Struktur kann als *Freiheitsgrad* beim Entwurf einer Leckwellenantenne ausgenutzt werden. Neben der Größe der Struktur muss auch der Einfluss von Kanteneffekten wie

Reflexionen und Beugungen auf das Strahlungsverhalten berücksichtigt werden.

Hinsichtlich des Strahlungsverhaltens zieht die Begrenzung einer periodisch strukturierten Oberfläche eine *Verschiebung* der Hauptkeulen in Richtung der Oberflächennormale nach sich, der durch eine *Anpassung der Dispersion* der *unendlichen* Struktur entgegengewirkt werden kann.

*Stark begrenzte* Leckwellenantennen zeigen Direktivitäten, die vergleichbar mit denen von Patch-Antennen oder Dipolen über Masse sind. Der *Vorteil* von Leckwellenantennen gegenüber resonanten Antennen besteht allgemein in dem zusätzlichen Freiheitsgrad beim Entwurf, den das dispersive Verhalten nach sich zieht.

Leckwellenantennen auf Basis begrenzter periodisch strukturierter Oberflächen mit *kreisförmiger* Berandung zeigen bei *zirkular polarisierter* Anregung ein *konisches* Richtdiagramm. Derartige Antennen eignen sich unter anderem für den Empfang von Satellitenrundfunksignalen in mobilen Szenarien, bei denen ein konstanter Antennengewinn in Richtung einer vorgegebenen Elevation einzuhalten ist unabhängig von der azimuthalen Ausrichtung der Antenne.

# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meiner wissenschaftlichen Tätigkeit am Fachgebiet Hochfrequenz- und Mikrowellentechnik der Technischen Universität Ilmenau. Die Tätigkeit war eingebettet in eine Kooperation zwischen der Fraunhofer Gesellschaft, namentlich dem Fraunhofer-Institut für Integrierte Schaltungen IIS, und der Technischen Universität Ilmenau (TU Ilmenau).

Ich danke Prof. Matthias Hein, der mir in seiner Funktion als Leiter des Fachgebiets Hochfrequenz- und Mikrowellentechnik der TU Ilmenau die Möglichkeit eröffnet hat, die Arbeit unter seiner Betreuung durchführen zu können. Weiterhin bedanke ich mich bei Dipl.-Ing. Rainer Wansch, Leiter der Antennengruppe, Abteilung für Hochfrequenz- und Mikrowellentechnik, Fraunhofer IIS, für die Betreuung und Unterstützung vor und während der gesamten Arbeit.

Den Herren Dipl.-Ing. Hans Holm Frühauf und Dipl.-Ing. Thomas von der Grün danke ich für ihren Einsatz im Vorfeld der Arbeit.

Ich bedanke mich bei Prof. Albert Heuberger und Prof. Wolfgang Menzel für die Übernahme der Gutachten.

Mein herzlichster Dank gilt den Kollegen des Fachgebiets Hochfrequenz- und Mikrowellentechnik der TU Ilmenau und der Abteilung Hochfrequenz- und Mikrowellentechnik des Fraunhofer IIS, die für ein anhaltend angenehmes Arbeitsklima gesorgt haben. Besonders bedanken möchte ich mich bei Dr. Christian Volmer für die vielen Diskussionen technischer und nicht-technischer Natur, bei Dipl.-Ing. Christof Schlund für die Gastfreundschaft, die er mir während der vielen Aufenthalte in Erlangen immer wieder entgegengebracht hat, bei Dr. Ralf Stephan und Dr. Kurt Blau, die immer ein offenes Ohr für mich hatten, sowie bei Herrn Michael Huhn und Herrn Matt-

hias Zocher, die mir mit ihrem Engagement und ihrer Unterstützung die Arbeit wesentlich erleichtert haben. Ich danke Dipl.-Ing. Alexander Krauß und Dipl.-Ing. Frank Hausknecht, die im Rahmen ihrer Qualifizierung wichtige Ergebnisse zur Arbeit beigetragen haben. Weiterhin danke ich Dipl.-Ing. Jan Bauer, Dipl.-Ing. Hans Adel und Herrn Toni Finitzer für die Unterstützung bei experimentellen und technischen Angelegenheiten.

Ich bedanke mich bei C. Volmer, R. Stephan, K. Blau und S. Peters für die Durchsicht meiner Arbeit.

Ich danke meinen Eltern für die Unterstützung während meines gesamten Ausbildungsweges.

Vor allem danke ich meiner Tochter Hannah und meiner Lebensgefährtin Franka für ihre Unterstützung und Nachsicht, die sie mir in den vergangenen Jahren entgegengebracht haben. Es tut mir leid, dass sie so viele Stunden ohne mich verbringen mussten.

Mario Schühler  
Marloffstein, den 29.09.2010

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Periodisch strukturierte Oberflächen—Einführung und Überblick</b>	<b>7</b>
2.1	Eigenschaften periodischer Strukturen . . . . .	8
2.1.1	Direktes Gitter, Ortsbereich . . . . .	8
2.1.2	Reziprokes Gitter, Bildbereich . . . . .	11
2.1.3	Dispersion und die Brillouin-Zonen . . . . .	12
2.1.4	Lösung der homogenen Wellengleichung . . . . .	20
2.2	Periodisch strukturierte Oberflächen . . . . .	24
2.2.1	Überblick . . . . .	25
2.2.2	Einordnung . . . . .	27
2.2.3	Anwendungen . . . . .	29
<b>3</b>	<b>Dispersion entlang periodisch strukturierter Oberflächen</b>	<b>33</b>
3.1	Oberflächen- und Leckwellen . . . . .	34
3.2	Dispersionsverhalten: Zwei Beispiele . . . . .	39
3.2.1	Beispiel 1. Pilzstruktur . . . . .	39
3.2.2	Beispiel 2. Pilzstruktur mit Zwischenlage . . . . .	44
3.3	Modellierung . . . . .	48
3.3.1	Dispersionsrelation . . . . .	49
3.3.2	Analyse des Modells . . . . .	51
3.3.3	Diskussion . . . . .	57
3.4	Messung des Transmissionsverhaltens . . . . .	61
3.4.1	Anregung der Struktur . . . . .	62
3.4.2	Ergebnisse . . . . .	62

3.4.3	Ergänzende Bemerkungen . . . . .	69
3.5	Anwendungsbeispiel: Strahlerentkopplung in kompakter Antennengruppe . . . . .	69
<b>4</b>	<b>Reflexion an periodisch strukturierten Oberflächen</b>	<b>73</b>
4.1	Reflexionsverhalten bei normalem Einfall . . . . .	74
4.2	Modellierung und Entwurfsvorschrift . . . . .	79
4.2.1	Modellierung und Entwurf der Pilzstruktur . . . . .	79
4.2.2	Modellierung und Entwurf der Pilzstruktur mit Zwischenlage . . . . .	83
4.2.3	Diskussion . . . . .	88
4.3	Reflexionsverhalten bei schrägem Einfall . . . . .	89
4.3.1	Definition der Oberflächenimpedanz . . . . .	90
4.3.2	Verallgemeinerung der Modelle für normalen Einfall . . . . .	93
4.3.3	Ergebnisse und Vergleich mit Simulation . . . . .	97
4.3.4	Diskussion . . . . .	99
4.4	Messung des Reflexionsverhaltens . . . . .	103
4.4.1	Vorbemerkungen . . . . .	103
4.4.2	Normaler Einfall . . . . .	105
4.4.3	Schräger Einfall . . . . .	106
4.5	Anwendungsbeispiel: Planare Dipolantenne . . . . .	110
4.5.1	Vorbetrachtungen zum Einfluss der Struktur . . . . .	111
4.5.2	Messung der Dipolimpedanz . . . . .	113
4.5.3	Strahlungscharakteristik . . . . .	116
<b>5</b>	<b>Strahlungsverhalten periodisch strukturierter Oberflächen</b>	<b>119</b>
5.1	Leckwellenantennen—Überblick und Einordnung . . . . .	120
5.2	Zusammenhang zwischen Reflexion und Dispersion—Der Leckwellenbereich . . . . .	124
5.2.1	Abtasten des Leckwellenbereiches . . . . .	124
5.2.2	Ergebnis: Messung der Pilzstruktur mit Zwischenlage . . . . .	125
5.2.3	Bemerkungen . . . . .	126
5.3	Strahlungsverhalten bei eindimensionaler Wellenausbreitung . . . . .	128
5.3.1	Unbegrenzte Struktur . . . . .	129
5.3.2	Begrenzte Struktur . . . . .	133
5.3.3	Einfluss von Kanteneffekten . . . . .	146
5.4	Anwendungsbeispiele begrenzter Strukturen . . . . .	157

5.4.1	Leckwellenantenne auf Basis periodisch belasteter Leitungen . . . . .	157
5.4.2	Leckwellenstruktur mit Dipolanregung . . . . .	165
5.5	Einfluss der Anregung . . . . .	169
5.6	Strahlungsverhalten bei zweidimensionaler Wellenausbreitung	174
5.6.1	Unbegrenzte Struktur . . . . .	175
5.6.2	Begrenzte Struktur . . . . .	176
5.6.3	Bemerkungen zum Einfluss von Kanteneffekten . . . .	179
5.7	Abschließende Bemerkungen . . . . .	180
<b>6</b>	<b>Entwurf einer Leckwellenantenne mit konischer Richtwirkung</b>	<b>183</b>
6.1	Anforderungen . . . . .	184
6.2	Entwurf der periodisch strukturierten Oberfläche . . . . .	184
6.2.1	Bestimmung der Phasenkonstante und Fenstergröße . .	186
6.2.2	Dimensionierung der Einheitszelle . . . . .	188
6.2.3	Simulation der Dispersion . . . . .	190
6.3	Simulation . . . . .	193
6.3.1	Nahfeld; Anpassung der Gitterkonstanten . . . . .	194
6.3.2	Fernfeld . . . . .	196
6.4	Aufbau und Messung . . . . .	198
6.4.1	Streuparameter . . . . .	198
6.4.2	Fernfeldcharakteristik . . . . .	200
6.5	Abschließende Bemerkungen . . . . .	204
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>207</b>
<b>A</b>	<b>Entwurfsdiagramme und -tabellen</b>	<b>213</b>
A.1	Unidirektionale Ausbreitung . . . . .	213
A.2	Bidirektionale und zirkulare Ausbreitung . . . . .	231
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>257</b>
	<b>Symbole und Abkürzungen</b>	<b>273</b>





# Kapitel 1

## Einleitung

Die drahtlose Nachrichtenübertragung spielt in unserem heutigen Alltag eine wichtige Rolle. Analoges und digitaler Rundfunk, Satellitenfernsehen, Mobilfunk oder drahtlose Netzwerke sind nur einige Beispiele etablierter Funksysteme, die flächendeckend zur Verfügung stehen. Neben Rundfunk- und Kommunikationssystemen findet die Funktechnik zunehmend auch in anderen Bereichen Anwendung. In der Logistik beispielsweise werden Produkte mit integrierten Hochfrequenzschaltungen versehen,<sup>\*</sup> die drahtlos ausgelesen werden können und eine eindeutige Identifizierung des jeweiligen Produkts erlauben [137]. Weiterhin bestehen Bestrebungen, Funksysteme zur Unterstützung von Sicherheitskräften in Katastrophengebieten einzusetzen, z.B. zur Lokalisierung und Koordination [136]. Im Bereich der biologischen Forschung hilft die Funktechnik bei der Lokalisierung von Lebewesen einer bestimmten Art, woraus sich artenspezifische Merkmale ableiten lassen.<sup>†</sup>

Einen wichtigen Bestandteil jedes Senders bzw. Empfängers eines Funksystems stellt die Antenne dar. Sie bildet die Schnittstelle zwischen drahtgebundener und drahtloser Übertragung und entscheidet somit letztlich über die Übertragungsqualität. Neben den elektrischen Spezifikationen müssen Antennen auch Anforderungen nicht-elektrischer Natur gerecht werden wie beispielsweise Vorgaben hinsichtlich der Form, des Gewichts oder der Abmes-

---

<sup>\*</sup>im englischen Sprachraum unter dem Begriff *radio-frequency identification* bzw. der Abkürzung RFID geführt.

<sup>†</sup>Beispiele hierfür sind „ICARUS“ (<http://www.icarusinitiative.org/>) und „The ZebraNet Wildlife Tracker“ (<http://www.princeton.edu/~mrm/zebranet.html>)

sungen. Häufig besteht auch die Forderung, dass die Komponenten des Senders bzw. Empfängers als solche nicht in Erscheinung treten dürfen. Im Fall der Antenne ist dies allerdings besonders problematisch. Während die Komponenten der digitalen und analogen Signalverarbeitung in der Regel integriert werden können, muss die Antenne im elektromagnetischen Sinne „sichtbar“ bleiben.

Welche Anforderungen an die Antenne neben den elektrischen Spezifikationen gestellt werden, hängt von der jeweiligen Anwendung ab. Eine Forderung an Antennen, die beispielsweise im Bereich der Mobilkommunikation gestellt wird, bezieht sich auf deren Abmessungen. So besteht der Wunsch nach miniaturisierten Antennen, deren Abmessungen wenigstens in einer Dimension gegenüber einem Bezugswert wie der Wellenlänge klein sind.

In der vorliegenden Arbeit wird die Miniaturisierung von Antennen hinsichtlich ihrer Höhe betrachtet. Die Höhe der Antennen fällt dabei deutlich geringer aus als die Freiraumwellenlänge im Arbeitsfrequenzbereich. Die Antennen können somit in Anwendungen eingesetzt werden, in denen *planare* Antennen gewünscht sind. Planare Antennen lassen sich auf ebenen Oberflächen (wie einem Fahrzeugdach) montieren bzw. in diese integrieren.

Die Basis für die hier untersuchten Antennen stellen *periodisch strukturierte Oberflächen* dar. Diese weisen besondere elektromagnetische Eigenschaften auf, die sie für den Einsatz im Antennenbereich attraktiv erscheinen lassen. Periodische Strukturen sind seit vielen Jahrzehnten Gegenstand der Forschung unter anderem im Bereich der Festkörperphysik oder der Optik [8, 9]. Aber auch im Bereich der Hochfrequenz- und Mikrowellentechnik, in dem die vorliegende Arbeit angesiedelt ist, finden sich zahlreiche Anwendungen periodischer Strukturen. Zu diesen gehören beispielsweise Elektronenbeschleuniger und Röhren [88, 97], Oberflächenwellenleiter [98], Filter basierend auf akustischen Wellenleitern [99] sowie Wanderwellenantennen [14] und perforierte Hornantennen [122]. Die lange Historie und die Vielzahl an Einsatzbereichen hat dazu geführt, dass uns heute ein enormes Wissen auf dem Gebiet der periodischen Strukturen zur Verfügung steht. Dennoch wurden durch die Einführung periodisch strukturierter Oberflächen 1999 neue Fragestellungen aufgeworfen, was insbesondere auf dem Gebiet der Antennenentwicklung erneut Aufmerksamkeit geweckt hat, da diese Strukturen vielversprechend für den Einsatz im Antennenbereich sind [38].

Periodisch strukturierte Oberflächen stellen eine besondere Form periodischer Strukturen dar. Unter periodisch strukturierten Oberflächen sind in die-

ser Arbeit Strukturen ein- bzw. zweidimensionaler Periodizität zu verstehen, deren Höhe klein gegen die Wellenlänge ausfällt—entsprechend der Zielstellung, dem Entwurf planarer Antennen. Bei der Untersuchung der Wechselwirkung von elektromagnetischen Wellen mit periodisch strukturierten Oberflächen ergeben sich aufgrund der Anisotropie zwei grundlegende Betrachtungsweisen: die Wellenausbreitung entlang der Oberfläche, die durch ein ausgeprägtes Dispersionsverhalten gekennzeichnet ist, und die Reflexion ebener Wellen an der Oberfläche. Beide Betrachtungsweisen werden in der vorliegenden Arbeit ausführlich beleuchtet, da sie die Basis für den Entwurf planarer Antennen darstellen. Bei den Untersuchungen zur Dispersion und Reflexion wird nicht nur auf Simulationen und die Modellierung eingegangen, sondern auch auf die Frage, wie sich die elektromagnetischen Eigenschaften in der Messung verifizieren lassen. Besonders im Fall des Dispersionsverhaltens stellt sich eine genaue messtechnische Charakterisierung schwierig dar.

Dispersion und Reflexion sind nicht unabhängig voneinander. Beide sind durch den *Leckwellenbereich* miteinander verknüpft, der einen ausgezeichneten Bereich im Dispersionsverhalten beschreibt. Die Ausbreitung von Leckwellen und das damit verbundene Strahlungsverhalten periodisch strukturierter Oberflächen stellt den Schwerpunkt der Arbeit dar. Bei den Untersuchungen zum Strahlungsverhalten ist besonderes Augenmerk auf den Einfluss der Begrenzung der Struktur zu legen, die bei der Implementierung zwangsläufig erfolgen muss. Auch wenn sich in der Literatur bereits derartige Analysen finden, so sind diese jedoch lediglich im Falle ausreichend „großer“ Strukturen anwendbar. Dabei sind auch stark begrenzte Strukturen, deren Ausdehnung nur wenige Wellenlängen umfasst, durchaus attraktiv für Funkapplikationen, bei denen bisher andere Antennenkonzepte zum Einsatz kommen.

Der Vorteil von Leckwellenantennen ergibt sich aus dem dispersiven Verhalten, welches jeder Leckwellenstruktur inhärent ist. Für den Entwurf einer Antenne stellt die Dispersion einen Freiheitsgrad dar, der in Verbindung mit der Ausdehnung der Struktur die Richtcharakteristik im Fernfeld der Antenne maßgeblich beeinflusst. Anhand mehrerer Beispiele planarer Antennen wird verdeutlicht, welches Potential begrenzte periodisch strukturierte Oberflächen aufweisen.

Die Gliederung der vorliegenden Arbeit gestaltet sich wie folgt:

**Kapitel 2, Einführung.** Periodische Strukturen besitzen inhärente Eigenschaften, die sich, unabhängig von der jeweiligen Ausführung der Struktur,

unmittelbar aus der periodischen Wiederholung ein und desselben Grundbausteins ergeben. In diesem Kapitel werden einige dieser grundlegenden Eigenschaften beleuchtet, die für die vorliegende Arbeit von Bedeutung sind, dies schließt unter anderem eine Einführung zum Begriff „Dispersion“ ein. Anschließend wird ein Überblick zu periodisch strukturierten Oberflächen gegeben, womit auch eine Einordnung in die verschiedenen Kategorien verknüpft ist, die in der Literatur häufig anzutreffen sind. Den Abschluss des Kapitels bildet ein Abriss zu verschiedenen Anwendungsbeispielen periodisch strukturierter Oberflächen aus dem Bereich der Hochfrequenz- und Mikrowellentechnik.

**Kapitel 3, Dispersion.** Das Dispersionsverhalten beschreibt die Ausbreitungseigenschaften von Wellen entlang periodisch strukturierter Oberflächen. In diesem Kapitel wird anhand von Simulationen ausführlich auf die dispersiven Eigenschaften periodisch strukturierter Oberflächen eingegangen und welche Konsequenzen damit verbunden sind. Wir lernen ein Modell einer periodischen Struktur kennen, mit Hilfe dessen sich die Ursachen für das disperse Verhalten auf einfache Weise veranschaulichen lassen. Die messtechnische Charakterisierung einer Beispielimplementierung sowie die ausführliche Diskussion der Messergebnisse vervollständigt die Untersuchungen zur Dispersion. Die Implementierung findet schließlich Anwendung in einer kompakten Dipolgruppe zur Verringerung der Kopplung zwischen den Einzelstrahlern.

**Kapitel 4, Reflexion.** Mit der Wechselwirkung einer einfallenden ebenen Welle und periodisch strukturierten Oberflächen setzen wir uns im vierten Kapitel auseinander. Das Kapitel beleuchtet zunächst die Situation, in der die Welle aus Normalenrichtung auf die Oberfläche trifft. Basierend auf der Modellierung zweier ausgewählter Strukturen werden dann Entwurfsvorschriften entwickelt. Die Modellierung wird schließlich auf den Fall eines schrägen Feldeinfalls erweitert. Die Messung des Reflexionsverhaltens bildet nicht nur für das vierte Kapitel einen zentralen Punkt, sondern sie ist auch für die Verifizierung der Dispersion im Leckwellenbereich von Bedeutung, wie in Kapitel 5 ausgeführt wird. Am Ende des vierten Kapitels steht der Entwurf und die Charakterisierung einer planaren Dipolantenne im Mittelpunkt, die sich aus Sicht der Reflexionseigenschaften als typisches Anwendungsbeispiel periodisch strukturierter Oberflächen in der Literatur herauskristallisiert hat.

**Kapitel 5, Strahlungsverhalten.** Das Strahlungsverhalten periodisch strukturierter Oberflächen ist eng mit der Ausbreitung von Leckwellen ver-

knüpft. Zusätzlich muss aber auch die Begrenzung der Struktur berücksichtigt werden, die neben dem Dispersionsverhalten im Leckwellenbereich entscheidenden Einfluss auf die Strahlungscharakteristik haben kann. Wir werden in diesem Kapitel ausführlich auf den Einfluss der Begrenzung eingehen und das damit verbundene Potential für zukünftige Anwendungen von Leckwellenantennen abschätzen, das sich aus den Ergebnissen ergibt. Anhand zweier Beispiele planarer Antennen werden die theoretischen Überlegungen messtechnisch verifiziert.

**Kapitel 6, Beispielentwurf.** Während die in Kapitel 5 vorgestellten Implementierungen mehr experimentellen Charakter haben, widmet sich das sechste Kapitel ausführlich dem Entwurf einer planaren Leckwellenantenne für den Einsatz im Satellitenrundfunk. Ausgehend von den Erkenntnissen der vorangegangenen Kapitel werden die verschiedenen Schritte von der Definition der Antennenparameter bishin zur praktischen Implementierung erläutert. Die messtechnische Charakterisierung und die Diskussion der Ergebnisse schließen das sechste Kapitel ab.

**Kapitel 7, Zusammenfassung und Ausblick.** Im letzten Kapitel werden die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit zusammengefasst und bewertet. Ein Ausblick insbesondere hinsichtlich begrenzter periodischer Strukturen bildet den Abschluss der Arbeit.



# Kapitel 2

## Periodisch strukturierte Oberflächen—Einführung und Überblick

Die Wechselwirkung elektromagnetischer Wellen mit periodischen Strukturen zeichnet sich durch ein ausgeprägtes Dispersionsverhalten aus. Die Dispersion, die im Rahmen dieser Arbeit als der Zusammenhang zwischen Frequenz und (komplexer) Wellenzahl zu verstehen ist, stellt ein unerlässliches Hilfsmittel beim anwendungsorientierten Entwurf von periodischen Strukturen dar. So wird beispielsweise die Strahlungscharakteristik von Antennen basierend auf periodisch strukturierten Oberflächen maßgeblich durch das Dispersionsverhalten von Wellen bestimmt, die sich entlang der Oberfläche ausbreiten. Damit ist die Dispersion insbesondere für die vorliegende Arbeit von enormer Bedeutung.

Bevor die Wechselwirkung zwischen elektromagnetischen Wellen und periodisch strukturierten Oberflächen in den folgenden drei Kapiteln ausführlich diskutiert wird, gibt dieses Kapitel eine Einführung in das Thema periodische Strukturen bzw. periodisch strukturierte Oberflächen. Im Abschnitt 2.1 werden zunächst die physikalischen Grundlagen für den allgemeinen Fall einer Struktur mit Periodizität in drei Raumrichtungen erarbeitet. In die Argumentation fließen insbesondere Aspekte aus der Festkörperphysik bzw. der Theorie der Kristalle ein. Dabei werden unter anderem die Begriffe *direktes Gitter* und *reziprokes Gitter* erläutert, da deren Zusammenhang für nachfolgende Analysen von Bedeutung ist.

In Abschnitt 2.2 wird die Art von periodischen Strukturen spezifiziert, die im Rahmen dieser Arbeit im Mittelpunkt stehen: periodisch strukturierte Oberflächen. Diese sind durch eine Periodizität in eine oder zwei Raumrichtungen gekennzeichnet und weisen somit eine starke Anisotropie auf. Daraus ergeben sich schließlich zwei Arten der Betrachtung: die Wellenausbreitung entlang der Oberfläche, die in Kapitel 3 beleuchtet wird, und die Reflexion von einfallenden Wellen an der Oberfläche, mit der sich Kapitel 4 beschäftigt. Wir werden sehen, das sich periodisch strukturierte Oberflächen in verschiedene Kategorien einordnen lassen, abhängig davon, welche Eigenschaft von Interesse ist. Sie können somit in ganz unterschiedlichen Zusammenhängen auftreten und finden in diversen Bereichen Anwendung.

## 2.1 Eigenschaften periodischer Strukturen

### 2.1.1 Direktes Gitter, Ortsbereich

Bei periodischen Strukturen handelt es sich im strengen Sinne um unendlich ausgedehnte Gebilde, die aus einer periodisch wiederholten Aneinanderreihung ein und desselben Grundbausteins, der Basis oder *Einheitszelle*, aufgebaut sind. Die gesamte Struktur ergibt sich schließlich aus einer Folge von Translationsoperationen um ganzzahlige Vielfache der Gittervektoren  $\vec{a}_1$ ,  $\vec{a}_2$ ,  $\vec{a}_3$ , die auf die Einheitszelle angewendet werden. Die Menge aller Translationsvektoren

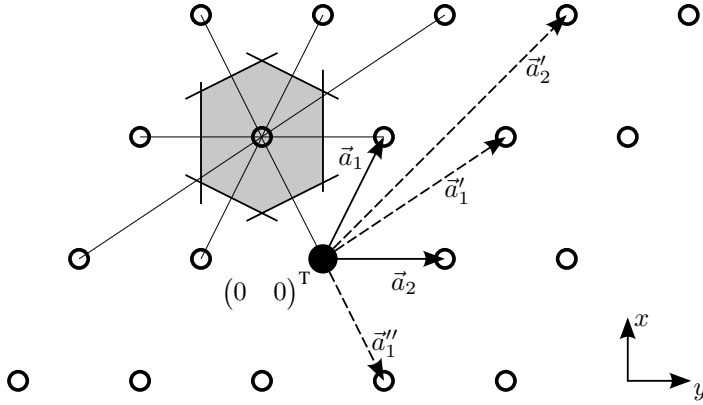
$$\vec{T} = l \vec{a}_1 + m \vec{a}_2 + n \vec{a}_3 \quad \text{mit} \quad \{l, m, n\} \in \mathbb{Z} \quad (2.1)$$

beschreibt dabei die diskreten Punkte im Raum bzw. Ortsbereich, die zusammen das (*direkte*) Gitter bilden. Periodische Strukturen sind daher durch eine *diskrete Translationssymmetrie* gekennzeichnet. Aufgrund der räumlichen Periodizität ist bei Betrachtung von einem beliebigen Punkt  $\vec{r} \in \mathbb{R}^3$  aus die Anordnung der Einheitszellen identisch zu der Anordnung, die bei Betrachtung vom Punkt  $\vec{r}' = \vec{r} + \vec{T}$  aus entsteht.

Der Satz der Gittervektoren ist nicht eindeutig. Jede Linearkombination

$$\begin{aligned} \vec{a}'_1 &= l_1 \vec{a}_1 + m_1 \vec{a}_2 + n_1 \vec{a}_3 \\ \vec{a}'_2 &= l_2 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2 + n_2 \vec{a}_3 \\ \vec{a}'_3 &= l_3 \vec{a}_1 + m_3 \vec{a}_2 + n_3 \vec{a}_3 \end{aligned}$$





**Abbildung 2.1:** Ausschnitt der Verteilung der Gitterpunkte am Beispiel einer zweidimensionalen periodischen Struktur. Der hervorgehobene Gitterpunkt wurde als Koordinatenursprung gewählt. Die Vektoren kennzeichnen mögliche Gittervektoren. Eine primitive Basis wird durch  $\vec{a}_1$  und  $\vec{a}_2$  aufgespannt.  $\vec{a}'_1$  und  $\vec{a}'_2$  bilden ebenfalls eine primitive Basis, genauso wie  $\vec{a}''_1$  und  $\vec{a}_2$ . Der schattierte Bereich repräsentiert die Wigner-Seitz-Zelle, die um den Punkt  $(\vec{a}_1 - \vec{a}_2)$  konstruiert wurde.

mit

$$\frac{l_i}{l_j} \neq \frac{m_i}{m_j} \neq \frac{n_i}{n_j}, \quad i, j \in \{1, 2, 3\}, \quad i \neq j$$

bildet einen Satz linear unabhängiger Gittervektoren und kann als Basis der Struktur verwendet werden, sofern das Volumen des durch die Vektoren aufgespannten Parallelepipeds gleich der Determinante  $\det\{(\vec{a}_1 \ \vec{a}_2 \ \vec{a}_3)\}$  ist [5]. Es lassen sich also mehrere Gittervektoren finden, die (2.1) befriedigen. Abbildung 2.1 veranschaulicht dies beispielhaft anhand eines zweidimensionalen Gitters.

Auch wenn der Satz an Gittervektoren beliebig gewählt werden kann, setzen wir im Folgenden voraus, dass  $\vec{a}_1$ ,  $\vec{a}_2$  und  $\vec{a}_3$  eine *primitive Basis*, oder *primitive Einheitszelle*, der Struktur bilden, d.h., das durch diese Vektoren aufgespannte Parallelepipед besitzt das geringste Volumen  $\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)$  im Ver-

gleich zu den übrigen Elementen der Menge der Gittervektoren; eine primitive Basis ist somit nicht reduzierbar. Dies erweist sich u.a. bei der Simulation periodischer Strukturen als hilfreich, da die Komplexität des Problems verringert wird.

Für die Konstruktion der primitiven Einheitszelle bei gegebener Verteilung der Gitterpunkte gibt es viele Möglichkeiten. In Abbildung 2.1 ist eine davon hervorgehoben, die wir wie folgt finden [7]:

1. Von einem Punkt des Gitters wird eine Gerade zu den direkt benachbarten Gitterpunkten gezeichnet.
2. Zu jeder Verbindungsgerade wird die Mittelsenkrechte bzw. die Ebene senkrecht zur Verbindungsgerade durch deren Mittelpunkt eingezeichnet.

Der so entstandene Bereich mit dem kleinsten Volumen wird *Wigner-Seitz-Zelle* genannt. Auf dieselbe Weise lassen sich auch höherwertige Basen finden, z. B. in dem die Verbindungsgeraden von einem zentralen Punkt nicht zu den nächsten sondern zu den übernächsten Nachbarn gezogen werden.

Neben der diskreten Translationssymmetrie, die wir als eine fundamentale Eigenschaft periodischer Strukturen kennengelernt haben, können Gitter noch weitere Symmetrieeigenschaften aufweisen [9, S. 13]. Eine Symmetrie liegt im allgemeinen dann vor, wenn die Anwendung der jeweiligen Symmetrioperation auf das Gitter dieses in sich selbst überführt. Neben der Translation zählen die Rotation um eine Achse, die durch einen Gitterpunkt verläuft, und die Spiegelung an einer Ebene, die durch einen Gitterpunkt verläuft, zu den möglichen Symmetrioperationen sowie deren Inversion.

Hinsichtlich des Aufbaus periodischer Strukturen stellt die Rotation eine besondere Symmetrioperation dar, da die Art vorhandener Drehachsen Aufschluss über die Form der Wigner-Seitz-Zelle gibt. Es existieren Gitter mit ein-, zwei-, drei-, vier- oder sechszähligen Drehachsen, dementsprechend lässt sich das Gitter durch Rotation um den Winkel  $2\pi$ ,  $2\pi/2$ ,  $2\pi/3$ ,  $2\pi/4$  bzw.  $2\pi/6$  und Vielfache davon in sich selbst überführen; Gittertypen mit anderen Drehachsen lassen sich nicht finden. Gehen wir nun beispielsweise von einem zweidimensionalen Gitter aus—diese Gittertypen werden uns im Folgenden noch mehrfach begegnen—, dann besitzt die Wigner-Seitz-Zelle die Form eines Vier- oder Sechsecks. Dies muss schließlich beim Entwurf einer periodischen Struktur bzw. der zugehörigen Einheitszelle berücksichtigt werden.

### 2.1.2 Reziprokes Gitter, Bildbereich

Zu jedem Gitter im Ortsbereich, also zu jedem direkten Gitter, können wir ein Gitter im Bildbereich, ein *reziprokes Gitter*, definieren. Die zugehörigen reziproken Gittervektoren sind durch [5, (25.3)]

$$\vec{b}_m \cdot \vec{a}_n = 2\pi \delta_{mn} \quad \text{mit} \quad \{m, n\} \in \{1, 2, 3\} \quad (2.2)$$

gegeben mit dem Kronecker-Delta-Symbol

$$\delta_{mn} = \begin{cases} 1, & m = n \\ 0, & m \neq n \end{cases}. \quad (2.3)$$

Aus (2.2) folgt mit  $\tilde{A} = (\vec{a}_1 \ \vec{a}_2 \ \vec{a}_3)$  und  $\tilde{B} = (\vec{b}_1 \ \vec{b}_2 \ \vec{b}_3)$

$$\tilde{A}^T \tilde{B} = \begin{pmatrix} \vec{a}_1^T \\ \vec{a}_2^T \\ \vec{a}_3^T \end{pmatrix} (\vec{b}_1 \ \vec{b}_2 \ \vec{b}_3) = 2\pi \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.4)$$

dabei steht  $\tilde{A}^T$  für die Transponierte der Matrix  $\tilde{A}$ . Die reziproken Gittervektoren lassen sich somit aus

$$\tilde{B} = 2\pi \left( \tilde{A}^T \right)^{-1} \quad (2.5)$$

bestimmen, sofern die Struktur des direkten Gitters bekannt ist. Ist hingegen die Struktur des reziproken Gitters bekannt, so können wir mit Hilfe von (2.5) die Gittervektoren im Ortsbereich  $\vec{a}_1$ ,  $\vec{a}_2$  und  $\vec{a}_3$  ermitteln.\*

Genauso wie für den Ortsbereich können wir mit Hilfe der reziproken Gittervektoren  $\vec{b}_1$ ,  $\vec{b}_2$  und  $\vec{b}_3$  eine Menge an Vektoren

$$\vec{G} = l \vec{b}_1 + m \vec{b}_2 + n \vec{b}_3 \quad \text{mit} \quad \{l, m, n\} \in \mathbb{Z} \quad (2.6)$$

bilden, die alle diskreten Punkte des Gitters im Bildbereich beschreibt. Der Unterschied zwischen beiden Domänen liegt in den Dimensionen der Vektoren: Im Ortsbereich besitzen alle Vektoren die Einheit einer Länge, hingegen

---

\*Dies spielt in der Festkörperphysik eine wichtige Rolle bei der Untersuchung des Aufbaus von Kristallstrukturen. Da das Beugungsbild des Kristalls eine Abbildung des reziproken Gitters ist, kann daraus auf die Struktur des direkten Gitters geschlossen werden [7].

im Bildbereich ist die Einheit reziprok (invers) zur Länge. Die Vektoren  $\vec{G}$  in (2.6) haben also die Einheit einer Wellenzahl, d.h., jeder Punkt im Bildbereich repräsentiert eine Welle [7, S. 35].

Der Zusammenhang zwischen den Vektoren des direkten und des reziproken Gitters lässt sich wie folgt veranschaulichen. Gegeben sei eine periodische Funktion

$$p(\vec{r}) = p(\vec{r} + \vec{T}) \quad \text{mit} \quad \vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \quad (2.7)$$

im Ortsbereich.  $p(\vec{r})$  kann eine beliebige physikalische Eigenschaft sein wie das Potential in einer kristallinen Struktur oder die effektive Permittivität in einem photonischen Kristall. Entwickeln wir die Funktion in einer Fourier-Reihe, dann erhalten wir [5, S. 139]

$$\begin{aligned} p(\vec{r}) &= \sum_{(l,m,n)} c_{l,m,n} \exp\left(-j \begin{pmatrix} l & m & n \end{pmatrix}^T \cdot \tilde{B}^T \vec{r}\right) \\ &= \sum_{(l,m,n)} c_{l,m,n} \exp\left(-j \left[ l \vec{b}_1 \cdot \vec{r} + m \vec{b}_2 \cdot \vec{r} + n \vec{b}_3 \cdot \vec{r} \right]\right) \\ &= \sum_{(l,m,n)} c_{l,m,n} \exp\left(-j \vec{G} \cdot \vec{r}\right) \end{aligned} \quad (2.8)$$

mit den komplexen Fourier-Koeffizienten

$$c_{l,m,n} = c_{\vec{G}} = \frac{1}{\det\{\tilde{A}\}} \int_V p(\vec{r}) \exp\left(-j \vec{G} \cdot \vec{r}\right) d\vec{v}, \quad (2.9)$$

wobei über das Volumen  $V = \det\{\tilde{A}\} = \vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)$  der primitiven Einheitszelle zu integrieren ist. Während die räumliche Periodizität von  $p(\vec{r})$  durch die Gittervektoren  $\vec{a}_1$ ,  $\vec{a}_2$  und  $\vec{a}_3$  vorgegeben ist, wird die Periodizität der spektralen Komponenten durch die reziproken Gittervektoren  $\vec{b}_1$ ,  $\vec{b}_2$  und  $\vec{b}_3$  bestimmt. Jede harmonische Funktion der Summe in (2.8) repräsentiert eine ebene Welle, deren vektorielle Wellenzahl durch (2.6) gegeben ist.

### 2.1.3 Dispersion und die Brillouin-Zonen

Bei der Untersuchung der Wellenausbreitung in periodischen Strukturen spielt die Dispersion eine wichtige Rolle. In der vorliegenden Arbeit verste-

hen wir den Begriff Dispersion als den Zusammenhang zwischen Kreisfrequenz  $\omega = 2\pi f$  bzw. der Frequenz  $f$  und der Wellenzahl  $k$  bzw. Wellenlänge  $\lambda$ .<sup>\*</sup> Im einfachsten Fall wird jeder Wellenzahl eine Frequenz  $f$  zugeordnet, im Allgemeinen jedoch ist die Zuordnung nicht eindeutig, d.h., wir finden zu jeder Wellenzahl mehrere Frequenzpunkte, die sogenannten *Moden*. Dabei hängt die Anzahl möglicher Moden unmittelbar mit der Zahl der Freiheitsgrade der Einheitszelle zusammen [5, S. 25]. Die graphische Repräsentation des Zusammenhangs zwischen Frequenz und Wellenzahl wird als *Dispersionsdiagramm* bezeichnet.

Aufgrund der Periodizität des Gitters ist  $f$  eine periodische Funktion von  $k$  [5], d.h., bei gegebener Frequenz kann die Wellenzahl bzw. Wellenlänge nicht eindeutig zugeordnet werden. Wir verdeutlichen dies am Beispiel eines eindimensionalen Gitters, bei dem sich an jedem Gitterpunkt eine Masse befindet, die jeweils mit ihren Nachbarn elastisch gekoppelt ist [27]. Im Gleichgewichtszustand seien alle Elemente entlang der x-Achse mit der Periode  $a$  angeordnet. Die Position des  $n$ -ten Elementes sei gegeben durch

$$x_n = n a \quad \text{mit} \quad n \in \mathbb{Z}. \quad (2.10)$$

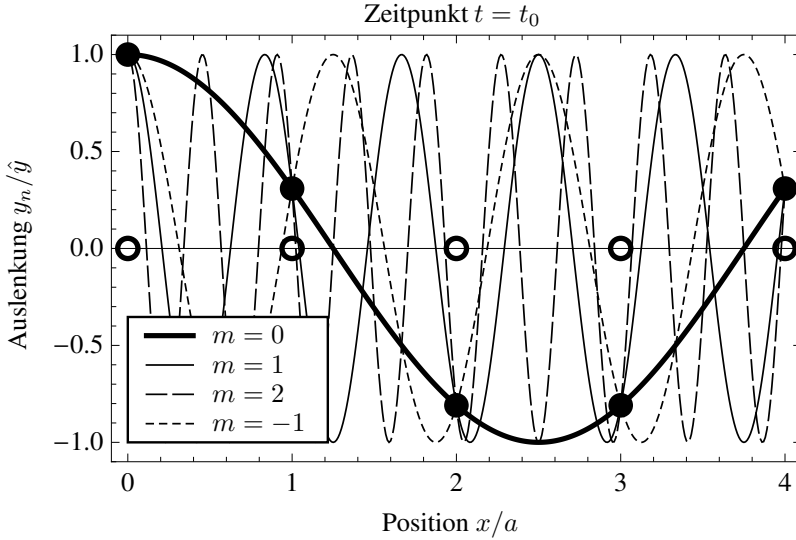
Wird die Struktur mit einem harmonischen Signal der Frequenz  $f$  angeregt, dann erhalten wir die Auslenkung des  $n$ -ten Elements um den Gleichgewichtszustand aus

$$y_n = \hat{y} \cos(2\pi f t - n k_x a) = \hat{y} \cos\left(2\pi f t - n \frac{2\pi}{\lambda_x} a\right) \quad (2.11)$$

mit der Zeit  $t$ , der Amplitude  $\hat{y}$  und der Wellenlänge  $\lambda_x$ . Wir betrachten die Größe  $y_n$  hier als transversale Auslenkung, sie kann aber auch eine beliebige andere Größe darstellen, deren Wert nur an den Gitterpunkten bestimmt werden kann, nicht jedoch dazwischen. Zu einem bestimmten Zeitpunkt  $t = t_0$  erhalten wir am Punkt  $x_n$  die zugehörige Momentanauslenkung  $y_n(t_0)$  gemäß (2.11), wie in Abbildung 2.2 beispielhaft für  $t_0 = 0$ ,  $f = 1$  Hz und  $\lambda_x = 1 \text{ m} = 5 a$  dargestellt. Da die Momentaufnahme lediglich die Konstellation an den Gitterpunkten  $x_n$  zeigt, jedoch keinen Aufschluss an den Positionen dazwischen liefert, können wir die Wellenzahl  $k_x$  nicht eindeutig zuordnen. Wir finden hingegen unendlich viele  $k_x$ , die zur selben Konstellation

---

<sup>\*</sup>Die Abbildungen  $\omega(k)$  und  $f(\lambda)$  sind ineinander überführbar und beschreiben physikalisch den selben Sachverhalt. Daher ist es auch gestattet,  $\omega$  und  $\lambda$  bzw.  $f$  und  $k$  in Beziehung zu setzen.



**Abbildung 2.2:** Momentaufnahme der Auslenkung  $y_n$  (2.11) der Massepunkte (gefüllte Kreise) an den diskreten Stellen  $x_n$  und der Verlauf ausgewählter Harmonischer. Da sich die Harmonischen an den Positionen der Massepunkte schneiden, kann die Wellenzahl nicht eindeutig zugeordnet werden. Die Kreise entlang der x-Achse stellen den Ruhezustand dar.

an den Gitterpunkten führen. Die Wellenzahlen der einzelnen Harmonischen sind gegeben durch

$$k_x = k_{x,0} + \frac{2\pi}{a}m \quad \text{mit} \quad m \in \mathbb{Z}, \quad (2.12)$$

hier entspricht  $k_{x,0}$  der Wellenzahl der Grundharmonischen. In Abbildung 2.2 sind neben der Grundharmonischen ( $m = 0$ ) die Verläufe für  $m = \{-1, 1, 2\}$  eingezeichnet. Am Beispiel  $m = -1$  wird deutlich, dass nicht nur der Betrag der Wellenzahl und somit die Wellenlänge mehrdeutig sind, sondern auch die Richtung der Ausbreitung. Im eindimensionalen Fall gibt es zwei mögliche Ausbreitungsrichtungen: Für  $k_x > 0$  erfolgt die Ausbreitung in Vorwärtsrichtung, für  $k_x < 0$  in Rückwärtsrichtung.

Es lässt sich zeigen, dass die Mehrdeutigkeit der vektoriellen Wellenzahl auch für Strukturen mit zwei- und dreidimensionaler Periodizität auftritt [5]. Die zu einer gegebenen Frequenz gehörenden Wellenvektoren ergeben sich mit (2.6) aus

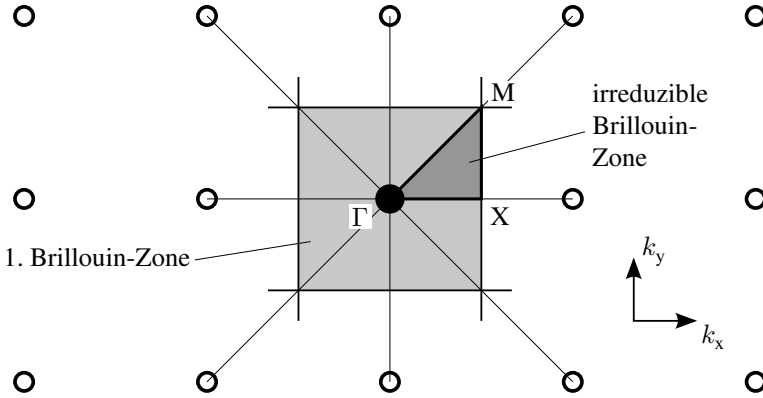
$$\begin{aligned}\vec{k}_{l,m,n} &= \vec{k}_{0,0,0} + l \vec{b}_1 + m \vec{b}_2 + n \vec{b}_3 \\ &= \vec{k}_{0,0,0} + \vec{G}\end{aligned}\quad (2.13)$$

mit dem Wellenvektor der Grundharmonischen  $\vec{k}_{0,0,0}$ . (2.13) entspricht somit der Verallgemeinerung von (2.12).

Um die Mehrdeutigkeit aufzuheben, wurden von Brillouin im reziproken Gitter Zonen eingeführt, die *Brillouin-Zonen*. Jede Zone repräsentiert dabei eine bestimmte Menge von Wellenvektoren bzw. Wellenlängen. Die erste Brillouin-Zone entspricht der Wigner-Seitz-Zelle im reziproken Gitter, deren Konstruktion wir in Abschnitt 2.1.1 besprochen haben. Auf ähnliche Weise wie die erste Zone lassen sich die Zonen höherer Ordnung bilden.

Bei der Untersuchung der dispersiven Eigenschaften periodischer Strukturen werden wir uns im Folgenden auf die erste Brillouin-Zone beschränken. Diese Wahl erscheint auf den ersten Blick willkürlich zu sein. Betrachten wir jedoch beispielsweise eine eindimensionale Struktur mit der Periode  $a$ , dann schließen wir durch diese Einschränkung lediglich die Wellenlängen aus, die sich im Intervall  $[0, 2a]$  befinden, während die Werte im Intervall  $(2a, \infty)$  berücksichtigt werden.

Weist die periodische Struktur neben der Translationssymmetrie weitere Symmetrieeigenschaften auf, so spiegeln sich diese auch im Dispersionsverhalten  $\omega(\vec{k})$  wider [8, S. 33]. Wir können also die 1. Zone weiter reduzieren, bis ein Bereich entsteht, der keine Symmetrieeigenschaften aufweist. Der entstandene Bereich wird *irreduzible Brillouin-Zone* (engl.: *irreducible Brillouin zone*) genannt. Auf die übrigen Bereiche innerhalb der 1. Zone kann nun durch Anwendung von Symmetrieoperationen auf die irreduzible Zone geschlossen werden. Zur Verdeutlichung zeigt Abbildung 2.3 am Beispiel eines zweidimensionalen Gitters im Bildraum die erste Brillouin-Zone sowie die irreduzible Zone. Durch wiederholte Anwendung einer Spiegelung oder durch eine Kombination aus Spiegelungs- und Rotationsoperationen lässt sich aus der irreduziblen Zone die 1. Brillouin-Zone bilden. Die Eckpunkte „ $\Gamma$ “, „ $X$ “ und „ $M$ “ der irreduziblen Zone sind Punkte hoher Symmetrie; sie werden auch *kritische Punkte* genannt.



**Abbildung 2.3:** Ausschnitt eines reziproken Gitters einer Struktur mit zweidimensionaler Periodizität und einer quadratischen Wigner-Seitz-Zelle. Die 1. Brillouin-Zone wurde durch das Quadrat um den Ursprung  $\Gamma$  hervorgehoben (graugefärbter Bereich), der durch den ausgefüllten Kreis gekennzeichnet ist.  $\Gamma$ ,  $X$  und  $M$  sind Punkte hoher Symmetrie. Sie stellen die Eckpunkte der irreduziblen Brillouin-Zone dar (dunkelgrau eingefärbt).  $k_x$  und  $k_y$  sind die Wellenzahlen in  $x$ - und  $y$ -Richtung.

Eine Besonderheit tritt an den Zonengrenzen im reziproken Gitter auf. Eine Welle, deren zugehöriger Wellenvektor  $\vec{k}$  auf einer Zonengrenze endet, wird von den einzelnen Gitterebenen im Ortsraum scheinbar reflektiert,\* und kann sich daher innerhalb der Struktur *nicht* ausbreiten. Die Zonengrenzen repräsentieren somit die Stellen im Bildraum, an denen die *Bragg-Bedingung* [7, Glg. (2.22)]

$$2 \vec{k} \cdot \vec{G} = |\vec{G}|^2 \quad (2.14)$$

erfüllt ist. An diesen Stellen erscheinen Diskontinuitäten im Verlauf der Dispersion  $\omega(\vec{k})$ , d.h., die Frequenz kann an jeder Diskontinuität zwei verschiedene Werte annehmen, wobei sich zwischen beiden ein Sperrbereich bzw. eine

---

\*Die Reflexion erscheint nur makroskopisch. Die eigentliche Ursache für die Streuung an den Gitterebenen sind Beugungseffekte.



*Bandlücke* ausbildet. Da innerhalb der Bandlücke keine Energieausbreitung möglich ist, verschwindet an den Bandgrenzen die Gruppengeschwindigkeit, deren Betrag sich aus

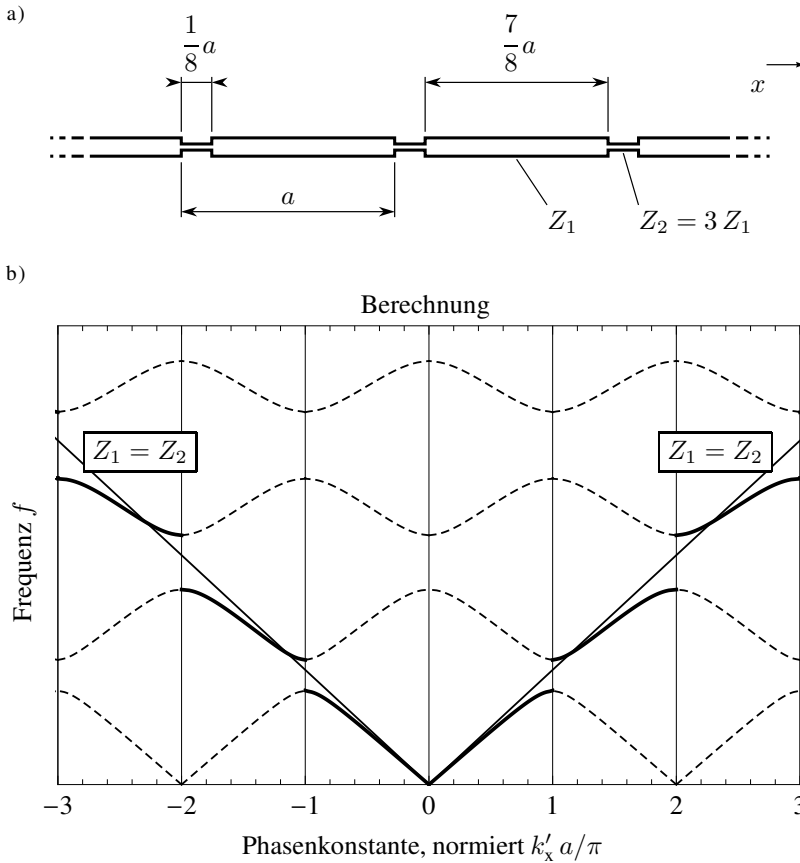
$$V = |\text{grad}_{\vec{k}}\{\omega\}| \quad (2.15)$$

ergibt. Die Richtung der Gruppengeschwindigkeit hängt nun vom jeweiligen Wellentyp ab. Bei einer Vorwärtswelle fällt diese mit der Richtung von  $\vec{k}$  zusammen. Bei einer Rückwärtswelle hingegen ist  $V$  entlang  $-\vec{k}$  gerichtet (vgl. Diskussion in Abschnitt 3.2.1, S. 39).

Wir wollen uns den Zusammenhang zwischen den Brillouin-Zonen und der Dispersion an einem Beispiel mit eindimensionaler Periodizität verdeutlichen. Abbildung 2.4a zeigt den Ausschnitt einer unendlich langen, verlustlosen Übertragungsleitung mit der Impedanz  $Z_1$ , die periodisch mit  $a$  durch ein kurzes Leitungsstück der Länge  $a/8$  und der Impedanz  $3 Z_1$  gestört wird. Das entsprechende Dispersionsverhalten für die ersten drei Brillouin-Zonen ist in Abbildung 2.4b dargestellt. Wir betrachten zunächst die hervorgehobenen Kurvensegmente. Für ausreichend „kleine“ Frequenzen, bei denen die geführte Wellenlänge  $\lambda_x$  deutlich größer als die Periode  $a$  ist, verläuft die Dispersion nahe der Gerade, die sich im ungestörten Fall  $Z_1 = Z_2$  ergibt. Bei höheren Frequenzen, wobei  $\lambda_x > 2a$ , wird die Wellenausbreitung jedoch zunehmend von der Störung beeinflusst. Die Gruppengeschwindigkeit verringert sich mit steigender Frequenz, was sich am geringeren Anstieg der Kurve gegenüber dem ungestörten Fall zeigt, bis  $V$  schließlich verschwindet. An dieser Stelle ist die Bragg-Bedingung (2.14) erfüllt, d.h.,  $\lambda_x = 2a$ . Wir befinden uns somit an der Grenze der ersten Brillouin-Zone. Entlang der Leitung bildet sich eine stehende Welle aus mit Stromknoten an den Störstellen. Die Leitung kann in diesem Fall als eine Reihe von Resonatoren angesehen werden, die sich nahe ihrer oder in Resonanz befinden und lose miteinander verkoppelt sind. Je höher der Impedanzsprung an den Störstellen ist, desto geringer ist die Kopplung und desto deutlicher prägt sich diese Resonanz aus, was sich an einer zunehmenden Breite des Sperrbereichs widerspiegelt.\* Bei weiterer Erhöhung der Frequenz setzt erneut ein Durchlassbereich ein, diesmal innerhalb der zweiten Brillouin-Zone, d.h.,  $a < \lambda_x < 2a$ . Der Durchlassbereich wird an der Grenze zur dritten Zone von einem weiteren Sperrbereich abgelöst. Dieser zyklische

---

\*Dieses Verhalten kann mit der Ausprägung der Bandlücken in photonischen Kristallen verglichen werden, deren Breite mit dem Kontrast der Brechzahlen der dielektrischen Schichten ansteigt [8].



**Abbildung 2.4:** Skizze einer Übertragungsleitung mit der Impedanz  $Z_1$ , die periodisch mit  $a$  durch ein Leitungssegment der Länge  $a/8$  und der Impedanz  $3Z_1$  gestört ist a) und das zugehörige Dispersionsdiagramm b). Zusätzlich zur Dispersion der Anordnung ist das Verhalten der ungestörten Leitung ( $Z_1 = Z_2$ ) in b) aufgetragen, dargestellt durch die beiden Geraden. Die vertikalen Linien kennzeichnen die Grenzen der Brillouin-Zonen.

Wechsel zwischen Durchlass- und Sperrbereich findet an jeder Zonengrenze statt (vgl. Ausführungen zu Abb. 4 in [32]), unabhängig von der Ausbreitungsrichtung der Welle.

Die gestrichelt dargestellten Kurvenssegmente in Abbildung 2.4b entsprechen den Bändern, die aus der Mehrdeutigkeit der Wellenzahl resultieren. Sie ergeben sich durch Spiegelung und Periodifizierung der hervorgehobenen Kurvenssegmente mit dem reziproken Gittervektor. Aufgrund dieser Mehrdeutigkeit finden wir die Durchlassbereiche höherer Zonen auch innerhalb der ersten Brillouin-Zone wieder, d.h., die komplette Bandstruktur wird auf den Bereich  $k'_x \in [-\pi/a, \pi/a]$  abgebildet. Die Spiegelsymmetrie innerhalb der ersten Zone erlaubt uns außerdem die Beschränkung auf den Bereich  $k'_x \in [0, \pi/a]$ , der der irreduziblen Brillouin-Zone entspricht. Wir können daher selbst bei ausschließlicher Betrachtung dieser Zone das gesamte Dispersionsdiagramm ermitteln, wie es in Abbildung 2.4b zu sehen ist.

Aus dem Dispersionsverhalten in Abbildung 2.4b lässt sich ein weiterer wichtiger Parameter ableiten, den wir bisher noch nicht eingeführt haben. Es handelt sich dabei um die Phasengeschwindigkeit, deren Betrag durch

$$U = \frac{\omega}{|\vec{k}|} \quad (2.16)$$

gegeben ist und die in Richtung von  $\vec{k}$  zeigt. Erfolgt die Wellenausbreitung in einem Medium, das keine Dispersion zeigt, so sind Phasen- und Gruppengeschwindigkeit gleich groß. Dies zeigt auch das Beispiel in Abbildung 2.4 für den Fall der ungestörten Leitung. Bei der gestörten Leitung hingegen fallen beide Größen unterschiedlich aus. Besonders deutlich wird dies an den Zonengrenzen, an denen  $V$  verschwindend ist,  $U$  hingegen nimmt einen endlichen Wert an, der an den einzelnen Übergängen von Sperr- zu Durchlassbereich sogar höher ausfällt als der der ungestörten Leitung.—In Kapitel 3 und Kapitel 5 werden wir auf den Fall der erhöhten Phasengeschwindigkeit näher eingehen, der im Hinblick auf die Strahlungseigenschaften periodischer Strukturen sehr wichtig ist.

Hinsichtlich der Anordnung in Abbildung 2.4a sei angemerkt, dass bei diesem Beispiel für die Beschränkung der Wellenzahl auf die 1. Brillouin-Zone eigentlich kein Grund besteht.\* Im Gegensatz zu dem Beispiel, das wir

---

\*Diese gilt beispielsweise auch für Elektronenwellen in Kristallgittern. Diese sind, im Gegensatz zu den Gitterschwingungen, im gesamten Volumen definiert (vgl. [9, S. 102 ff.]).

auf Seite 12 ff. diskutiert haben, bei dem die akustische Welle nur anhand der Auslenkung an den Gitterpunkten in Erscheinung tritt, ist die Strom- oder Spannungswelle entlang der Leitung überall definiert. Erst die Beschränkung auf die 1. Zone führt schließlich dazu, dass wir einer Wellenzahl mehrere Frequenzen zuordnen können.

### 2.1.4 Lösung der homogenen Wellengleichung

Anhand der Dispersion können wir wichtige Schlussfolgerungen hinsichtlich der Wellenausbreitung in periodischen Strukturen ziehen. Der Zusammenhang zwischen Frequenz und Wellenzahl folgt dabei aus der Lösung der Wellengleichung, die wir in diesem Abschnitt diskutieren.

Im Folgenden gehen wir von einer harmonischen Zeitabhängigkeit  $\exp(j\omega t)$  mit der Zeit  $t$  aus. Außerdem sei angenommen, dass die Feldgrößen der Welle durch eine skalare Wellenfunktion  $\psi$  dargestellt werden können. Die zugehörige homogene Wellengleichung lautet somit [5, (34.1)]

$$\Delta\psi + \frac{\omega^2}{U^2}\psi = 0, \quad (2.17)$$

dabei steht  $\Delta = \partial_{x,x} + \partial_{y,y} + \partial_{z,z}$  für den Laplace-Operator. Da wir uns für die Wellenausbreitung in einem periodischen Medium interessieren, können wir

$$p(\vec{r}) = p(\vec{r} + \vec{T}) = \frac{1}{U^2} \quad (2.18)$$

als eine periodische Funktion mit der Periode  $\vec{T}$  (2.1) ansehen.—Diese Betrachtung ist eine Konsequenz der räumlichen Periodizität der Einheitszelle, wodurch auch die physikalischen Eigenschaften periodisch moduliert sind.

Die Lösung der Wellengleichung wurde von Bloch [34] abgeleitet. Sie hat die allgemeine Form

$$\psi(\vec{r}) = \exp\left(-j\vec{k}_{0,0,0} \cdot \vec{r}\right) P(\vec{r}), \quad (2.19)$$

dabei ist  $P(\vec{r}) = P(\vec{r} + \vec{T})$  eine Funktion, die dieselbe Periodizität wie das Gitter aufweist. Aus (2.19) folgt

$$\begin{aligned}\psi(\vec{r} + \vec{T}) &= \exp\left(-j \vec{k}_{0,0,0} \cdot [\vec{r} + \vec{T}]\right) P(\vec{r} + \vec{T}) \\ &= \exp\left(-j \vec{k}_{0,0,0} \cdot \vec{T}\right) \exp\left(-j \vec{k}_{0,0,0} \cdot \vec{r}\right) P(\vec{r}) , \\ &= \exp\left(-j \vec{k}_{0,0,0} \cdot \vec{T}\right) \psi(\vec{r})\end{aligned}\quad (2.20)$$

d.h., das Feld an einem Punkt  $\vec{r}$  unterscheidet sich vom Feld am Punkt  $\vec{r} + \vec{T}$  lediglich um einen exponentiellen Faktor. Diese Beziehung ist das *Bloch'sche Theorem*, das im eindimensionalen Fall dem Floquet'schen Theorem entspricht.\* Die Eigenfunktionen nach (2.19) werden auch als *Bloch-Wellen* bezeichnet.

Wir betrachten nun die Lösung der Wellengleichung genauer. Dazu beschränken wir uns zunächst auf den eindimensionalen Fall. Die Wellengleichung reduziert sich somit auf

$$\partial_{x,x} \psi + \omega^2 p(x) \psi = 0 \quad \text{mit} \quad p(x) = p(x + a) . \quad (2.21)$$

Die allgemeine Form der zugehörigen Eigenfunktionen lautet dann

$$\psi(x) = \exp(-j k_{x,0} x) P(x) . \quad (2.22)$$

Da  $P(x) = P(x + a)$  eine periodische Funktion mit der Periode  $a$  ist, kann sie in einer Fourier-Reihe entwickelt werden, wie sie in (2.8) definiert wurde. Wir erhalten

$$\begin{aligned}\psi(x) &= \exp(-j k_{x,0} x) \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \exp\left(-j \frac{2\pi}{a} n x\right) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \exp(-j k_{x,n} x)\end{aligned}\quad (2.23)$$

---

\*Floquet beschreibt in seiner Arbeit die Lösung einer homogenen linearen Differentialgleichung mit periodischen Koeffizienten. Die betreffende Referenz (in französischer Sprache) wurde aufgrund sprachlicher Schwierigkeiten nicht in das Literaturverzeichnis der vorliegenden Arbeit aufgenommen. Sie sei hier jedoch im Sinne der Vollständigkeit erwähnt: G. Floquet, "Sur les équations différentielles linéaires à coefficients périodiques," *Annales scientifiques de l'E.N.S.*, vol. 12, pp. 47–88, 1883.

mit der Wellenzahl (vgl. (2.12))

$$k_{x,n} = k_{x,0} + \frac{2\pi}{a}n \quad \text{mit } n \in \mathbb{Z}. \quad (2.24)$$

Die Wellenfunktion setzt sich also aus einer Summe unendlich vieler ebener Wellen zusammen, deren Wellenzahlen durch (2.24) gegeben sind. Die Wellen werden *räumliche Harmonische* oder *Raumharmonische* (engl.: *space harmonics*) genannt, da sie harmonische Funktionen im Raum repräsentieren. Die Raumharmonischen folgen direkt aus der Lösung der Wellengleichung, sie sind daher *alle* Teil der Lösung und existieren nicht unabhängig voneinander [88]. Im Grunde haben wir die Raumharmonischen bereits im vorangegangenen Unterabschnitt kennengelernt: In ihnen spiegelt sich die Mehrdeutigkeit bei der Zuordnung einer Wellenzahl zu einer gegebenen Frequenz wider.

Durch Einsetzen der Wellenfunktion  $\psi(x)$  (2.22) in die Wellengleichung nach (2.21) erhalten wir einen Zusammenhang zwischen  $\omega$  und  $k_{x,n}$ . Mit der Fourier-Reihe

$$p(x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m \exp\left(-j \frac{2\pi}{a} m x\right) \quad (2.25)$$

und (2.22) ergibt sich für die Wellengleichung

$$\begin{aligned} & \sum_{n=-\infty}^{\infty} k_{x,n}^2 C_n \exp(-j k_{x,n} x) \\ &= \omega^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \exp(-j k_{x,n} x) \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m \exp\left(-j \frac{2\pi}{a} m x\right) \\ &= \omega^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_n c_m \exp(-j k_{x,n+m} x). \end{aligned} \quad (2.26)$$

Nach einigen Umformungen und der Abspaltung des exponentiellen Faktors erhalten wir schließlich für jedes  $n \in \mathbb{Z}$  eine lineare Gleichung der Form [5, Glg. (34.13)]

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} \left( \frac{c_{n-m}}{k_{x,n}^2} - \frac{1}{\omega^2} \delta_{mn} \right) C_m = 0 \quad (2.27)$$

mit dem Kronecker-Delta-Symbol  $\delta_{mn}$  nach (2.3). Die Wellengleichung nach (2.21), die die Form eines verallgemeinerten Eigenwertproblems hat,

wird in ein lineares Gleichungssystem (2.27) überführt, das die Form einer Eigenwertgleichung hat. Dabei sind die Eigenwerte durch  $1/\omega^2$  gegeben; die Elemente der zugehörigen Eigenvektoren entsprechen den Koeffizienten  $C_m$  der Wellenfunktion  $\psi(x)$  (2.23).

Das Eigenwertproblem nach (2.27) hat nur dann eine nicht-triviale Lösung, wenn die Determinante der Matrix

$$\left( \frac{c_{n-m}}{k_{x,n}^2} - \frac{1}{\omega^2} \delta_{mn} \right) = \begin{pmatrix} \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\ \cdots & \frac{c_0}{k_{x,-1}^2} - \frac{1}{\omega^2} & \frac{c_{-1}}{k_{x,-1}^2} & \frac{c_{-2}}{k_{x,-1}^2} & \cdots \\ \cdots & \frac{c_1}{k_{x,0}^2} & \frac{c_0}{k_{x,0}^2} - \frac{1}{\omega^2} & \frac{c_{-1}}{k_{x,0}^2} & \cdots \\ \cdots & \frac{c_2}{k_{x,1}^2} & \frac{c_1}{k_{x,1}^2} & \frac{c_0}{k_{x,1}^2} - \frac{1}{\omega^2} & \cdots \\ \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

verschwindet. Variieren wir also die Wellenzahl der Grundharmonischen  $k_{x,0}$  innerhalb der 1. Brillouin-Zone und bestimmen zu jedem Wert die Eigenwerte  $1/\omega^2$  aus (2.28), dann erhalten wir die Bandstruktur  $\omega(k_x)$ . Das Problem der Berechnung besteht allerdings darin, dass wir alle Raumharmonischen berücksichtigen müssen, was zu einer unendlich großen Matrix führt. Für eine gegebene Struktur muss daher aus praktischer Sicht die Lösung der Wellengleichung nach (2.22) auf eine endliche Anzahl Raumharmonischer beschränkt werden. Die tatsächliche Anzahl hängt von der jeweiligen Problemstellung ab, wobei die Konvergenz der Eigenwerte ausschlaggebend ist [100].

Die Verallgemeinerung des Eigenwertproblems nach (2.27) auf die dreidimensionale Wellengleichung (2.17) ist gegeben durch

$$\sum_{(l',m',n')} \left( \frac{c_{l-l',m-m',n-n'}}{|\vec{k}_{l,m,n}|^2} - \frac{1}{\omega^2} \delta_{ll',mm',nn'} \right) C_{l',m',n'} = 0 \quad (2.29)$$

mit dem Kronecker-Delta-Symbol

$$\delta_{ll',mm',nn'} = \begin{cases} 1, & l = l', m = m', n = n' \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.30)$$

und dem Wellenzahlvektor  $\vec{k}_{l,m,n}$  (2.13). Zu jedem Tupel  $(l, m, n)$  mit  $\{l, m, n\} \in \mathbb{Z}$  erhalten wir somit eine lineare Gleichung hinsichtlich aller Fourier-Koeffizienten der skalaren Wellenfunktion  $C_{l',m',n'}$  mit  $\{l', m', n'\} \in \mathbb{Z}$ .

Aus der Eigenwertgleichung nach (2.29) lässt sich direkt der periodische Zusammenhang zwischen der Frequenz und den Wellenvektoren  $\vec{k}_{l,m,n}$  erkennen, der im vorangegangenen Unterabschnitt anhand zweier Beispiele verdeutlicht wurde: Eine Ersetzung des Vektors  $\vec{k}_{l,m,n}$  durch  $\vec{k}_{l,m,n} + \vec{G}$  ändert lediglich die Bezeichnung der Wellenvektoren nicht jedoch den Satz derselben und hat somit keinen Einfluss auf die Eigenwerte bzw. die Frequenz [5]. Weiterhin zeigt (2.29), dass zwei Wellen, die sich in entgegengesetzter Richtung ausbreiten, ein und dieselbe Frequenz zugeordnet wird, da  $|\vec{k}_{l,m,n}| = |-\vec{k}_{l,m,n}|$  (vgl. Abbildung 2.4b).

Obwohl wir die Lösung der Wellengleichung (2.17) hier in ausführlicher Form diskutiert haben, werden wir im weiteren Verlauf dieser Arbeit Fällen begegnen, bei denen nur noch Teile der Lösung berücksichtigt werden müssen. Den Ausgangspunkt stellt allerdings immer die allgemeine Form der Eigenfunktionen nach (2.19) dar. Diese spiegelt im Grunde die Tatsache wider, dass nur allein aufgrund der Periodizität bereits etwas über die Lösung der Wellengleichung ausgesagt werden kann, ohne dass deren tatsächliche Gestalt bekannt sein muss. In diesem Zusammenhang sei auf die gruppentheoretischen Untersuchungen von Wigner [33] verwiesen.

## 2.2 Periodisch strukturierte Oberflächen

Wir werfen nun einen genaueren Blick auf die Art periodischer Strukturen, die im Mittelpunkt der vorliegenden Arbeit stehen. Es handelt sich um spezielle Strukturen mit zweidimensionaler Periodizität, die hinsichtlich ihrer lateralen Abmessungen theoretisch unendlich ausgedehnt sind, während sie sich entlang der dritten Dimension nur über einen Bruchteil der betrachteten Wellenlänge erstrecken. Wir bezeichnen diese Anordnungen daher als *periodisch strukturierte Oberflächen*, wobei die Bezeichnung „Oberfläche“ darauf hindeutet, dass es sich um eine planare Anordnung handelt.

Aufgrund der zweidimensionalen Periodizität periodisch strukturierter Oberflächen können wir bereits eine Einschränkung hinsichtlich der Wigner-Seitz-Zelle machen: Diese muss die Form eines Rechtecks oder Hexagons aufweisen bzw. deren entsprechende gleichseitige und reguläre Formen. An einigen Stellen in der Literatur ist auch von dreieckigen Gittertypen die Rede (siehe z.B. [38]). In diesem Fall bezieht sich die Klassifizierung allerdings nicht auf die Form der Wigner-Seitz-Zelle, die sich direkt aus der Lage der



Gitterpunkte ergibt, sondern auf die Form der Einheitszelle selbst bzw. die Zahl der vorhandenen Drehachsen.

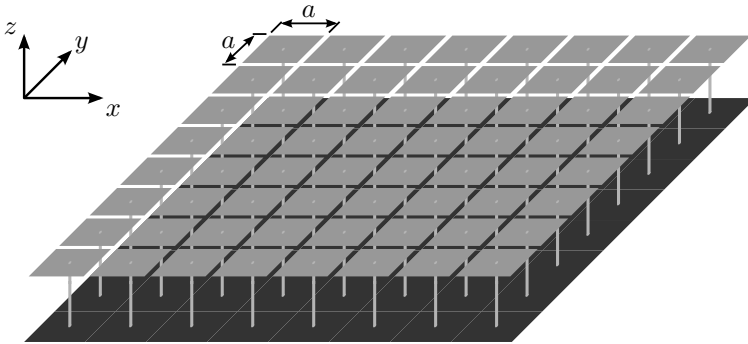
Periodisch strukturierte Oberflächen, in der Art wie wir sie hier betrachten, wurden 1999 von Sievenpiper [128], [38] eingeführt. Seitdem folgten zahlreiche Veröffentlichungen zu diesem Themengebiet, die auf den Arbeiten von Sievenpiper aufbauen. Angesichts der Vielfalt an Publikationen und den unterschiedlichen Schwerpunkten werden wir auf diese jedoch erst an den entsprechenden Stellen eingehen.

Aufgrund der starken Anisotropie periodisch strukturierter Oberflächen sind die Wechselwirkungen mit elektromagnetischen Wellen durch eine deutliche Richtungsabhängigkeit gekennzeichnet. Die Untersuchung dieser Wechselwirkungen gliedert sich in zwei Teile: die Wellenausbreitung entlang der Oberfläche und die Reflexion von Wellen an der Oberfläche. Beide Sichtweisen werden uns in den folgenden beiden Kapiteln ausführlich beschäftigen. In diesem Abschnitt verschaffen wir uns zunächst einen Überblick zu periodisch strukturierten Oberflächen. Außerdem nehmen wir eine Einordnung in die verschiedenen Kategorien vor, die sich in der Literatur finden lassen.

### 2.2.1 Überblick

Die von Sievenpiper [128] vorgestellten Konfigurationen bestehen im einfachsten Fall aus einem dielektrischen Trägersubstrat, das auf der Unterseite durchgehend mit einem elektrisch leitenden Material beschichtet ist. Auf der Oberseite befinden sich elektrisch leitende Texturen, die sich periodisch wiederholen und die durch eine Durchkontaktierung mit der Unterseite galvanisch verbunden sind. Abbildung 2.5 zeigt einen Ausschnitt aus der bekannten Pilzstruktur. Die Textur auf der Oberseite besteht hier aus Quadern mit quadratischer Grundfläche, die durch einen Spalt voneinander getrennt sind. Die Durchkontaktierungen befinden sich jeweils im Zentrum der Quadergrundflächen.

Neben der quadratischen Form sind in Abbildung 2.6 weitere Beispiele möglicher Einheitszellen für periodisch strukturierte Oberflächen dargestellt. Die gezeigten Formen stammen aus der Familie der *frequenzselektiven Oberflächen*, die unter anderem von Munk [10] ausführlich analysiert wurden. Frequenzselektive Oberfläche (engl.: *frequency selective surfaces*, FSS) bestehen aus einer ebenen Anordnung von periodifizierten Geometrien, die in der Regel aus einem elektrisch leitenden Material bestehen. Die Oberseite periodisch



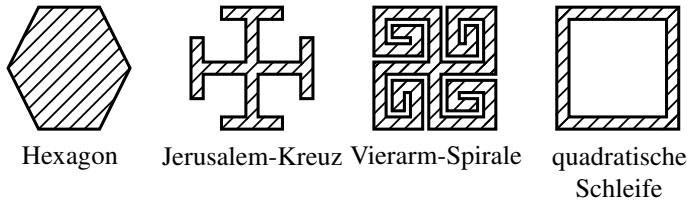
**Abbildung 2.5:** Schematischer Ausschnitt einer Pilzstruktur nach Sievenpiper [128] als Beispiel für eine periodisch strukturierte Oberfläche mit der Periode  $a$  in  $x$ - und  $y$ -Richtung. Die Strukturierung befindet sich auf der Oberseite, wobei die einzelnen Elemente als Flächen dargestellt sind. In der Praxis besitzen diese, ebenso wie die Metallisierung auf der Unterseite, auch eine Ausdehnung in  $z$ -Richtung, die allerdings gegenüber den lateralen Abmessungen vernachlässigbar ist.

strukturierten Oberflächen kann somit als frequenzselektive Oberfläche angesehen werden.

Frequenzselektive Oberflächen sind Filteranordnungen, mit denen einfallende elektromagnetische Wellen in Abhängigkeit von der Frequenz bewertet werden. Die Bewertung, d.h. der Frequenzgang der Reflexion und Transmission, soll dabei unabhängig von der Polarisierung und dem Einfallswinkel sein. Dies ermöglicht beispielsweise die Verringerung des Radarquerschnitts von Antennen außerhalb des Nutzfrequenzbands [10, S. 14]. Die Fragestellungen, die sich in diesem Zusammenhang hinsichtlich einer geeigneten Einheitszelle ergeben, finden sich teilweise auch beim Entwurf periodisch strukturierter Oberflächen wieder, obwohl hier weniger die Transmission\* im Vordergrund steht, die aufgrund der elektrisch leitenden Beschichtung auf der Unterseite des Trägersubstrates im Idealfall verschwindend ist, sondern die Reflexion ebener Wellen an der Oberfläche. In der Tat zeigen sich diverse Beispiele

---

\*Hiermit ist das Durchdringen elektromagnetischer Wellen durch die Struktur gemeint und nicht die Transmission parallel zur Oberfläche.



**Abbildung 2.6:** Skizze verschiedener Elemente, die in periodisch strukturierten Oberflächen eingesetzt werden können [10, 101]. Die schraffierten Flächen kennzeichnen metallisierte Bereiche.

periodisch strukturierter Oberflächen in der Literatur, bei denen Zellformen eingesetzt werden, die aus dem Bereich frequenzselektiver Oberflächen stammen [74, 102].

## 2.2.2 Einordnung

Neben der allgemeinen Bezeichnung „periodisch strukturierte Oberfläche“, die keine Einschränkung hinsichtlich des Verhältnisses zwischen Periodizität und Wellenlänge oder dem Anwendungsgebiet impliziert, finden sich in der Literatur eine Reihe weiterer Begriffe, die verschiedenen Betrachtungsweisen entspringen:

- Steht das Reflexionsverhalten an der Oberfläche im Vordergrund, wird häufig der Begriff *high-impedance surface* (HIS) verwendet, der von Sievenpiper [128], [38] geprägt wurde. Diese Bezeichnung beruht auf dem charakteristischen Frequenzgang des Reflexionsfaktors, dessen Argument an einem Frequenzpunkt einen Nulldurchgang aufweist. Wir werden auf dieses Verhalten in Kapitel 4 näher eingehen.

Einen Spezialfall stellen die Strukturen dar, die unter dem Begriff *reactive impedance surface* (RIS) zusammengefasst werden [84]. Die jeweilige Struktur wird hier als verlustlos angenommen, der Reflexionsfaktor besitzt also den Betrag Eins.

- Der aus dem Bereich der photonischen Kristalle stammende Begriff *photonic bandgap structure* (PBG structure) [8], der nicht nur in der Op-

tik anzutreffen ist, bezeichnet allgemein die Art periodischer Strukturen, bei denen die Bandlücke ausgenutzt wird, die auf dem Bragg-Effekt beruht (vgl. Abschnitt 2.1.3). Die Periode bewegt sich also im Bereich der halben Wellenlänge. Im Falle periodisch strukturierter Oberflächen ist hier die Ausprägung der Bandlücke gemeint, die bei der Wellenausbreitung entlang der Oberfläche auftritt.—Dies ist also nicht mit dem Bandsperrencharakter von frequenzselektiven Oberflächen zu verwechseln, bei denen der Einfall ebener Wellen aus beliebiger Richtung und deren Transmission durch die Struktur betrachtet wird.

- Strukturen, bei denen sich zwar eine Bandlücke für elektromagnetische Wellen ausbildet, die nicht notwendigerweise auf dem Bragg-Effekt beruht, werden im Allgemeinen als *electromagnetic bandgap structures (EBG structures)* bezeichnet. Teilweise werden in der Literatur die Bezeichnungen EBG-Struktur und PBG-Struktur auch synonym verwendet, obwohl letztere strenggenommen einen Sonderfall beschreibt.
- Teilweise sehr kontrovers diskutiert ist das Thema *Metamaterialien*. Unter diesem Begriff werden künstlich erzeugte Materialien zusammengefasst, die physikalische Eigenschaften aufweisen, die in der Natur vorkommende Materialien—nach heutigem Kenntnisstand—nicht zeigen. Obwohl nicht zwingend notwendig, basieren die Realisierungen solcher „Materialien“ häufig auf periodischen Anordnungen. Die Periode ist dabei deutlich kleiner als die Wellenlänge, daher werden Metamaterialien als homogenes Medium modelliert und mit effektiven Materialparametern beschrieben. Durch geeignete Strukturierung lassen sich „Materialien“ erzeugen, deren effektive relative Permittivität und Permeabilität kleiner Eins oder sogar negativ sind.\* Die Auswirkungen auf die Wellenausbreitung wurden unter anderem von Veselago [89] untersucht.

Die obige Klassifizierung periodisch strukturierter Oberflächen ist keineswegs im strengen Sinne zu verstehen. Die eingeführten Begriffe dienen zwar als Orientierungshilfe, in der Literatur allerdings wird mit den unterschiedli-

---

\*Diese Effekte spielen insbesondere im optischen Bereich eine wichtige Rolle, da sich plötzlich auch hier magnetische Antworten realisieren lassen, d.h., effektiv zeigt sich eine relative Permeabilität verschieden von Eins. Bei den bisher bekannten Materialien ist im optischen Bereich die elektrische Antwort deutlich stärker ausgeprägt als die magnetische [31].

chen Bezeichnungen teilweise sehr oberflächlich umgegangen, was die Einordnung sehr erschweren kann.\* Da im Rahmen dieser Arbeit auf mehrere Aspekte hinsichtlich periodisch strukturierter Oberflächen eingegangen wird, beschränken wir uns nicht auf einen der eingeführten Begriffe, sondern gehen zunächst immer vom allgemeinen Fall aus.

### 2.2.3 Anwendungen

Wie sich aus der Einordnung in verschiedene Kategorien bereits schlussfolgern lässt, besitzen periodisch strukturierte Oberflächen eine Reihe von interessanten Eigenschaften und finden in diversen Bereichen Anwendung. Auf einige Anwendungen periodisch strukturierter Oberflächen aus dem Bereich der Hochfrequenz- und Mikrowellentechnik sei nun zum Abschluss dieses Kapitels hingewiesen.

Zunächst gehen wir auf Anwendungen ein, bei denen die Bandlückencharakteristik ausgenutzt wird. In [95] wird beispielsweise eine Patch-Antenne vorgestellt, deren Trägersubstrat als photonischer Kristall ausgeführt ist. Das Substrat wurde so ausgelegt, dass der Arbeitsfrequenzbereich der Antenne in die photonische Bandlücke der Struktur fällt. Damit wird den Verlusten entgegengewirkt, die durch die Anregung unerwünschter Substratmoden entstehen können, was gegenüber dem konventionellen Design insbesondere eine Verbesserung des Vor-Rück-Verhältnisses bewirkt. Ein vergleichbarer Ansatz wird in [125] verfolgt. Im Mittelpunkt der Veröffentlichung steht eine zirkular polarisierte Patch-Antenne, bei der durch die Einbettung der Antenne in eine Bandlückenstruktur, die als periodisch strukturierte Oberfläche ausgeführt ist, eine Verbesserung des Axialverhältnisses erreicht wird.

In [118] steht ebenfalls eine Patch-Antenne im Vordergrund, die in eine periodisch strukturierte Oberfläche eingebettet ist. Im Gegensatz zu den beiden bereits genannten Beispielen streben die Autoren hier allerdings keine Unterdrückung von Substratmoden an, sondern eine gezielte Kopplung zwischen Antenne und Struktur. Gegenüber einer konventionellen Implementierung der Patch-Antenne konnte dadurch eine vergrößerte Anpassungsbandbreite erreicht werden, während die Strahlungscharakteristik nahezu unverändert blieb.

---

\*Insbesondere der Begriff „Metamaterial“ findet sich an vielen Stellen wieder, obwohl sich unter Umständen bei genauerer Betrachtung herausstellt, dass das dort adressierte Problem und dessen Lösung nicht auf Erkenntnissen basiert, die dem Gebiet der Metamaterialien entspringen.

Ein Tiefpassfilter auf Basis einer periodisch strukturierten Oberfläche wird in [116] vorgestellt. Die Implementierung besteht aus einer Streifenleitung, die oberhalb der strukturierten Oberfläche verläuft. Das Filter zeichnet sich durch eine hohe Bandbreite im Sperrbereich und geringe Abmessungen aus.

Der Bandlückencharakter periodisch strukturierter Oberflächen findet auch in Gruppenantennen Anwendung. Wie beispielsweise in [111] anhand numerischer Untersuchungen einer zwei-elementigen Patch-Gruppe gezeigt wird, lässt sich durch die Einbettung einer begrenzten periodischen Struktur die Kopplung zwischen den Einzelelementen verringern. Bei Datenübertragung mit Mehrantennensystemen kann die Verringerung der Kopplung eine erhöhte Übertragungskapazität nach sich ziehen, ein hinreichend großes Signal-Rausch-Verhältnis vorausgesetzt [110]. In Abschnitt 3.5 werden wir die Verringerung der Kopplung mit Hilfe einer periodisch strukturierten Oberfläche am Beispiel einer kompakten zwei-elementigen Dipolgruppe diskutieren.

Aus dem Bereich der photonischen Kristalle stammt der Ansatz, periodische Strukturen als Resonatoren zu verwenden [94]. Wird eine Defektstelle in die periodische Struktur eingebracht—und somit die Periodizität gestört—, so kann sich *innerhalb* einer photonischen Bandlücke ein *lokalisierter Mode* ausprägen. Dieser Mode beschreibt eine Resonanz an der Defektstelle. Da die Resonanzfrequenz im Idealfall die einzige Frequenz ist, die innerhalb der Bandlücke zu beobachten ist, besitzt die Resonanz eine hohe Güte. Basierend auf diesem Prinzip werden beispielsweise in [96, 117] Resonatoren in Streifenleitungstechnik vorgestellt, bei denen die Massefläche unterhalb der Leitung bis auf eine Defektstelle periodisch strukturiert ist.

Neben den bisher genannten Beispielen, bei denen die Bandlücke einer periodischen Struktur ausgenutzt wird, existieren auch eine Reihe weiterer Anwendungsbeispiele, die auf dem ausgeprägten dispersiven Verhalten außerhalb der Bandlücke basieren. In diesem Zusammenhang seien zunächst Leckwellenantennen erwähnt, die von besonderem Interesse für die vorliegende Arbeit sind. Mit Leckwellenantennen werden wir uns ausführlich in den Kapiteln 5 und 6 beschäftigen. In [124] wird ein Diplexer auf Basis einer periodisch strukturierten Oberfläche als weiteres Beispiel vorgestellt, bei dem das disperse Verhalten von Bedeutung ist. In Kombination mit einer Linse ermöglicht die gezeigte Implementierung eine räumliche Trennung zwischen Signalen unterschiedlicher Frequenz. In [36] steht die Untersuchung des Effekts der negativen Brechung im Mittelpunkt, die eine Welle am Übergang

von einem Parallelplattenleiter zu einer entsprechend entworfenen periodisch strukturierten Oberfläche erfährt.

Wie bereits am Anfang des Kapitels erwähnt, ist neben dem Dispersionsverhalten, also dem Ausbreitungsverhalten entlang der strukturierten Oberfläche, das Reflexionsverhalten von Wellen an der Oberfläche ein wichtiger Aspekt. Auch hieraus ergeben sich eine Reihe von Anwendungen. Zunächst seien in diesem Zusammenhang planare Dipolantennen erwähnt [38, 85]. Die periodisch strukturierte Oberfläche dient hier als reflektierende Wand. Obwohl sich der Dipol unmittelbar über der Oberfläche befindet, d.h. mit einem Abstand kleiner  $\lambda/10$ , kann hier eine hohe Effizienz bei gleichzeitig geringer Aufbauhöhe erreicht werden [143]. In Abschnitt 4.5 werden wir uns mit einer Beispielimplementierung einer planaren Dipolantenne beschäftigen.

Eine weitere Anwendung periodisch strukturierte Oberflächen sind Reflektorantennen und Polarisatoren bzw. Polarisationskonverter; auch hier steht das Reflexionsverhalten an der Oberfläche im Vordergrund.\* Durch geeignete Strukturierung der Oberfläche können zum einen ebene Reflektorantennen mit hoher Richtwirkung realisiert werden [121, 129]. Zur verbesserten Fokussierung der einfallenden Welle der Beleuchtungsantenne kommen dabei auch *quasi-periodische* Strukturen zum Einsatz, bei denen lokal Modifikationen an der ursprünglichen Einheitszelle der periodischen Struktur vorgenommen werden. Zum anderen sind Implementierungen möglich, bei denen eine linear polarisierte einfallende Welle als zirkular polarisierte Welle reflektiert wird [119, 120].

---

\*Dies bezieht sich im Falle von Polarisatoren auf *Reflexionspolarisatoren*. Bei *Transmissionspolarisatoren* hingegen ist, wie bei frequenzselektiven Oberflächen, das Transmissionsverhalten entscheidend.





# Kapitel 3

## Dispersion entlang periodisch strukturierter Oberflächen

Periodisch strukturierte Oberflächen weisen eine zweidimensionale Periodizität auf, daher kann die Wellengleichung nach (2.17) um eine Dimension reduziert werden. Die zugehörigen Eigenfunktionen beschreiben Wellen, die sich tangential zur Oberfläche ausbreiten. Aufgrund der Grenzfläche zwischen periodischer Struktur und Freiraum repräsentieren die Lösungen der Wellengleichung entweder *Oberflächenwellen*, die sich entlang der Oberfläche ausbreiten, wobei sie senkrecht zur Oberfläche exponentiell gedämpft werden, oder *Leckwellen*, die während der Ausbreitung entlang der Oberfläche kontinuierlich Energie in den Freiraum abgeben. Der Übergang zwischen beiden Wellentypen verläuft stetig, was mit dem ausgeprägten dispersiven Verhalten periodisch strukturierter Oberflächen zusammenhängt.

Die allgemeingültige Untersuchung der Dispersion stellt sich aufgrund der Vielfalt an möglichen Realisierungen schwierig dar. Wir werden uns daher auf zwei ausgewählte Beispiele beschränken, die für die vorliegende Arbeit von Interesse sind. Den Ausgangspunkt bildet dabei die einfache Pilzstruktur nach Abbildung 2.5. Da der Aufbau der Strukturen im Einzelnen sehr komplex sein kann und diese zudem eine starke Anisotropie aufweisen, wird das Dispersionsverhalten auf numerischem Weg ermittelt. Die numerische Lösung des Eigenwertproblems (2.17) ist dabei weniger aufwendig, als das Problem vielleicht vermuten lässt: Da sich die Randbedingungen an den Zellgrenzen un-

mittelbar aus dem Bloch'schen Theorem (2.20) ergeben, ist es möglich, aus dem Verhalten einer einzelnen Zelle auf das der gesamten Struktur zu schließen.

Obwohl die numerische Analyse unumgänglich ist, können qualitative Aussagen über das dispersive Verhalten periodisch strukturierter Oberflächen mit Hilfe geeigneter Modelle getroffen werden. Die Einheitszelle wird dabei auf ein äquivalentes Ersatzschaltbild abgebildet, aus dem ein analytischer Ausdruck für das Dispersionsverhalten abgeleitet werden kann.

Eine besondere Herausforderung stellt die Messung des Dispersionsverhaltens dar. Wir werden in diesem Kapitel auf die Messung des Frequenzgangs der Transmission entlang der Oberfläche eingehen, woraus sich insbesondere Bereiche erhöhter Dämpfung, die Bandlücken, identifizieren lassen. Neben der Amplitude betrachten wir auch die Phase des Transmissionsfaktors, mit Hilfe derer auch Schlussfolgerungen über den tatsächlichen Verlauf der Dispersion gezogen werden können.

## 3.1 Oberflächen- und Leckwellen

Periodisch strukturierte Oberflächen können als eine spezielle Art Wellenleiter angesehen werden. Es gibt zwei Typen von Wellen, die sich entlang der Oberfläche ausbreiten können: Oberflächenwellen und Leckwellen. Während sich bei Oberflächenwellen die Leistung unmittelbar an der Oberfläche konzentriert, geben Leckwellen während der Ausbreitung kontinuierlich Leistung in die Umgebung ab.

Zur Beschreibung beider Wellentypen gehen wir zunächst von der allgemeinen Form einer ebenen Welle aus

$$\psi(\vec{r}) = C \exp(-j \vec{k} \cdot \vec{r}) \quad (3.1)$$

mit der Amplitude  $C$ .  $\psi(\vec{r})$  steht hier für eine beliebige Feldkomponente am Punkt  $\vec{r}$ . Wir setzen eine harmonische Zeitabhängigkeit  $\exp(j \omega t)$  voraus. Die Oberfläche befinde sich an der Stelle  $\vec{r} = (r_t \ 0)^T$ . Nun können wir den Exponentialterm der ebenen Welle nach (3.1) auch als Produkt zweier Exponentialterme schreiben. Mit  $\vec{k} = (k_t \ k_n)^T$  und  $\vec{r} = (r_t \ r_n)^T$  ergibt sich

$$\psi(\vec{r}) = C \exp(-j k_n r_n) \exp(-j k_t r_t) \quad \text{für } r_n \geq 0, \quad (3.2)$$

dabei steht  $k_t$  bzw.  $k_n$  für die (komplexe) Wellenzahl, die tangential bzw. normal zur Oberfläche gerichtet ist. Der erste Exponentialterm  $\exp(-j k_n r_n)$  in (3.2) repräsentiert somit die Ausbreitung senkrecht zur Oberfläche, der zweite Term  $\exp(-j k_t r_t)$  die Ausbreitung parallel zur Oberfläche.

Welcher Natur die Welle nach (3.2) tatsächlich ist, hängt nun von den beiden Wellenzahlen  $k_t = k'_t - j k''_t$  und  $k_n = k'_n - j k''_n$  ab. Dabei sind drei Fälle zu unterscheiden:

1.  $k_t = k'_t \geq k_0$ ,
2.  $k_t = k'_t - j k''_t$  mit  $k'_t \geq k_0$  und  $k''_t > 0$  sowie
3.  $k_t = k'_t - j k''_t$  mit  $0 \leq k'_t < k_0$  und  $k''_t > 0$ .

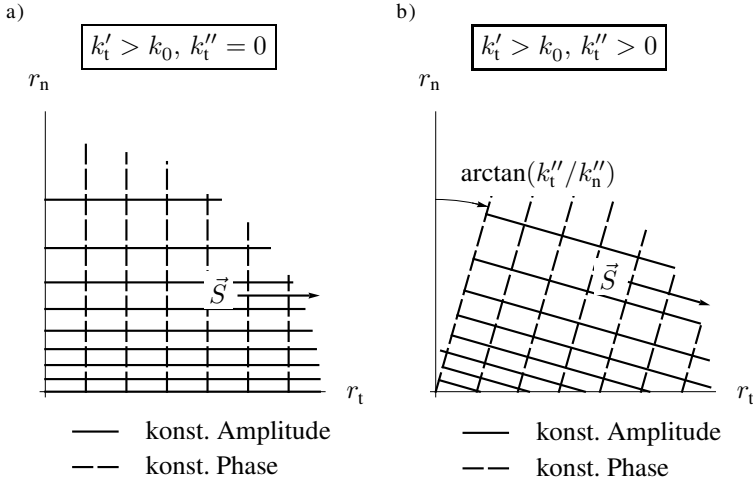
Die normale Komponente  $k_n$  ergibt sich jeweils aus

$$k_0^2 = k_t^2 + k_n^2 \quad \text{mit} \quad k_0 \in \mathbb{R}, k_0 > 0, \quad (3.3)$$

dabei steht  $k_0$  für die Wellenzahl im oberen Halbraum  $r_n > 0$ .

**1. Fall:**  $k_t = k'_t > k_0$ . Aus (3.3) folgt  $k_n = -j k''_n$ . In diesem Fall handelt es sich um eine Oberflächenwelle, die sich tangential zur Oberfläche mit der Phasengeschwindigkeit ( $U = \omega/k_t < c = \omega/k_0$ ) ausbreitet;  $c$  steht für die Lichtgeschwindigkeit im Freiraum. Senkrecht zur Oberfläche, d.h. in Normalenrichtung  $r_n$ , erfährt die Welle eine exponentielle Dämpfung,  $k''_n > 0$  vorausgesetzt. Die Ebenen konstanter Amplitude bzw. Phase verlaufen parallel bzw. senkrecht zur Oberfläche, wie Abbildung 3.1a illustriert.

**2. Fall:**  $k_t = k'_t - j k''_t$ ,  $k'_t > k_0$ ,  $k''_t > 0$ . Die Welle erfährt in diesem Fall auch eine exponentielle Dämpfung in tangentialer Richtung. Aus (3.3) ergibt sich dann  $k_n = k'_n - j k''_n$ , d.h., es tritt auch ein Leistungsfluss senkrecht zur Oberfläche auf. Die Ebenen konstanter Amplitude bzw. Phase sind nun gegenüber der Oberfläche bzw. der Normalenrichtung um den Winkel  $\arctan(k''_t/k'_t) = -\arctan(k''_n/k'_n)$  geneigt. Abbildung 3.1b zeigt den Verlauf der Ebenen für den Fall  $k'_n < 0$  und  $k''_n > 0$ , bei dem der resultierende Leistungsfluss zur Oberfläche hin geneigt ist. Dies entspricht dem Verhalten einer Zenneck'schen Oberflächenwelle [62], die sich entlang der Grenzfläche zwischen Freiraum und einem verlustbehafteten Dielektrikum ausbildet.



**Abbildung 3.1:** Ebenen konstanter Amplitude und Ebenen konstanter Phase bei Ausbreitung einer Oberflächenwelle: a)  $k'_t = 0$ , b)  $k'_t > 0$ . Die Oberfläche fällt mit der Ebene  $r_n = 0$  zusammen. Die Richtung des Leistungsflusses ist durch den Poynting'schen Vektor  $\vec{S}$  gegeben.

**3. Fall:**  $k_t = k'_t - j k''_t, 0 \leq k'_t \leq k_0, k''_t > 0$ . Aus (3.3) erhalten wir  $k_n = k'_n - j k''_n$ , woraus wir, wie im 2. Fall, auf einen zusätzlichen Leistungsfluss senkrecht zur Oberfläche schließen können. Der Unterschied zum 2. Fall besteht hinsichtlich des Wertebereichs für  $k'_t$ , der nur die Wellen umfasst, bei denen entlang der Oberfläche  $U \geq c^*$ . Wir können nun im Sinne der Wellenzahl-Erhaltung einen Winkel  $\hat{\theta}$  in der Form

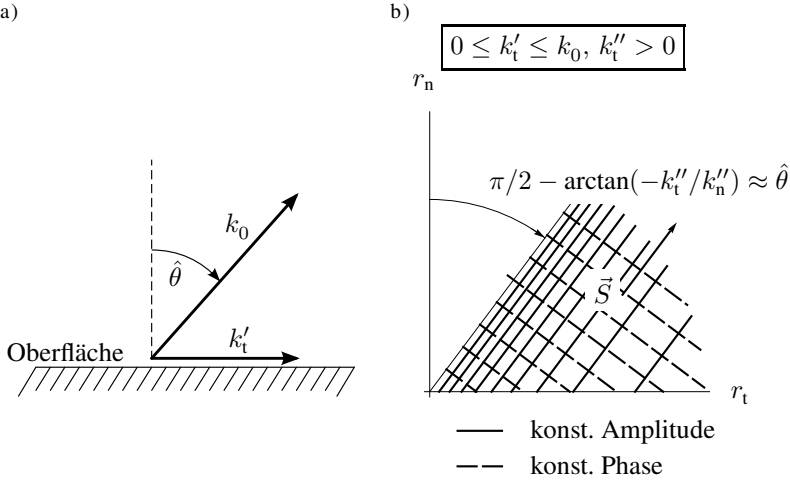
$$\sin \hat{\theta} = \frac{k'_t}{k_0} \quad (3.4)$$

definieren (vgl. Abbildung 3.2a). Berücksichtigen wir nun die Voraussetzung  $0 \leq k'_t \leq k_0$ , dann nimmt  $\hat{\theta}$  rein reelle Werte im Intervall  $[0, \pi/2]$  an. Wie in Abbildung 3.2b illustriert, ist somit der resultierende Leistungsfluss in den oberen Halbraum gerichtet. Die zugehö-

\* In der englischsprachigen Literatur werden diese Wellen als „fast waves“ bezeichnet.

rigen Ebenen konstanter Amplitude bzw. konstanter Phase sind im mathematischen positiven Drehsinn gegenüber der Oberfläche bzw. der Normale um den Winkel  $\arctan(-k_t''/k_n'')$  geneigt, der nur positive Werte annimmt, wenn  $k_n'' < 0$ . Im vorliegenden Fall ist also zur Bestimmung von  $k_n$  aus (3.3) die positive Wurzel heranzuziehen. Im 1. und 2. Fall hingegen *muss* der Leistungsfluss entweder entlang der Oberfläche oder in die Oberfläche hinein gerichtet sein, da  $\hat{\theta}$  aus (3.4) für  $k_t' > k_0$  komplexe Werte annimmt. Daher ist in diesem Fall bei der Bestimmung von  $k_n$  aus (3.3) die negative Wurzel zu nehmen, da sich nur dann der korrekte Verlauf der Ebenen konstanter Amplitude und konstanter Phase ergibt.

Aus der, mit der Voraussetzung  $0 \leq k_t' \leq k_0$  korrespondierenden, Richtung des Leistungsflusses folgt, dass die Welle nicht mehr streng an die Oberfläche gebunden ist. Es koppelt hingegen kontinuierlich Leistung von der Welle zu einer Freiraumwelle über. Diese Kopplung führt zwangsläufig zu einer Dämpfung der Welle entlang der Oberfläche, was sich im nicht-verschwindenden Imaginärteil von  $k_t$  widerspiegelt. Diesem „Lecken“ der Leistung verdankt die Leckwelle ihren Namen. Das mit einer Leckwelle zusammenhängende Aufklingen in Richtung der Oberflächennormale  $r_n$ , das unmittelbar aus der Wahl des positiven Vorzeichens bei der Bestimmung von  $k_n$  aus (3.3) folgt, erscheint zunächst physikalisch unmöglich, da die Lösung der Wellengleichung für  $r_n \rightarrow \infty$  nicht beschränkt ist—in der englischsprachigen Literatur wird in diesem Zusammenhang von „improper waves“ gesprochen. In der Tat beobachten wir in Abbildung 3.2b für  $r_t = \text{const.}$  mit wachsendem Abstand von der Oberfläche eine Zunahme der Feldamplitude im oberen Halbraum, wie an der Verdichtung der Ebenen konstanter Amplitude deutlich wird. Diese Zunahme ist jedoch nur innerhalb des Raumbereiches zu verzeichnen, der durch die Winkel innerhalb des Intervalls  $[\hat{\theta}, \pi/2]$  begrenzt wird. Weiterhin muss berücksichtigt werden, dass entlang der Richtung des tatsächlichen Leistungsflusses das Feld aufgrund der Abstrahlung eine Ausbreitungsdämpfung erfährt [51]. Daher ist, entgegen dem scheinbaren physikalischen Widerspruch, die Lösung der Wellengleichung beschränkt für  $|\vec{r}| \rightarrow \infty$ . Die Natur der Leckwelle wird uns in Kapitel 5 weiter beschäftigen, da diese bei der Analyse der Strahlungseigenschaften periodisch strukturierter Oberflächen eine wichtige Rolle spielt.



**Abbildung 3.2:** a) Beziehung zwischen den Wellenvektoren bei einer Leckwelle. b) Ebenen konstanter Amplitude und Ebenen konstanter Phase bei Ausbreitung einer Leckwelle. Die Oberfläche fällt mit der Ebene  $r_n = 0$  zusammen. Der Leistungsfluss, dessen Richtung durch den Pointing'schen Vektor  $\vec{S}$  gegeben ist, zeigt von der Oberfläche in den oberen Halbraum.

Bei allen drei Arten von Wellen, die wir soeben betrachtet haben, handelt es sich um *inhomogene ebene Wellen*, die dadurch gekennzeichnet sind, dass die Ebenen konstanter Amplitude und konstanter Phase *nicht* zusammenfallen [4, S. 737]. In den genannten Fällen stehen diese Ebenen senkrecht aufeinander.

Oberflächenwellen können prinzipiell an jeder Grenzfläche auftreten, wie am sprunghaften Übergang zweier Medien unterschiedlicher Brechzahlen [11, 17]. Ein Beispiel ist die Ausbreitung einer Welle entlang dem Erdboden. Dieses Problem wurde unter anderem von Zenneck [62] und Sommerfeld [60] im Zusammenhang mit den Strahlungseigenschaften einer Antenne über dem Erdboden untersucht.

Bei periodisch strukturierten Oberflächen besteht die Besonderheit, dass entsprechend der allgemeinen Lösung (2.19) der homogenen Wellengleichung (2.17), die wir um eine Dimension reduzieren können, theoretisch un-

endlich viele Oberflächenwellen ausbreitungsfähig sind. Im Allgemeinen ergibt sich daher die resultierende Feldverteilung an der Oberfläche aus der Superposition all dieser Raumharmonischen. Enthält der Satz an Raumharmonischen wenigstens eine Harmonische, die die Eigenschaften einer Leckwelle besitzt, dann ist der gesamte Mode „leckend“, ansonsten ist er an die Oberfläche gebunden [88]. Hinsichtlich des Dispersionsverhaltens periodisch strukturierter Oberflächen müssen wir allerdings nicht alle Raumharmonischen berücksichtigen, sondern es genügt, wenn wir unsere Betrachtungen auf die 1. bzw. die irreduzible Brillouin-Zone beschränken.

## 3.2 Dispersionsverhalten: Zwei Beispiele

Nachdem wir die Arten von Wellen kennengelernt haben, die sich entlang periodisch strukturierter Oberflächen ausbreiten können, diskutieren wir nun das Dispersionsverhalten anhand zweier Beispiele.

### 3.2.1 Beispiel 1. Pilzstruktur

Zunächst untersuchen wir die Pilzstruktur aus Abbildung 2.5, deren Einheitszelle in Abbildung 3.3a skizziert ist. Das gewählte Trägersubstrat\* besitzt eine relative Permittivität von 3.55 und einen dielektrischen Verlust von 0.0027 (Nominalwerte). Die Höhe des Substrates beträgt 3.148 mm.<sup>†</sup> Der Spalt zwischen den Strukturierungen auf der oberen Lage ist 0.2 mm. Die einzelnen Elemente sind jeweils durch eine Durchkontaktierung des Durchmessers 0.5 mm mit der unteren Lage galvanisch verbunden.

Die mit der Struktur korrespondierende Wigner-Seitz-Zelle ist quadratisch mit der Fläche  $a^2$  mit der Gitterkonstanten  $a = 4.7$  mm. Beschränken wir unsere Betrachtung auf die x-y-Ebene, die Grenzebene zwischen Freiraum und strukturierter Oberfläche, dann ist die primitive Basis der Struktur durch die zweidimensionalen Gittervektoren  $\vec{a}_1 = (a \ 0)^T = a \vec{e}_x$  und  $\vec{a}_2 = (0 \ a)^T = a \vec{e}_y$  gegeben mit den Einheitsvektoren in x- und y-

---

\*RO4003C von Rogers [131]

<sup>†</sup>Dieser Wert wurde im Hinblick auf eine praktische Realisierung gewählt. Dabei setzt sich das Substrat aus zwei Kernen der Höhe 1.524 mm und einer Zwischenlage (Prepreg) der Höhe 0.102 mm zusammen.

Richtung  $\vec{e}_x$  und  $\vec{e}_y$ . Entsprechend erhalten wir aus (2.5) für die reziproken Gittervektoren  $\vec{b}_1 = (2\pi/a \ 0)^T$  und  $\vec{b}_2 = (0 \ 2\pi/a)^T$ .

Das numerisch ermittelte Dispersionsdiagramm der Pilzstruktur zeigt Abbildung 3.3b [130].\* Das Diagramm beinhaltet drei Regionen, die jeweils eine Kante der irreduziblen Brillouin-Zone repräsentieren (siehe Abbildung 2.3):

- Der erste Kante  $\Gamma \rightarrow X$  entspricht dem Bereich  $0 \leq k_x < \pi/a$  mit  $k_y = 0$ ,
- der zweite Kante  $X \rightarrow M$  dem Bereich  $0 \leq k_y < \pi/a$  mit  $k_x = \pi/a$  und
- die dritte Kante  $\Gamma \rightarrow M$  dem Bereich  $0 \leq k_x < \pi/a$  mit  $k_x = k_y$ .

$k_x$  und  $k_y$  stehen hier für die Wellenzahlen in x- und y-Richtung. Der resultierende tangentielle Wellenvektor

$$\vec{k}_t = (k_x \ k_y)^T = u \vec{b}_1 + v \vec{b}_2 \quad (3.5)$$

ist eine Linearkombination der reziproken Gittervektoren, wobei die reellen Zahlen  $u$  und  $v$  entsprechend der jeweiligen Kante zu wählen sind. Damit ergibt sich der Phasenversatz pro Zelle aus  $\text{Re}\{k_t\} a = k'_t a$  mit  $k'_t = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ , der, normiert auf  $\pi$ , die Abszisse im Dispersionsdiagramm quantifiziert.

In Abbildung 3.3b sind die Dispersionsverläufe für die ersten beiden auftretenden Moden aufgetragen. Der 1. Mode hat einen transversal-magnetischen (TM) Charakter, der aufgrund der im Verhältnis schwachen elektrischen Längsfeldkomponente auch als quasi-transversal-elektromagnetisch (quasi-TEM) klassifiziert werden kann. Der 2. Mode hingegen ist transversal-elektrischer (TE) Natur.

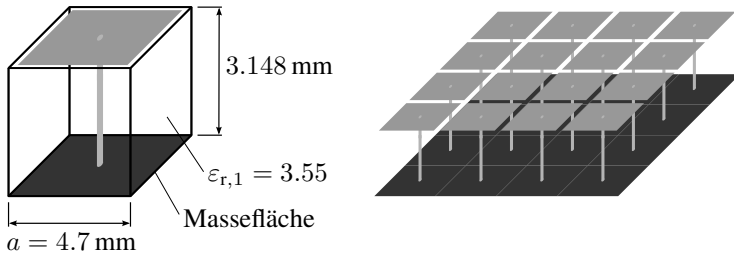
Betrachten wir zunächst die erste Region entlang der Kante  $\Gamma \rightarrow X$ . Für „kleine“  $k'_t$  zeigen beide Kurven einen positiven Anstieg. Die Phasengeschwindigkeit  $U$  und die Gruppengeschwindigkeit  $V$  der Wellen sind parallel gerichtet, daher handelt es sich um *Vorwärtswellen*. Der 1. Mode hat keine untere Grenzfrequenz, sondern er entspringt für  $k'_t = 0$  dem Ursprung, ebenso wie bei der Wellenausbreitung im Freiraum, deren Dispersionscharakteristik durch die Lichtlinie  $c k'_t$  in Abbildung 3.3b repräsentiert wird. Für „kleine“  $k'_t$  beschreibt der 1. Mode daher Wellen, die zwar an die Oberfläche gebunden

---

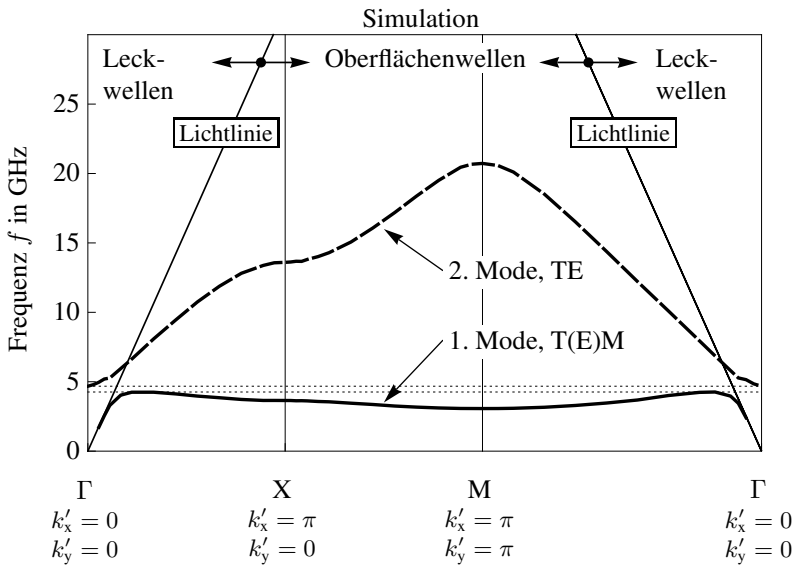
\* Simulationswerkzeug Ansoft HFSS



a)



b)



**Abbildung 3.3:** Pilzstruktur nach Sievenpiper [128]. a) Skizze der Einheitszelle: Metallisierte Elemente sind grau eingefärbt. Die Dicke der Metallisierung beträgt  $35 \mu\text{m}$ . Die schwarzen Linien umfassen das Zellvolumen; sie haben keine physikalische Bedeutung. b) simuliertes Dispersionsdiagramm [130]: Die vertikalen Linien markieren die Übergänge zwischen den einzelnen Regionen, die jeweils eine Kante entlang der irreduziblen Brillouin-Zone repräsentieren. Die horizontalen Linien (gepunktet dargestellt) kennzeichnen die Bandlücke.

sind, deren Leistung jedoch hauptsächlich im Freiraum unmittelbar über der Oberfläche konzentriert ist. Der 2. Mode ist erst ab einer unteren Grenzfrequenz von 4.68 GHz ausbreitungsfähig. Diese Tatsache allein deutet bereits auf eine starke Dispersion der periodisch strukturierten Oberfläche hin, da einer unendlich großen Wellenlänge eine Frequenz verschieden von Null zugeordnet wird.\* Somit weist in diesem Grenzfall der 2. Mode gemäß (2.16) eine unendliche Phasengeschwindigkeit auf. Energie kann allerdings nicht entlang der Struktur transportiert werden, da die Steigung der Kurve an der Stelle  $k'_t = 0$  und somit die Gruppengeschwindigkeit verschwindet.

Während die Frequenz des 2. Modes für zunehmende  $k'_t$  ansteigt,  $V$  und  $U$  sind also stets parallel zueinander, tritt beim 1. Mode an der Stelle  $k'_t = k_c$  ein Frequenzmaximum von 4.24 GHz auf, oberhalb dessen der 1. Mode nicht ausbreitungsfähig ist. Für  $k'_t > k_c$  beobachten wir einen Abfall der Kurve, d.h., die geführte Wellenlänge  $\lambda_t = 2\pi/k'_t$  steigt mit steigender Frequenz  $f$ . Dieses Verhalten ist charakteristisch für eine *Rückwärtswelle*, bei der die Phasengeschwindigkeit  $U$  und die Gruppengeschwindigkeit  $V$  entgegengesetzt, d.h. „antiparallel“, gerichtet sind. Die gegengesetzten Vorzeichen von  $V$  (2.15) und  $U$  (2.16) lassen sich direkt an dem Kurvenverlauf für die TM-Moden erkennen: Während der Anstieg der Kurve  $\partial_{k'_t}\omega$  negativ ist, weist das Verhältnis  $\omega/k'_t$  ein positives Vorzeichen auf. Tatsächlich ist aber entgegen dieser Beobachtung nicht die Gruppengeschwindigkeit negativ sondern die Phasengeschwindigkeit [3], was sich nicht unmittelbar aus der Simulation folgern lässt. Das elektrische und magnetische Feld bilden mit dem Wellenvektor  $\vec{k}_t$  ein *Linkssystem*, mit dem Pointing'schen Vektor hingegen per Definition ein *Rechtssystem*. Beim Übergang vom Vorwärts- zum Rückwärtswellenbereich bleibt die Richtung des Leistungsflusses erhalten, lediglich die Phase erfährt einen Vorzeichenwechsel. Im Dispersionsdiagramm ist daher die Abszisse strenggenommen mit  $|k'_t|$  zu bezeichnen. Angesichts der Beziehung zwischen den Feldgrößen und dem Wellenvektor werden Vorwärtswellenstrukturen auch als *rechtshändig*, Rückwärtswellenstrukturen als *linkshändig* bezeichnet.

Aufgrund der oberen Grenzfrequenz des 1. Mode und der unteren Grenzfrequenz des 2. Mode, die in der Regel unterschiedlich ausfallen, entsteht ein Frequenzbereich, innerhalb dessen keine Wellenausbreitung möglich ist. Es bildet sich also ein Sperrbereich bzw. eine Bandlücke aus. Im Gegensatz zum Beispiel in Abschnitt 2.1.3 (Abbildung 2.4, S. 18) beruht die Bandlücke al-

---

\* Dieses Verhalten tritt beispielsweise auch in Hohlleitern auf (siehe z.B. [4]).

lerdings *nicht* auf dem Bragg-Effekt. Der Grund für den Sperrbereich liegt in der reaktiven Wechselwirkung, die zwischen den einzelnen Zellen auftritt. Besonders hervorzuheben sind in diesem Zusammenhang die Durchkontaktierungen, denen eine induktive Wirkung zugeschrieben werden kann, sowie die Spalte zwischen den Elementen der oberen Lage, die eine kapazitive Kopplung zur Folge haben. Wir werden in Abschnitt 3.3 auf die Ursache der Bandlücke eingehen.

Bei der Betrachtung des gesamten Dispersionsdiagramms in Abbildung 3.3b wird deutlich, dass es sich um eine *absolute* Bandlücke handelt, da sie sich über alle drei Regionen erstreckt. Zwischen den Übergängen der einzelnen Regionen ist der Verlauf der Kurven qualitativ gleichwertig mit dem der ersten Region: Der 1. Mode ist eine Rückwärtswelle, der 2. Mode eine Vorwärtswelle,  $k'_t > k_c$  vorausgesetzt. Dabei ist zu berücksichtigen, dass die Kante  $\Gamma \rightarrow M$  rückläufig aufgetragen wurde, um die Stetigkeit der Kurven an den Übergängen zu verdeutlichen. An den Übergängen zwischen den Regionen, also an den Symmetriepunkten selbst, verschwindet die Gruppengeschwindigkeit, unabhängig vom jeweiligen Mode. An diesen Stellen ist die Bragg-Bedingung (2.14) erfüllt ebenso wie entlang der Kante  $X \rightarrow M$ , die zur Grenze der 1. Brillouin-Zone gehört.

Basierend auf der Fallunterscheidung im vorangegangenen Unterabschnitt hinsichtlich  $k_t$  und den resultierenden Wellentypen können wir das Dispersionsdiagramm in zwei Bereiche einteilen: einen Leckwellenbereich und einen Oberflächenwellenbereich. Innerhalb der ersten Region ( $\Gamma \rightarrow X$ ) finden wir links der Lichtlinie einen Leckwellenbereich, da hier  $k'_t \leq k_0$ . Rechts der Lichtlinie ist  $k'_t > k_0$ , d.h., die hier auftretenden Moden sind Oberflächenwellen. Der Oberflächenwellenbereich erstreckt sich bis in die dritte Region ( $M \rightarrow \Gamma$ ) hinein und endet an der Lichtlinie. Rechts von dieser befindet sich ein weiterer Leckwellenbereich. In der englischsprachigen Literatur wird in diesem Zusammenhang von *radiation cone* gesprochen. Diese Bezeichnung folgt aus der Form, die den Leckwellenbereich repräsentiert, wenn wir für jeden Mode die Flächen entsprechend der Abbildungsvorschrift  $f(k_x, k_y)$  im Dreidimensionalen auftragen. In diesem Fall wird also jedem Punkt  $(k_x \ k_y)^T$  im reziproken Gitter je Mode eine Frequenz  $f$  zugeordnet. Der Leckwellenbereich entspricht dann einem Kegelvolumen, dessen Spitze mit dem Ursprung zusammenfällt und auf dessen Oberfläche  $k'_t = k_0$ .

Das Dispersionsdiagramm der Pilzstruktur in Abbildung 3.3 zeigt, dass

die Kurve des 1. Modes ohne Ausnahme innerhalb des Bereiches verläuft, den wir als Oberflächenwellenbereich klassifiziert haben. Sofern wir also solch eine Welle anregen, wird diese immer an die Oberfläche gebunden sein und normal zur Struktur eine exponentielle Dämpfung erfahren. Die Kurve des 2. Modes erstreckt sich über beide Bereiche des Dispersionsdiagramms, d.h., wir haben einen Übergang zwischen Leck- und Oberflächenwellen, was den ausprägten dispersiven Charakter der Struktur verdeutlicht. Der Frequenzbereich, in dem sich Leckwellen ausbreiten können, wird nach unten durch die untere Grenzfrequenz des 2. Modes begrenzt. Die obere Grenze ist durch den Schnittpunkt mit der Lichtlinie gegeben. Die Frequenzabhängigkeit der tangentialen Wellenzahl  $k_t$  hat zur Folge, dass sich auch der Winkel  $\theta$  nach (3.4) über der Frequenz ändert. Die mit einer Leckwelle korrespondierende Richtung des Leistungsflusses ist also eine Funktion der Frequenz. Dieses Verhalten, das in der englischsprachigen Literatur unter dem Begriff *frequency scanning* bekannt ist, wird uns in Kapitel 5 noch näher beschäftigen, wenn wir die Strahlungscharakteristik periodisch strukturierter Oberflächen untersuchen.

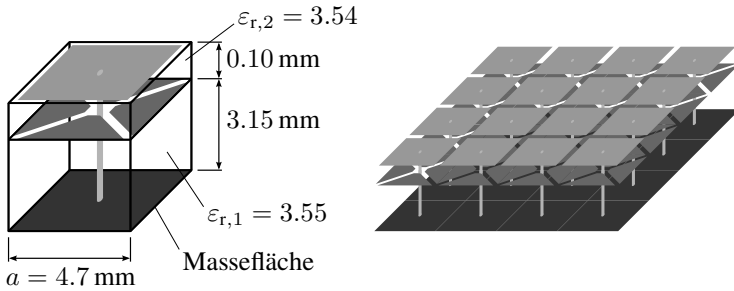
Abschließend sei noch erwähnt, dass durch die Berücksichtigung höherer Moden die Bandstruktur der Pilzstruktur deutlich komplexer ausfällt, als in Abbildung 3.3b dargestellt (vgl. [38, Abb. 10]). Wir haben allerdings bereits durch die Betrachtung der ersten beiden Moden alle wesentlichen Ausbreitungseigenschaften der Wellen kennengelernt, die sich entlang der Struktur ausbilden. D.h., die Schlussfolgerungen, die wir aus den Dispersionsverläufen dieser beiden Moden gezogen haben, lassen sich auch auf die Verläufe höherer Moden übertragen.

### 3.2.2 Beispiel 2. Pilzstruktur mit Zwischenlage

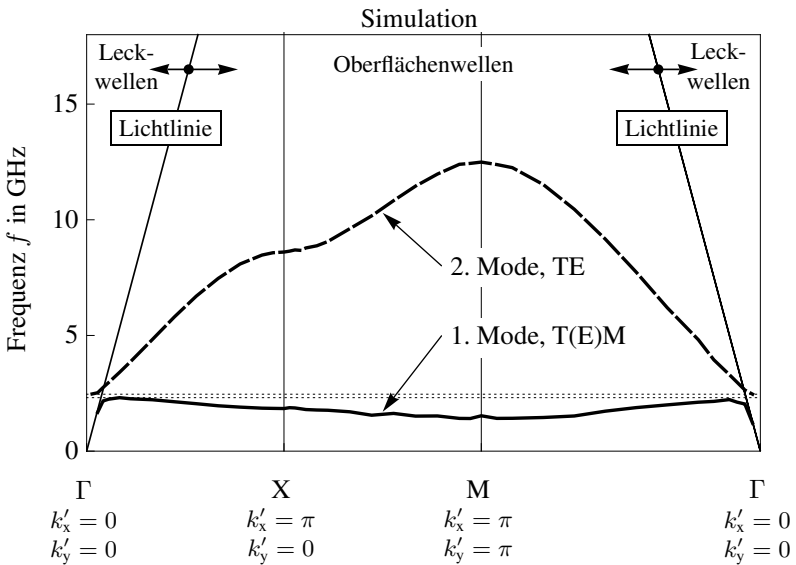
Wir werden nun ein weiteres Beispiel einer periodisch strukturierten Oberfläche hinsichtlich der Dispersionseigenschaften diskutieren. Die Struktur unterscheidet sich dabei von der Pilzstruktur lediglich durch eine zusätzliche Innenlage, die ebenfalls periodisch strukturiert ist.

Die Einheitszelle zeigt Abbildung 3.4a [36]. Die Innenlage setzt sich aus Elementen zusammen, die mit denen der oberen Lage vergleichbar sind. Hinsichtlich ihrer Anordnung sind die Elemente allerdings gegenüber der oberen Lage um  $45^\circ$  verdreht und entlang des Vektors  $1/2(\vec{a}_1 + \vec{a}_2)$  verschoben.  $\vec{a}_1 = a\vec{e}_x$  und  $\vec{a}_2 = a\vec{e}_y$  bilden dabei die primitive Basis mit  $a = 4.7$  mm. Aus (2.5) ergibt sich somit für die reziproken Gitter-

a)



b)



**Abbildung 3.4:** Pilzstruktur mit Zwischenlage [36]. a) Skizze der Einheitszelle: Metallisierte Elemente sind grau eingefärbt. Die Dicke der Metallisierung beträgt  $35 \mu\text{m}$ . Die schwarzen Linien umfassen das Zellvolumen; sie haben keine physikalische Bedeutung. b) Simuliertes Dispersionsdiagramm [130]: Die vertikalen Linien markieren die Übergänge zwischen den einzelnen Regionen, die jeweils eine Kante entlang der irreduziblen Brillouin-Zone repräsentieren. Die horizontalen Linien (gepunktet dargestellt) kennzeichnen die Bandlücke.

vektoren  $\vec{b}_1 = (2\pi/a \ 0)^T$  und  $\vec{b}_2 = (0 \ 2\pi/a)^T$ . Aufgrund der zusätzlichen Zwischenlage unterscheidet sich der Lagenaufbau gegenüber dem der Pilzstruktur durch eine weitere Substratschicht der Höhe 0.10 mm mit einer relativen Permittivität von 3.54 und einem dielektrischen Verlust von 0.004 [131] (Nominalwerte).

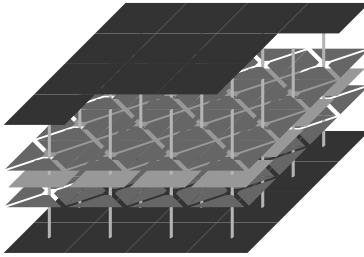
Das numerisch ermittelte Dispersionsdiagramm ist in Abbildung 3.4b aufgetragen, wobei auch hier nur die ersten beiden Moden je Phasenkonstante  $k'_t$  berücksichtigt wurden. Die Dispersionskurven zeigen hinsichtlich ihres qualitativen Verlaufs keinen Unterschied zu denen der Pilzstruktur in Abbildung 3.3b. Dies gilt auch für den Wellencharakter der einzelnen Moden: So handelt es sich beim 1. Mode ebenfalls um einen TM-Wellentyp, der sich unabhängig von  $k'_t$  als Oberflächenwelle ausbildet, beim 2. Mode um einen TE-Wellentyp, der sowohl im Leckwellenbereich als auch im Oberflächenwellenbereich auftritt.

Quantitativ unterschieden sich die Dispersionsdiagramme beider Strukturen. Dies zeigt sich an den Grenzfrequenzen der einzelnen Moden und dementsprechend auch an der Lage der Bandlücke, die sich innerhalb des Frequenzbereichs zwischen 2.31 GHz und 2.47 GHz ausprägt. Im Gegensatz zur Pilzstruktur nach Abbildung 3.3a ist die Bandlücke also hinsichtlich der Frequenz deutlich nach unten verschoben. Die Ursache für die Verschiebung ist die zusätzliche Innenlage, die eine stärkere Kopplung zwischen den einzelnen Zellen nach sich zieht. Inwieweit durch die Kopplung die Bandlücke beeinflusst wird, erörtern wir in Abschnitt 3.3. In diesem Zusammenhang werden wir auch veranschaulichen, weshalb der Unterschied der Dispersionsdiagramme aus Abbildung 3.3b und Abbildung 3.4b nur quantitativer Art sein kann. Wir können daher die Diskussion der Dispersionscharakteristik hier auf die gleiche Weise führen, wie wir es im vorangegangenen Unterabschnitt getan haben.

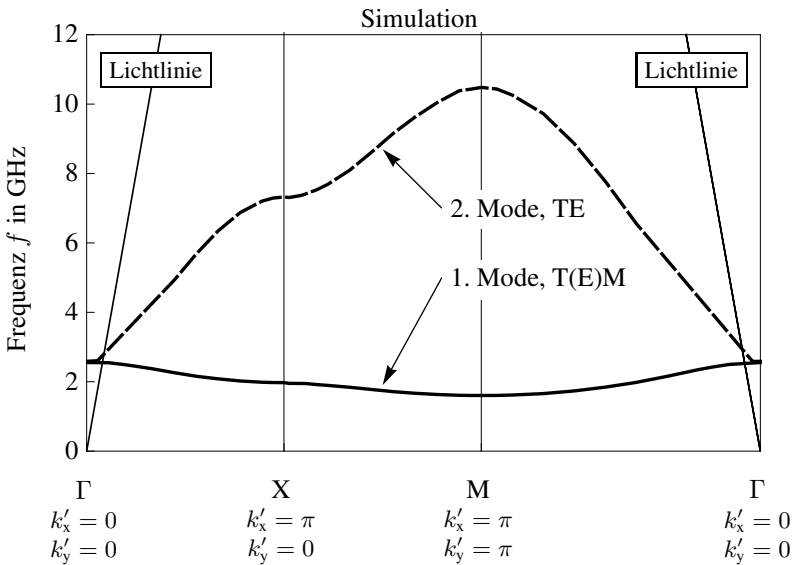
Anstatt die Diskussion zu wiederholen, betrachten wir stattdessen die Dispersion der geschlossenen Struktur, deren Einheitszelle in Abbildung 3.5a skizziert ist. Die geschlossene Struktur ergibt sich aus der offenen Struktur nach Abbildung 3.4a und deren Spiegelbild mit der Oberfläche als Spiegelebene. Auch wenn geschlossenen Strukturen in der vorliegenden Arbeit nur geringe Bedeutung zukommt—insbesondere hinsichtlich des Antennenentwurfs—, so können wir dennoch interessante Schlussfolgerungen ziehen, die uns die Natur der Wellenausbreitung in periodischen Strukturen besser verstehen lässt.

Eine besondere Eigenschaft, die wir dem Dispersionsverhalten der geschlossenen Struktur in Abbildung 3.5b entnehmen, ist die *Degeneration* der

a)



b)



**Abbildung 3.5:** Geschlossene Struktur abgeleitet von der Pilzstruktur mit Zwischenlage nach Abbildung 3.4a. a) Ausschnitt aus der Struktur: Metallisierte Elemente sind grau eingefärbt. Die Dicke der Metallisierung beträgt  $35 \mu\text{m}$ . Die schwarzen Linien umfassen das Zellvolumen; sie haben keine physikalische Bedeutung. b) Simuliertes Dispersionsdiagramm [130]: Die vertikalen Linien markieren die Übergänge zwischen den einzelnen Regionen, die jeweils eine Kante entlang der irreduziblen Brillouin-Zone repräsentieren.

ersten beiden Moden, denen für  $k_t' = 0$  ein und derselbe Frequenzpunkt zugeordnet wird. Daraus folgt unmittelbar, dass sich im Gegensatz zur offenen Struktur keine absolute Bandlücke ausprägen kann. Ein weiterer Unterschied zeigt sich im Verlauf des 1. Modes, der sich nun über den gesamten betrachteten Wellenzahlbereich als Rückwärtswelle ausbildet, wobei der Übergang hinsichtlich der Frequenz zwischen Rückwärts- und Vorwärtswellenbereich aufgrund der fehlenden Bandlücke kontinuierlich ist. Die Kurven beider Moden verlaufen teilweise im Leckwellenbereich, allerdings können wir strenggenommen nicht von Leckwellen reden. Zwar ist die Leckwellenbedingung  $k_t' < k_0$  in diesem Bereich erfüllt, eine Wechselwirkung zwischen Struktur und Freiraum ist jedoch nicht möglich, da die Struktur geschlossen ist. Wenn wir nun speziell den Dispersionsverlauf des 2. Modes betrachten, dann kann die Wellenausbreitung dementsprechend mit der in einem dielektrisch gefüllten Hohlleiter verglichen werden, sofern die geführte Wellenlänge deutlich größer als die Periode und die Bragg-Bedingung (2.14) nicht erfüllt ist.

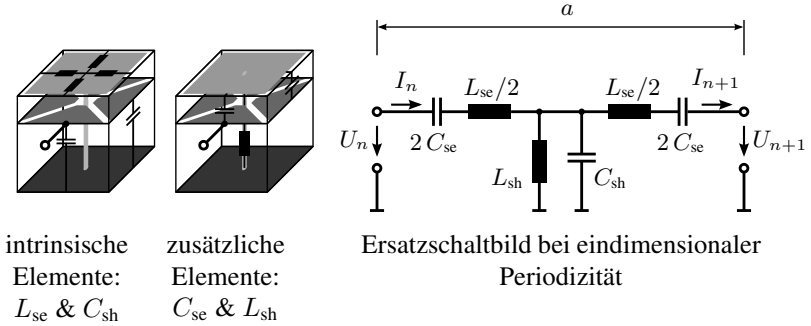
### 3.3 Modellierung

Das Dispersionsverhalten periodisch strukturierter Oberflächen haben wir im vorangegangenen Abschnitt basierend auf den Beobachtungen diskutiert, die sich aus der Simulation ergeben haben. Anhand eines gegebenen Dispersionsverlaufs können wir somit Schlussfolgerungen hinsichtlich der Wellenausbreitung entlang der Oberflächen ziehen. Im Hinblick auf den Entwurf einer periodisch strukturierten Oberfläche stellt sich allerdings die Frage, wie sich eine bestimmte Dispersion verwirklichen lässt?

Der Vergleich der beiden Beispiele des vorangegangenen Abschnitts hat gezeigt, dass die Dispersion der Strukturen qualitativ gleichwertig ausfällt, quantitativ konnten wir jedoch Unterschiede feststellen. Als Ursache für die Verschiebung der Grenzfrequenzen bzw. der Bandlücke wurde beispielsweise die Kopplung zwischen den einzelnen Zellen genannt. Diese Folgerung mag zwar intuitiv einleuchtend sein, doch wie groß der Einfluss der Kopplung tatsächlich ist, lässt sich nur schwer einschätzen.

Um die Ursachen für die verschiedenen Effekte, die uns bei der Diskussion der Dispersionsdiagramme begegnet sind, identifizieren zu können, werden wir in diesem Abschnitt ein Modell für periodisch strukturierte Oberflä-





**Abbildung 3.6:** Überführung der Einheitszelle der Pilzstruktur mit Zwischenlage in ein Netzwerkmodell eindimensionaler Periodizität. Neben den intrinsischen Elementen  $L_{se}$  und  $C_{sh}$  müssen zusätzlich  $C_{se}$  und  $L_{sh}$  berücksichtigt werden; die Klemmen kennzeichnen exemplarisch ein Tor des Netzwerkmodells.  $U_n$  und  $I_n$  bzw.  $U_{n+1}$  und  $I_{n+1}$  beschreiben Spannung und Strom am Eingang bzw. Ausgang der  $n$ -ten Zelle.

chen kennenlernen und analysieren. Bei dem Modell handelt es sich um ein Reaktanznetzwerk, das aus konzentrierten Elementen besteht. Abbildung 3.6 illustriert am Beispiel der Pilzstruktur mit Zwischenlage nach Abbildung 3.4a die Zuordnung der einzelnen Elemente des Ersatzschaltbildes [3].

Bevor wir das Netzwerk näher untersuchen, bestimmen wir allgemein die Dispersionsrelation einer periodischen Struktur, deren elektromagnetische Eigenschaften durch Mehrtorparameter dargestellt werden können. Aus Gründen der Einfachheit beschränken wir uns dabei auf Strukturen eindimensionaler Periodizität. Den Abschluss dieses Abschnitts bildet die Diskussion des Modells hinsichtlich seiner Anwendbarkeit und Einschränkungen bei der Analyse und beim Entwurf periodisch strukturierter Oberflächen.

### 3.3.1 Dispersionsrelation

Das Ersatzschaltbild in Abbildung 3.6 können wir allgemein durch Mehrtorparameter beschreiben. Bei einer Struktur eindimensionaler Periodizität erhalten wir dann eine Kaskade unendlich vieler, identischer Zweitore. Das Zweitor repräsentiert dabei die Einheitszelle.—Die Erweiterung auf den Fall einer zweidimensionalen Periodizität ist in [86, 87] zu finden.

Zur Beschreibung des Zweitorts wählen wir die Kettenparameter [5, Glg. (50.2)]

$$\begin{pmatrix} U_n \\ I_n \end{pmatrix} = \tilde{C} \begin{pmatrix} U_{n+1} \\ I_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{n+1} \\ I_{n+1} \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

mit den Elementen der Kettenmatrix  $\tilde{C}$

$$\begin{aligned} c_{11} &= \left. \frac{U_n}{U_{n+1}} \right|_{I_{n+1}=0} & c_{12} &= \left. \frac{U_n}{I_{n+1}} \right|_{U_{n+1}=0} \\ c_{21} &= \left. \frac{I_n}{U_{n+1}} \right|_{I_{n+1}=0} & c_{22} &= \left. \frac{I_n}{I_{n+1}} \right|_{U_{n+1}=0} \end{aligned} ,$$

über die die Spannung  $U_n$  und der Strom  $I_n$  am Eingang mit der Spannung  $U_{n+1}$  und dem Strom  $I_{n+1}$  am Ausgang des  $n$ -ten Zweitorts ( $n \in \mathbb{Z}$ ) verknüpft werden. Die entsprechende Orientierung der Spannungen und Ströme verdeutlicht Abbildung 3.6. Aufgrund der Periodizität der Kaskade können wir einen weiteren Zusammenhang zwischen den Eingangs- und den Ausgangsgrößen des  $n$ -ten Zweitorts herstellen, der aus dem Floquet'schen Theorem folgt. Wie in Abschnitt 2.1.4 erwähnt, ist das Floquet'sche Theorem dem Bloch'schen Theorem (2.20) für den Fall einer eindimensionalen Periodizität äquivalent. Wir erhalten somit [5, Glg. (55.1)]

$$\begin{pmatrix} U_{n+1} \\ I_{n+1} \end{pmatrix} = \exp(-j k_{x,0} a) \begin{pmatrix} U_n \\ I_n \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

mit der Wellenzahl der Grundharmonischen  $k_{x,0}$  in Ausbreitungsrichtung  $x$  und der Periode  $a$ . Lösen wir (3.7) nach  $\begin{pmatrix} U_n & I_n \end{pmatrix}^T$  auf und setzen in (3.6) ein, dann erhalten wir

$$\vec{0} = [\tilde{C} - \exp(j k_{x,0} a) \tilde{I}] \begin{pmatrix} U_{n+1} \\ I_{n+1} \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

mit dem Nullvektor  $\vec{0} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix}^T$  und der  $2 \times 2$  Einheitsmatrix  $\tilde{I}$ .

(3.8) hat die Form einer Eigenwertgleichung, aus der der Zusammenhang zwischen der Frequenz  $f$  und der Wellenzahl  $k_{x,0}$  folgt, wenn wir die Frequenzabhängigkeit der Kettenmatrix  $\tilde{C}$  berücksichtigen.  $\exp(j k_{x,0} a)$  sind die

mit (3.8) korrespondierenden Eigenwerte. Die Gleichung besitzt eine nicht-triviale Lösung, wenn die Determinante der Matrix  $[\tilde{C} - \exp(j k_{x,0} a) \tilde{I}]$  verschwindet. Die Dispersionsrelation ist somit implizit durch das charakteristische Polynom

$$\exp^2(j k_{x,0} a) - \text{tr}\{\tilde{C}\} \exp(j k_{x,0} a) + \det\{\tilde{C}\} = 0 \quad (3.9)$$

gegeben, dabei steht  $\text{tr}\{\tilde{C}\}$  für die Spur und  $\det\{\tilde{C}\}$  für die Determinante von  $\tilde{C}$ . Um einen expliziten Zusammenhang zwischen  $f$  und  $k_{x,0}$  zu erhalten, müssen wir (3.9) nach einer der beiden Größen auflösen. Für  $k_{x,0}$  ergeben sich im Allgemeinen zwei Lösungen, die mit zwei Wellen korrespondieren, welche sich in entgegengesetzten Richtungen ausbreiten. Eine explizite Lösung für  $f$  ist unter Umständen schwer zu finden.

Unter der Annahme eines reziproken Zweitorts können wir (3.9) vereinfachen. Da in diesem Fall  $\det\{\tilde{C}\} = 1$  [12, S. 9], erhalten wir schließlich den Zusammenhang:

$$\cosh(j k_{x,0} a) = \cos(k_{x,0} a) = \frac{1}{2} \text{tr}\{\tilde{C}\}. \quad (3.10)$$

Auf Basis dieser Gleichung werden wir nun das Netzwerkmodell nach Abbildung 3.6 analysieren. Zuvor sei allerdings noch bemerkt, dass sich auch in (3.10) das Problem der Vieldeutigkeit bei der Zuordnung einer Wellenzahl zu einer gegebenen Frequenz zeigt (vgl. Abschnitt 2.1.3). Dies spiegelt sich an der Funktion  $\arccos(\cdot)$  wider, die wir beim Auflösen nach  $k_{x,0}$  erhalten.

### 3.3.2 Analyse des Modells

Wir betrachten nun das Ersatzschaltbild aus Abbildung 3.6. Wie in der Abbildung dargestellt, setzt sich die Einheitszelle aus drei Teilen zusammen: einer Reihenschaltung aus  $L_{\text{se}}/2$  und  $2 C_{\text{se}}$ , einer Parallelschaltung aus  $L_{\text{sh}}$  und  $C_{\text{sh}}$  sowie einer weiteren Reihenschaltung aus  $L_{\text{se}}/2$  und  $2 C_{\text{se}}$  [35]. Physikalisch können wir die einzelnen Reaktanzen wie folgt interpretieren:

- Die Serienkapazität  $C_{\text{se}}$  beschreibt die kapazitive Kopplung in Längsrichtung. Die Kapazität wird durch die überlappenden Flächen zwischen den Elementen der oberen und den Elementen der inneren Lage dominiert.

- Die Querinduktivität  $L_{\text{sh}}$  repräsentiert die induktive Wirkung der Durchkontaktierung [37], die die obere und die untere Lage verbindet.
- Die Serieninduktivität  $L_{\text{se}}$  und die Querkapazität  $C_{\text{sh}}$  sind inhärente Elemente, die aus der verteilten Realisierung der Struktur resultieren [3].

Die Kettenmatrix  $\tilde{C}$  der Einheitszelle können wir aus dem Produkt der Kettenmatrizen der einzelnen Elemente ermitteln [12, S. 8], die gegeben sind durch

$$\begin{aligned} \tilde{C}(L_{\text{se}}/2) &= \begin{pmatrix} 1 & j\omega \frac{L_{\text{se}}}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \tilde{C}(L_{\text{sh}}) &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{j\omega L_{\text{sh}}} & 1 \end{pmatrix} \\ \tilde{C}(2C_{\text{se}}) &= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{j2\omega C_{\text{se}}} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \tilde{C}(C_{\text{sh}}) &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ j\omega C_{\text{sh}} & 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Bestimmen wir nun mit Hilfe von (3.11) die Matrix

$$\tilde{C} = \tilde{C}(2C_{\text{se}}) \tilde{C}(L_{\text{se}}/2) \tilde{C}(L_{\text{sh}}) \tilde{C}(C_{\text{sh}}) \tilde{C}(L_{\text{se}}/2) \tilde{C}(2C_{\text{se}})$$

und setzen in (3.10) ein, dann erhalten wir schließlich die Dispersionsrelation

$$\cos(k_{x,0} a) = 1 + \frac{1}{2} \frac{C_{\text{sh}}}{C_{\text{se}}} - \frac{1}{2} \frac{1}{\omega^2 L_{\text{sh}} C_{\text{se}}} + \frac{1}{2} \frac{L_{\text{se}}}{L_{\text{sh}}} - \frac{1}{2} \omega^2 L_{\text{se}} C_{\text{sh}}. \quad (3.12)$$

Wenn wir nun den Verlauf einer bestimmten, gegebenen Dispersionscharakteristik entsprechend (3.12) approximieren wollen, müssen wir die Werte der Reaktanzen des Ersatzschaltbildes ermitteln. Dies erfordert vier unabhängige Gleichungen, da die Dispersion nach (3.12) an die vier Parameter  $L_{\text{se}}$ ,  $C_{\text{se}}$ ,  $L_{\text{sh}}$  und  $C_{\text{sh}}$  geknüpft ist. Grundsätzlich können wir zur Bestimmung der Parameter vier beliebige Punkte aus dem zu approximierenden Dispersionsverlauf nehmen. Wählen wir aus Gründen der Einfachheit die Frequenzpunkte  $\omega_1 \leq \omega_2 \leq \omega_3 \leq \omega_4$ , mit denen Wellenzahlen korrespondieren, die identisch mit den Symmetriepunkten  $\Gamma$  und  $X$  der 1. Brillouin-Zone sind, d.h.  $k_{x,0}(\omega_1) = k_{x,0}(\omega_4) = \pi/a$  bzw.  $k_{x,0}(\omega_2) = k_{x,0}(\omega_3) = 0$ , dann ergeben sich folgende Zusammenhänge:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\omega_3}{\omega_4} \quad (3.13)$$

und

$$L_{\text{se}} = \frac{4 \omega_3^4 L_{\text{sh}}}{(\omega_1^2 - \omega_3^2) (\omega_3^2 - \omega_4^2)} \quad (3.14a)$$

$$L_{\text{se}} = \frac{4 \omega_2^2 \omega_4^2 L_{\text{sh}}}{(\omega_2^2 - \omega_4^2) (\omega_3^2 - \omega_4^2)} \quad (3.14b)$$

$$C_{\text{se}} = \frac{(\omega_1^2 - \omega_3^2) (\omega_3^2 - \omega_4^2)}{4 \omega_1^2 \omega_3^2 \omega_4^2 L_{\text{sh}}} \quad (3.15a)$$

$$C_{\text{se}} = \frac{(\omega_2^2 - \omega_4^2) (\omega_3^2 - \omega_4^2)}{4 \omega_2^2 \omega_3^2 \omega_4^2 L_{\text{sh}}} \quad (3.15b)$$

$$C_{\text{sh}} = \frac{1}{\omega_3^2 L_{\text{sh}}} \quad (3.16a)$$

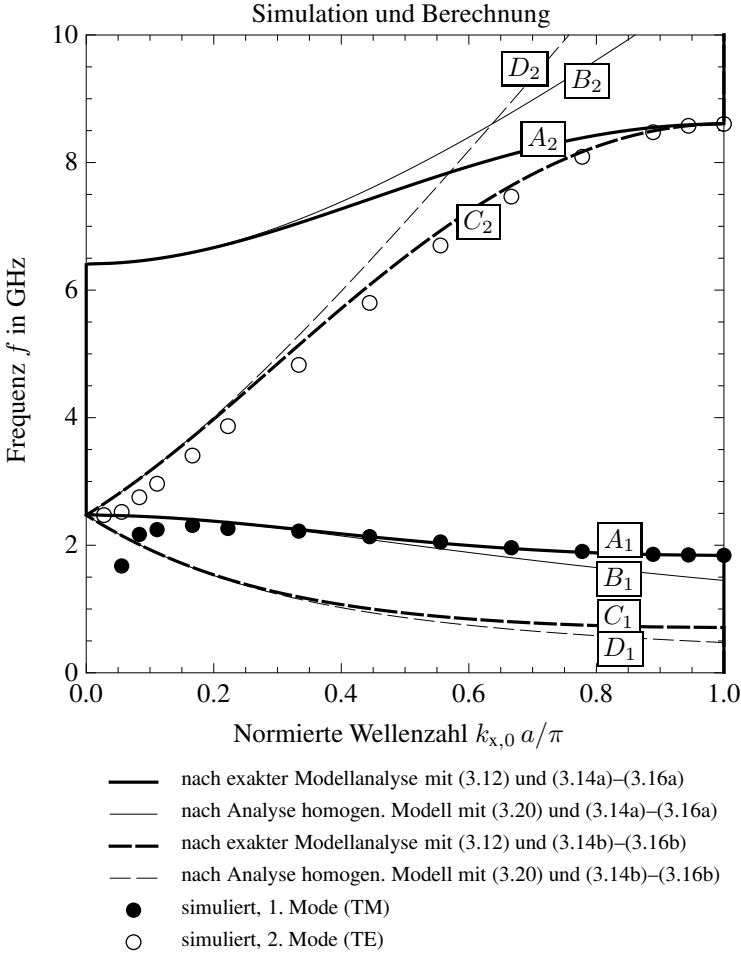
$$C_{\text{sh}} = \frac{1}{\omega_2^2 L_{\text{sh}}} \quad (3.16b)$$

Wie aus (3.13) hervorgeht, stehen die vier Frequenzen in einem festen Verhältnis zueinander unabhängig von den tatsächlichen Reaktanzenwerten des Ersatzschaltbildes. Zur Bestimmung der vier gesuchten Parameter bleiben dementsprechend drei Gleichungen übrig, d.h., ein Parameter dient als Freiheitsgrad. Die Lösungen für die übrigen Parameter hängen davon ab, welche drei der ursprünglich vier Gleichungen zur Berechnung herangezogen werden. (3.14), (3.15) und (3.16) zeigen jeweils zwei mögliche Lösungen als Funktion von  $L_{\text{sh}}$ .

Als Beispiel betrachten wir den Dispersionsverlauf der Pilzstruktur mit Zwischenlage nach Abbildung 3.4 entlang der Kante  $\Gamma \rightarrow X$  im reziproken Gitter. Ausgehend von (3.14a), (3.15a) und (3.16a) benötigen wir zwei Frequenzpunkte für  $k_{x,0} = \pi/a$  und einen für  $k_{x,0} = 0$ . Aus der Simulation der Struktur ergibt sich  $f_1 \approx 1.84 \text{ GHz}$ ,  $f_3 \approx 2.47 \text{ GHz}$  und  $f_4 \approx 8.61 \text{ GHz}$ , dabei wurden  $f_3$  und  $f_4$  der Kurve des 2. Modes entnommen,  $f_1$  der Kurve des 1. Modes. Mit  $L_{\text{sh}} = 1.07 \text{ nH}^*$  [37] erhalten wir somit  $L_{\text{se}} \approx 0.86 \text{ nH}$ ,  $C_{\text{se}} \approx 0.71 \text{ pF}$  bzw.  $C'_{\text{sh}} \approx 3.88 \text{ pF}$ . Den resultierenden Dispersionsverlauf nach (3.12) zeigt Abbildung 3.7 (Zweige  $A_1$  und  $A_2$ , dicke durchgezogene Linie). Zunächst können wir dem Verlauf entnehmen, dass, entgegen unserem ursprünglichen Ansatz,  $f_2 \approx 6.41 \text{ GHz} > f_3$ . Dies widerspricht allerdings nicht (3.13), denn hier sind beide Frequenzen gegeneinander austauschbar. Weiterhin sehen wir aus dem Verlauf von  $A_1$ , dass die Kurve des 1. Mo-

---

\*Die Bestimmung der Querinduktivität beruht auf der Näherungsformel für eine Durchkontaktierung. Der Wert lässt somit auf den tatsächlichen physikalischen Sachverhalt zurückführen. Im Sinne eines Freiheitsgrads kann jedoch grundsätzlich auch ein anderer, positiver reeller Wert gewählt werden.



**Abbildung 3.7:** Dispersionsverlauf nach (3.12) (dicke Linien) im Vergleich zu den Simulationsergebnissen für die Pilzstruktur mit Zwischenlage (durch Symbole markiert) und dem Dispersionsverlauf nach (3.20) für den Fall  $k_{x,0} a \ll \pi$  (homogenisiertes Modell, dünne Linien). Die Parameter des Modells wurden mit Hilfe von (3.14), (3.15) und (3.16) ermittelt. Die jeweilige Lösung a) führt zum Verlauf der durchgezogenen Kurven, b) zum Verlauf der gestrichelten Kurven.

des sehr gut approximiert werden kann, sofern wir uns auf den Rückwärtswellenbereich beschränken. Erst bei hinreichend kleinem  $k_{x,0}$  zeigt sich die Diskrepanz zwischen dem Modell und der Realisierung. So wird anhand des Modells lediglich ein Dispersionsverlauf im Diagramm approximiert, dessen Monotonieverhalten innerhalb der 1. Brillouin-Zone unverändert bleibt.\* Eine Kopplung über den Freiraum, die den monoton steigenden Anteil der Kurve des 1. Modes der eigentlichen Struktur zur Folge hat, ist im Modell nicht berücksichtigt.

Besonders deutlich wird der Unterschied zwischen Modell und Realisierung für den zweiten (oberen) Zweig  $A_2$  in Abbildung 3.7. Aufgrund des „Missverhältnisses“ der einzelnen Frequenzpunkte gegenüber (3.13), die dem Dispersionsverlauf nach Abbildung 3.3b entnommen wurden, zeigt sich erst nahe der Zonengrenze  $k_{x,0} a = \pi$  eine Übereinstimmung. Auch die basierend auf dem Modell bestimmte Bandlücke zwischen  $f_2$  und  $f_3$  fällt wesentlich größer aus als bei der Simulation der Pilzstruktur.

Wie Abbildung 3.7 anhand des Zweigs  $C_2$  auch zeigt (dicke gestrichelte Linie), ist eine akzeptable Approximation der Kurve des 2. Modes durchaus möglich. So können wir, neben  $f_3$  und  $f_4$ , anstatt  $f_1$  auch die Frequenz  $f_2$  voraussetzen entsprechend (3.14b), (3.15b) und (3.16b). Diese kennen wir allerdings nicht, da uns an der Stelle  $k_{x,0} = 0$  nur die Frequenz  $f_3$  als verschieden von Null bekannt ist. Gehen wir jedoch vom Dispersionsverlauf der geschlossenen Struktur in Abbildung 3.5a aus, dann können wir  $f_2 = f_3 \approx 2.47$  GHz setzen, da beide Moden degeneriert sind.† Mit den vorgegebenen Frequenzen erhalten wir für die Reaktanzen des Modells  $L_{se} \approx 0.47$  nH,  $C_{se} \approx 9.89$  pF bzw.  $C_{sh} \approx 3.88$  pF,  $L_{sh} = 1.07$  nH auch hier vorausgesetzt. Obwohl diese Werte zu einer guten Überstimmung zwischen dem Zweig  $C_2$  und dem Kurvenverlauf des 2. Modes führen, zeigt sich nun eine deutliche Diskrepanz zwischen dem Zweig  $C_1$  und dem Verlauf des 1. Modes, was auch hier wieder der Frequenzrelation (3.13) geschuldet ist.

Eine Besonderheit tritt entlang der Frequenzachse auf: Durch die Gleichsetzung  $f_2 = f_3$  bildet sich zwar per Voraussetzung keine Bandlücke aus, wie

---

\*Diese Schlussfolgerung können wir aus der Dispersionbeziehung (3.12) ziehen, wenn wir nach der Frequenz auflösen. Unter der Voraussetzung  $\omega \geq 0$  erhalten wir zwei Funktionen von  $k_{x,0}$ , die jeweils einem der beiden Äste im Dispersiondiagramm entsprechen und ein konstantes Monotonieverhalten aufweisen.

†Dieser Wert kann auch als Ergebnis einer Extrapolation aufgefasst werden, wenn der Rückwärtswellenbereich des 1. Modes bei der offenen Struktur herangezogen wird.

es für die geschlossene Struktur auch zu erwarten ist, allerdings verschwindet im approximierten Dispersionsverlauf die Ableitung  $\partial_{k_{x,0}} \omega$  bei  $k_{x,0} = 0$  *nicht*. Aus physikalischer Sicht ist dieser Fall durchaus bemerkenswert. So impliziert die endliche Gruppengeschwindigkeit  $V$  (2.15), dass eine Informationsübertragung auch bei  $k_{x,0} = 0$ , also bei unendlicher Wellenlänge, mit endlicher Frequenz stattfinden kann (vgl. hierzu [113, 114]).

Wir betrachten nun ergänzend den Fall  $k_{x,0} a \ll \pi$ . Die Reaktanzen des Modells in Abbildung 3.6 können somit als Beläge  $L'_{se} = L_{se}/a$ ,  $C'_{se} = C_{se} a$ ,  $C'_{sh} = C_{sh}/a$  und  $L'_{sh} = L_{sh} a$  aufgefasst werden [3]. In Analogie zur Theorie langer Leitungen gehen wir zur Bestimmung der Dispersionsrelation  $\omega(k_{x,0})$  von der allgemeinen Definition der Ausbreitungskonstanten einer Leitung aus [4, S. 579]:

$$(j k_{x,0})^2 = Z'_{se} Y'_{sh} \quad (3.17)$$

mit der Impedanz des Serienschwingkreises

$$\begin{aligned} Z'_{se} &= \frac{Z_{se}}{a} = j \omega L'_{se} + \frac{1}{j \omega C'_{se}} \\ &= j \omega L'_{se} \left( 1 - \frac{1}{\omega^2 L'_{se} C'_{se}} \right) \\ &= j \omega L'_{se} \left( 1 - \frac{\omega_{se}^2}{\omega^2} \right) \end{aligned} \quad (3.18)$$

und der Admittanz des Parallelschwingkreises

$$\begin{aligned} Y'_{sh} &= \frac{Y_{sh}}{a} = j \omega C'_{sh} + \frac{1}{j \omega L'_{sh}} \\ &= j \omega C'_{sh} \left( 1 - \frac{1}{\omega^2 L'_{sh} C'_{sh}} \right) \\ &= j \omega C'_{sh} \left( 1 - \frac{\omega_{sh}^2}{\omega^2} \right). \end{aligned} \quad (3.19)$$

Durch Einsetzen von (3.18) und (3.19) in (3.17) erhalten wir für die Wellenzahl

$$k_{x,0} = \pm \omega \sqrt{L'_{se} C'_{sh}} \sqrt{\left( 1 - \frac{\omega_{se}^2}{\omega^2} \right) \left( 1 - \frac{\omega_{sh}^2}{\omega^2} \right)}, \quad (3.20)$$



dabei steht  $\omega_{\text{se}} = 2\pi f_{\text{se}}$  bzw.  $\omega_{\text{sh}} = 2\pi f_{\text{sh}}$  für die Kreisfrequenz bei Resonanz des Serien- bzw. Parallelschwingkreises. Der Faktor  $\omega \sqrt{L'_{\text{se}} C'_{\text{sh}}}$  in (3.20) repräsentiert den Zusammenhang zwischen Wellenzahl und Frequenz einer herkömmlichen verlustlosen Übertragungsleitung, die durch den induktiven Längsbelag  $L'_{\text{se}}$  und den kapazitiven Querbelag  $C'_{\text{sh}}$  modelliert wird.  $\omega$  ist in diesem Fall eine lineare Funktion von  $k_{x,0}$ , somit sind die Phasengeschwindigkeit  $U$  (2.16) und die Gruppengeschwindigkeit  $V$  (2.15) identisch. Der Grund für das dispersive Verhalten der Struktur sind daher der kapazitive Längsbelag  $C'_{\text{se}}$  und der induktive Querbelag  $L'_{\text{sh}}$ , um die das Modell der herkömmlichen Übertragungsleitung erweitert wurde.

Setzen wir die Reaktanzenwerte, die wir zuvor bei der Approximation der Dispersion der Pilzstruktur mit Zwischenlage aus (3.14), (3.15) und (3.16) ermittelt haben, in (3.20) ein, dann erhalten wir die in Abbildung 3.7 gezeigten Dispersionsverläufe (Zweige  $B_1$  und  $B_2$  bzw.  $D_1$  und  $D_2$ , dünne Linien). Nahe dem Ursprung  $\Gamma$  stimmt der Verlauf mit dem überein, der sich aus der exakten Analyse des Modells gemäß (3.12) ergibt (dicke Linien). Für  $k_{x,0} a \geq \pi/2$  bzw.  $a \geq \lambda_x/4$  ist die *Homogenisierung* des Modells im Sinne der Leitungstheorie allerdings nicht mehr gerechtfertigt, was sich an den unterschiedlichen Verläufen äußert. Dies zeigt sich insbesondere an der Zonengrenze  $k_{x,0} a = \pi$ , an der die Bedingung (2.14) für den Bragg-Effekt erfüllt ist, was sich jedoch nicht im Verlauf nach (3.20) widerspiegelt.

### 3.3.3 Diskussion

Die Modellierung einer periodisch strukturierten Oberfläche mit Hilfe eines Reaktanznetzwerks ermöglicht eine einfache Beschreibung auf Basis von Zweitorparametern, aber bei quantitativer Betrachtung der Dispersion zeigen sich teilweise deutliche Unterschiede. Beschränken wir uns allerdings auf die Kurve eines einzelnen Modes, dann ist eine Approximation mit geringer Abweichung möglich. Inwieweit jedoch die Reaktanzwerte, die wir im vorangegangenen Unterabschnitt zur Approximation des Dispersionsverlaufs bestimmt haben, mit den tatsächlichen physikalischen Verhältnissen übereinstimmen, kann aufgrund des Freiheitsgrads nicht verifiziert werden. Daher bleibt fragwürdig, ob eine Parameterextraktion auf Basis des bekannten Dispersionsverlaufs einer realen Struktur, der also zunächst auf anderem Wege ermittelt werden muss, wie beispielsweise durch eine Simulation, und die daraus resultierende quantitative Beschreibung wirklich einen Nutzen hat. Dies

gilt ebenso für die Synthese einer Struktur, wofür eine Abbildungsvorschrift zwischen dem Netzwerk und dem Aufbau der realen Zelle erforderlich ist— dass diese Abbildung nicht eindeutig sein kann, leuchtet bei der Vielfalt an möglichen Realisierungen schnell ein. Desweiteren berücksichtigt das einfache Modell keine modenspezifischen Eigenschaften, wie wir sie bei der Auswertung der Simulationen in Abschnitt 3.2 identifiziert haben.

An dieser Stelle mag der Nutzen des betrachteten Modells grundsätzlich in Frage gestellt werden. Wir müssen jedoch berücksichtigen, dass das Modell mit den entsprechenden Reaktanzen aus einer einfachen, physikalisch plausiblen Betrachtung hervorgeht, bei der nicht alle Effekte berücksichtigt wurden. Daher kann es aus quantitativer Sicht auch keine exakte Übereinstimmung zwischen Modell und realer Struktur geben. Qualitativ allerdings lassen sich sehr wohl Schlüsse hinsichtlich der physikalischen Ursachen typischer Eigenschaften periodisch strukturierter Oberflächen aus dem extrahierten Modell ziehen, die für den Entwurf einer Struktur relevant sind.

Die erste Eigenschaft, die wir uns anhand des Modells veranschaulichen, ist die untere Grenzfrequenz, unterhalb derer sich keine Rückwärtswellen ausbreiten können. Betrachten wir das Netzwerk in Abbildung 3.6 so wird die Ursache dafür deutlich. Für ausreichend kleine Frequenzen, d.h., sofern  $\omega L_{\text{se}} < 1/(\omega C_{\text{se}})$  und  $\omega C_{\text{sh}} < 1/(\omega L_{\text{sh}})$ , können wir die Reihenschaltung aus  $L_{\text{se}}$  und  $C_{\text{se}}$  durch eine effektive frequenzabhängige Kapazität und die Parallelschaltung aus  $C_{\text{sh}}$  und  $L_{\text{sh}}$  durch eine effektive frequenzabhängige Induktivität ersetzen. Das Netzwerk ist somit äquivalent zu einem Hochpass. Das Hochpassverhalten setzt sich bis zu einer oberen Grenzfrequenz fort, die sich aus  $\min\{\omega_{\text{se}}, \omega_{\text{sh}}\}$  ergibt. Der Durchlassbereich zwischen unterer und oberer Grenzfrequenz ist durch die Ausbreitung von Rückwärtswellen gekennzeichnet. Daher können wir schlussfolgern: *Eine Rückwärtswellenstruktur hat Hochpasseigenschaften.* Lassen wir den Vorwärtswellenbereich des 1. Modes außer Acht, so bedeutet dies, dass das Verhalten der periodisch strukturierten Oberfläche im Rückwärtswellenbereich durch die Durchkontaktierung sowie die kapazitive Kopplung zwischen benachbarten Zellen dominiert wird.

Anhand des Modells können wir auch eine anschauliche Ursache für die Bandlücke angeben. Bei Überschreitung der oberen Grenzfrequenz des Rückwärtswellenbereichs wechselt einer der beiden Schwingkreise das Impedanzverhalten. Dabei können zwei Fälle auftreten, die sich aus der Relation der Resonanzfrequenzen  $\omega_{\text{se}}$  und  $\omega_{\text{sh}}$  ergeben. Für  $\omega_{\text{se}} < \omega_{\text{sh}}$  geht der Serienschwing-

kreis aus  $L_{se}$  und  $C_{se}$  vom kapazitiven zum induktiven Verhalten über. D.h., das Netzwerk in Abbildung 3.6 kann durch eine Längs- und eine Querinduktivität ersetzt werden, sofern  $\omega_{se} < \omega < \omega_{sh}$ . Fassen wir die Induktivitäten als Beläge auf, was hier gerechtfertigt ist, da  $k_{x,0} a \ll \pi$ , dann ergibt sich entsprechend (3.20) eine rein imaginäre Wellenzahl  $k_{x,0}$ . Wellen werden demnach exponentiell gedämpft und können sich nicht ausbreiten. Dasselbe Resultat folgt aus dem Fall  $\omega_{sh} < \omega_{se}$ . Der Unterschied zum ersten Fall besteht nur darin, dass wir das Netzwerk in Abbildung 3.6 nun durch eine Längs- und eine Querkapazität ersetzen können,  $\omega_{sh} < \omega < \omega_{se}$  vorausgesetzt. Fassen wir beide Fälle zusammen, lässt sich die Bandlücke im Allgemeinen durch den Frequenzbereich  $\min\{\omega_{se}, \omega_{sh}\} \leq \omega \leq \max\{\omega_{se}, \omega_{sh}\}$  beschreiben. Hinsichtlich der periodisch strukturierten Oberfläche kann die Ausprägung der Bandlücke nun auf folgende Ursachen zurückgeführt werden: Entweder wird der Leitungsstrom entlang der Durchkontaktierung durch den Verschiebungsstrom aufgrund der kapazitiven Querkopplung überschattet oder der Verschiebungsstrom in Längsrichtung durch den Leitungsstrom in Längsrichtung. Es sei hier nochmals explizit darauf hingewiesen, dass die Bandlücke *nicht* auf dem Bragg-Effekt beruht. Sie begründet sich im Übergang zwischen links- und rechtshändigem Bereich und ist *nicht* von der Periode  $a$  abhängig sondern von der Strukturierung selbst. Würden wir beispielsweise die Durchkontaktierung, und somit  $L_{sh}$  aus dem Modell, entfernen, dann ergäbe sich *keine* Bandlücke (vgl. Abbildung 6.5, S. 192). Auch wenn der Nutzen linkshändiger Strukturen an verschiedener Stelle in der Literatur bezweifelt wird (siehe z.B. [115]), so ist doch zumindest die Ausprägung der Bandlücke ein bemerkenswerter Effekt, bei dem der Rückwärtswellenbereich zum Tragen kommt.

Für Frequenzen oberhalb der Bandlücke, d.h.,  $\omega > \max\{\omega_{se}, \omega_{sh}\}$ , können wir im Modell nach Abbildung 3.6 den Serienschwingkreis durch eine effektive Induktivität und den Parallelschwingkreis durch eine effektive Kapazität ersetzen. Die Struktur des Modells entspricht somit einem Tiefpass, dessen Reaktanzen frequenzabhängig sind. Da im Frequenzbereich oberhalb der Bandlücke Vorwärtswellen ausbreitungsfähig sind, lässt sich schlussfolgern: *Eine Vorwärtswellenstruktur hat Tiefpasseigenschaften*. Entsprechend können wir den Vorwärtswellenbereich bei der periodisch strukturierte Oberfläche darauf zurückführen, dass die induktive Wirkung bzw. der Leitungsstrom in Längsrichtung und die kapazitive Wirkung bzw. der Verschiebungsstrom in Querrichtung das Dispersionsverhalten dominieren.

Die Ausprägung des Leckwellenbereichs, der insbesondere für die vorliegende Arbeit von Bedeutung ist, lässt sich anhand des Modells ebenfalls anschaulich erklären. Wir beziehen uns dabei lediglich auf den Bereich unmittelbar oberhalb der Bandlücke, denn bei der realen Struktur sind nur hier Leckwellen ausbreitungsfähig. Entsprechend der Fallunterscheidung in Abschnitt 3.1 ist die Voraussetzung für eine Leckwelle durch  $k_{x,0} < k_0$  bzw., aus Sicht der Phasengeschwindigkeit, durch  $U > c$  gegeben, wobei zur Bestimmung von  $k_{x,0}$  die Näherung (3.20) herangezogen werden kann. Da die Phasengeschwindigkeit  $1/\sqrt{L'_{se} C'_{sh}}$  einer herkömmlichen, dispersionsfreien Übertragungsleitung die Lichtgeschwindigkeit  $c$  grundsätzlich nicht überschreitet, muss wenigstens einer der beiden Parameter  $L'_{se}$  oder  $C'_{sh}$  geeignet verringert werden, damit die Bedingung zur Ausbreitung einer Leckwelle erfüllt ist. Genau diese Situation kennzeichnet unseren vorliegenden Fall, bei dem der induktive Längsbelag durch  $C'_{se}$  und der kapazitive Querbelag durch  $L'_{sh}$  verringert wird, woraus sich schließlich die effektive Induktivität in Längs- und die effektive Kapazität in Querrichtung ergeben, wie im vorangegangenen Absatz erwähnt. Das dispersive Verhalten des homogenisierten Modells folgt aus der Frequenzabhängigkeit der beiden effektiven Reaktanzen, die zu einer frequenzabhängigen Phasengeschwindigkeit bzw. Wellenzahl führen. Eine erhöhte Phasengeschwindigkeit gemäß der Voraussetzung  $U > c$  kann somit grundsätzlich nur innerhalb eines bestimmten Frequenzbereichs auftreten, der nach unten durch die obere Grenzfrequenz der Bandlücke beschränkt ist und nach oben durch die Frequenz, bei der  $k_{x,0} = k_0$ . Als Schlussfolgerung können wir ziehen: *Eine Leckwellenstruktur weist ein dispersives Verhalten auf.* Dass diese Aussage tatsächlich gilt, lässt sich physikalisch einfach veranschaulichen. Bei einer dispersionsfreien Struktur ist die Frequenz eine lineare Funktion der Wellenzahl, d.h.,  $U = V$ ; vgl. Abschnitt 2.1.3 (S. 12 ff.). Dies entspricht im Dispersionsdiagramm einer Geraden mit dem Anstieg  $U$  bzw.  $V$ , die durch den Ursprung geht. Da gemäß der Bedingung zur Ausbreitung einer Leckwelle die Gerade steiler verlaufen müsste als die Lichtlinie, wäre auch  $V > c$ , was physikalisch nicht möglich ist [6].

Zum Abschluss dieses Unterabschnitts greifen wir nochmals die Ursache für die Unterschiede auf, die bei der Auswertung der Simulationsergebnisse der Beispielstrukturen in Abschnitt 3.2 erörtert wurden. Wir haben in diesem Zusammenhang festgestellt, dass die Unterschiede lediglich quantitativer Natur sind und sich in der Verschiebung der Bandlücke und der Grenzfrequenzen

äußern. Bezugnehmend auf die Diskussionen dieses Unterabschnitts lässt sich dies tatsächlich auf die unterschiedliche kapazitive Wirkung in Längsrichtung zurückführen, wie wir es in Abschnitt 3.2.2 behauptet haben. Die zusätzliche Innenlage der Pilzstruktur mit Zwischenlage (Abbildung 3.4a) ruft eine höhere Kapazität  $C_{\text{se}}$  im Vergleich zur Pilzstruktur (Abbildung 3.3a) hervor.

## 3.4 Messung des Transmissionsverhaltens

Bereits im einleitenden Teil dieses Kapitels wurde erwähnt, dass die Messung des Dispersionsverhaltens nicht ohne Weiteres möglich ist. Im Sinne der Dispersionsrelation  $f(k_t)$  muss zu jeder tangentialen Wellenzahl  $k_t$  die Frequenz  $f$  gesucht werden, bei der eine Wellenausbreitung entlang der Oberfläche möglich ist. Dies erfordert also die Einprägung einer Welle passend zum jeweiligen Mode, der über die zu untersuchende Frequenzbandbreite nur die jeweilige Wellenzahl  $k_t$  zugeordnet werden kann.

In der Praxis wird die Problemstellung in der Regel umgekehrt, d.h., anstatt der Wellenzahl wird die Frequenz vorgegeben [38, 108]. Bei den Strukturen, die wir im Abschnitt 3.2 diskutiert haben, ist aber die Zuordnung zwischen Frequenz und Wellenzahl nicht immer eindeutig möglich, selbst wenn wir uns auf die 1. Brillouin-Zone beschränken. Durch den Wechsel des Monotonieverhaltens, den die Kurve des 1. Modes (TM-Mode) aufweist, können wir die Umkehrung der Dispersionsrelation nicht als Funktion auffassen.

Um wenigstens etwas über die Eigenschaften entlang der Oberfläche anhand von Messungen aussagen zu können, wird häufig der Frequenzgang der Amplitude der Transmission mit Hilfe eines Netzwerkanalysators aufgenommen. Auch wenn diese Messstrategie nur bedingt Aufschluss über die tatsächliche Dispersionscharakteristik gibt, so ist ein Nachweis der Bandlücke dadurch sehr gut möglich. Wir werden jedoch im Abschnitt 3.4.2 sehen, dass anhand einer Transmissionsmessung sehr wohl Schlussfolgerungen hinsichtlich der Dispersion möglich sind, sofern nicht der Amplituden- sondern der Phasengang herangezogen wird.

Im folgenden Unterabschnitt gehen wir zunächst auf das Problem der Anregung der Struktur ein, d.h., auf welche Weise können wir den gewünschten Mode anregen. Anschließend diskutieren wir die Ergebnisse der Messung der Pilzstruktur mit Zwischenlage nach Abbildung 3.4a, wobei wir neben dem Amplituden- auch den Phasengang der Transmission genauer betrachten.

### 3.4.1 Anregung der Struktur

In Abschnitt 3.2 haben wir gesehen, dass der 1. Mode einen TM-Charakter aufweist, der 2. Mode einen TE-Charakter. Beide Moden sind gewissermaßen dual zueinander. Um neben der Bandlücke auch die obere Grenzfrequenz der TM-Moden sowie die untere Grenzfrequenz der TE-Moden nachweisen zu können, benötigen wir dementsprechend auch zwei verschiedene Formen der Anregung, die jeweils einen Mode stimulieren.

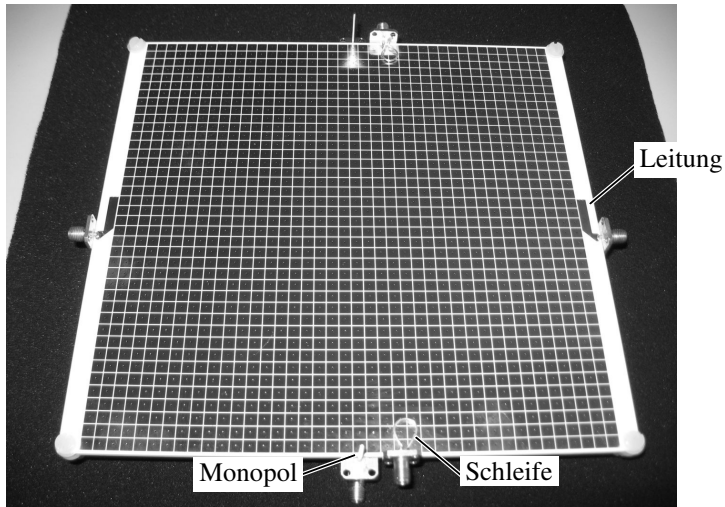
Eine einfache Möglichkeit zur Anregung eines TM-Moden stellt ein kurzer Monopol dar [38]. In Analogie zum Nahfeld eines Hertz'schen Dipols finden wir in den Ebenen senkrecht zur Monopol- bzw. Dipolachse sowohl eine transversale als auch eine longitudinale Komponente des elektrischen Feldes sowie eine transversale Komponente des magnetischen Feldes [1, S. 135], eine radiale Ausbreitungsrichtung vorausgesetzt.

Das duale Gegenstück zum Hertz'schen Dipol ist eine kleine Schleife. Fällt die Achse der Schleife mit der Dipolachse zusammen, dann erhalten wir dieselbe Feldkonfiguration wie beim Hertz'schen Dipol, wobei das elektrische und das magnetische Feld nun vertauscht sind [1, S. 208]. Passend zum 2. Mode der Struktur haben wir also im Nahfeld der kleinen Schleife eine TE-Ausprägung des Feldes.

Die Wahl eines *kurzen* Monopols bzw. einer *kleinen* Schleife begründet sich im Anpassungsverhalten beider Elemente. Fällt die Länge des Monopols bzw. der Radius der Schleife hinreichend klein gegenüber den Wellenlängen aus, die im betrachteten Frequenzbereich auftreten, so ist zwar mit einer hohen Reflexion am Speisepunkt des Anregungselements zu rechnen, allerdings kann dadurch eine geringe Frequenzabhängigkeit der Amplitude des Reflexionsfaktors erreicht werden. Somit ist der Einfluss der Anpassung auf die Messung des Transmissionsfaktors vernachlässigbar, wenngleich aufgrund der verringerten Dynamik mit größeren Messungenauigkeiten gerechnet werden muss.

### 3.4.2 Ergebnisse

Wir werden die Transmissionsmessung einer periodisch strukturierten Oberfläche am Beispiel der Pilzstruktur mit Zwischenlagen nach Abbildung 3.4a diskutieren. Abbildung 3.8 zeigt ein Lichtbild der hergestellten Platine, die  $201.0\text{ mm} \times 190.0\text{ mm}$  in Querrichtung und etwa  $3.36\text{ mm}$  in der Höhe misst. Die eigentliche Struktur umfasst  $40 \times 40$  Einheitszellen ( $a = 4.7\text{ mm}$ ).



**Abbildung 3.8:** Lichtbild der Leiterplatte zur Messung des Transmissionsverhaltens entlang der Oberfläche der Pilzstruktur mit Zwischenlage. Es wurden drei Anregungselemente vorgesehen: ein kurzer Monopol, eine kleine Schleife und eine kurze kurzgeschlossene Mikrostreifenleitung. Die Speisung erfolgt über koaxiale Anschlussbuchsen.

Als Anregungselemente\* dienten ein Monopol der Länge 18 mm und eine Schleife mit einem Durchmesser von 8 mm.

Abbildung 3.9 zeigt die Amplitudenfrequenzgänge des Transmissionsfaktors  $|s_{21}|$  gemessen über den Frequenzbereich von 1.0 GHz bis 4.0 GHz. Zum Vergleich mit der Simulation der Dispersion sind in Abbildung 3.9 die Grenzen der Bandlücke eingetragen (vertikale gepunktete Linien), innerhalb derer keine Oberflächenwellenausbreitung zu erwarten ist. Es wurden je Anregung zwei Messreihen aufgenommen. Bei der 1. Messreihe war die Struktur mit einem absorbierenden Material bedeckt, um Kopplungen über den Freiraum

---

\*Neben dem Monopol und der Schleife ist in Abbildung 3.8 eine kurzgeschlossene Mikrostreifenleitung zu sehen, die ursprünglich als dritte Form der Anregung implementiert wurde. Da die Messungen mit dieser Variante keine zusätzlichen Erkenntnisse ergeben haben, wird an dieser Stelle nicht näher darauf eingegangen. Näheres hierzu ist in [139] zu finden.

zwischen dem anregenden und dem empfangenden Element zu verhindern. Die 2. Messreihe wurde ohne Abdeckung der Struktur durchgeführt.

Im Frequenzbereich deutlich unterhalb der Bandlücke, d.h.,  $f \leq 1.7$  GHz, sind bevorzugt TM-Wellen ausbreitungsfähig, während Wellen vom TE-Typ deutlich stärker gedämpft werden. Entsprechend den Ergebnissen der Simulation der Dispersion nach Abbildung 3.4b existiert also eine untere Grenzfrequenz, unterhalb derer TE-Wellen nicht ausbreitungsfähig sind. Bei der 2. Messreihe ist mit zunehmender Annäherung an die Bandlücke auch bei Anregung mit der Schleife eine Ausbreitung zu beobachten, wobei dies in erster Linie auf eine Übertragung über den Freiraum zurückzuführen ist, wie der Vergleich mit der 1. Messreihe zeigt. Zusätzlich muss mit einer Kopplung zum TM-Mode gerechnet werden, da die Schleife keine modenreine Anregung erlaubt [128, S. 76].

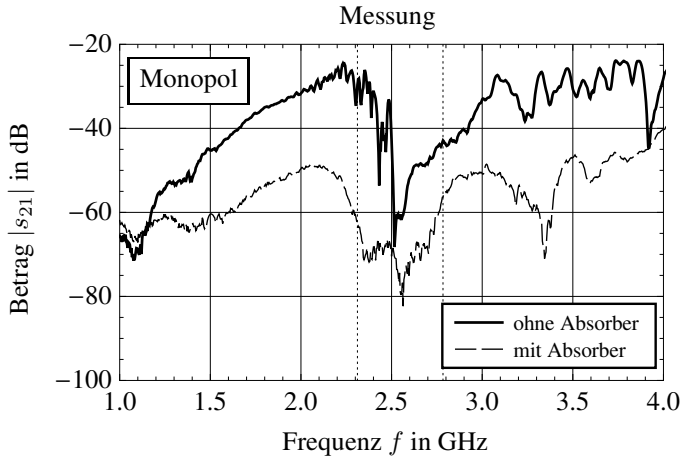
Der Einbruch im Amplitudenfrequenzgang, der bei beiden Anregungsformen auftritt, deutet auf die Bandlücke hin. Über die Grenzfrequenzen lässt sich allerdings nur wenig aussagen, wenn wir die Ergebnisse der 2. Messreihe heranziehen. Aus Sicht der Ergebnisse für die TM- und TE-Anregung entsprechend Abbildung 3.9a und 3.9b scheint die untere Grenzfrequenz gegenüber der Simulation nach oben verschoben zu sein. Eine bessere Übereinstimmung zwischen den Ergebnissen beider Anregungen zeigt sich bei der 1. Messreihe (mit Absorber), die auch mit der Simulation der Dispersion besser vergleichbar sind als die Ergebnisse der 2. Messreihe (ohne Absorber).

Oberhalb der Bandlücke breiten sich bevorzugt Wellen vom TE-Typ aus, wie es gemäß der Simulation auch zu erwarten war. Aus Abbildung 3.9a können wir allerdings schlussfolgern, dass durch den Monopol ebenfalls eine TE-Welle angeregt wird [128, S. 75], wobei die Anregung weniger effizient als bei der Schleife ausfällt. Die schmalbandigen Einbrüche im Frequenzgang, die bei beiden Anregungsformen auftreten, sind auf Mehrwegeausbreitungen entlang der Struktur zurückzuführen [38].

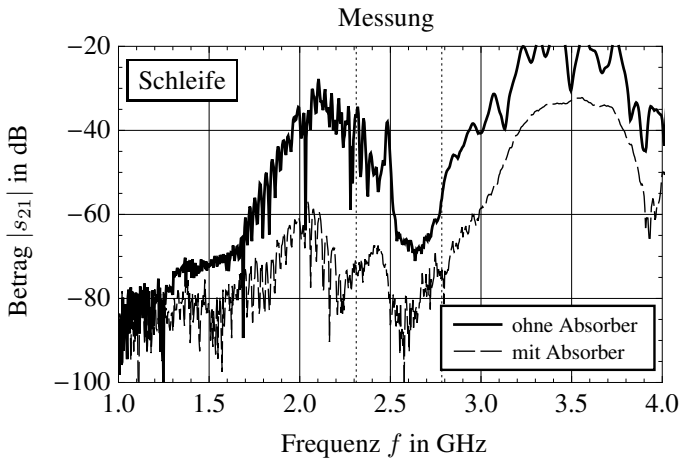
Der Frequenzgang der Phase ist in Abbildung 3.10a dargestellt, wobei hier für beide Anregungsformen lediglich eine Messung ohne Abdeckung der Struktur aufgenommen wurde. Bei Anregung mit dem Monopol verläuft die Phase bis zum Einsetzen der Bandlücke (vertikale gepunktete Linien) relativ flach mit einem nahezu linearen Anstieg. Die genauere Analyse der Gruppenlaufzeit  $-\partial_{\omega} \arg\{s_{21}\}$  zeigt, dass der Phasengang nahezu parallel zum Verlauf



a)



b)



**Abbildung 3.9:** Ergebnisse der Messungen der Transmission bei Anregung mit einem Monopol a) bzw. einer Schleife b): Aufgetragen ist jeweils der Betrag  $|s_{21}|$  als Funktion der Frequenz  $f$ . Die vertikalen Linien kennzeichnen die Bandlücke für Oberflächenwellen, ermittelt aus der Simulation.

im Freiraum ist.\* Offensichtlich werden also mit dem Monopol im Frequenzbereich unterhalb der Bandlücke die TM-Moden im Vorwärtswellenbereich angeregt, die, in Übereinstimmung mit der Simulation der Dispersion (Abbildung 3.4b bzw. dünne durchgezogene Kurven in Abbildung 3.10b), nahe der Lichtlinie verlaufen. Abbildung 3.10a entnehmen wir, dass bei Anregung mit der Schleife ab einem bestimmten Frequenzpunkt ein wesentlich steilerer Phasenabfall unterhalb der Bandlücke auftritt. Dieser Frequenzpunkt kann als untere Grenzfrequenz aufgefasst werden, denn erst hier ist nach Abbildung 3.9b ein entsprechender Pegel im Transmissionsverhalten zu verzeichnen. Berücksichtigen wir zudem noch den großen Phasenversatz pro Zelle, mit dem eine entsprechend große Phasenkonstante korrespondiert, dann können wir schlussfolgern, dass hier offenbar die TM-Moden im Rückwärtswellenbereich angeregt werden, die entsprechend den Simulationsergebnissen tatsächlich eine untere Grenzfrequenz aufweisen.

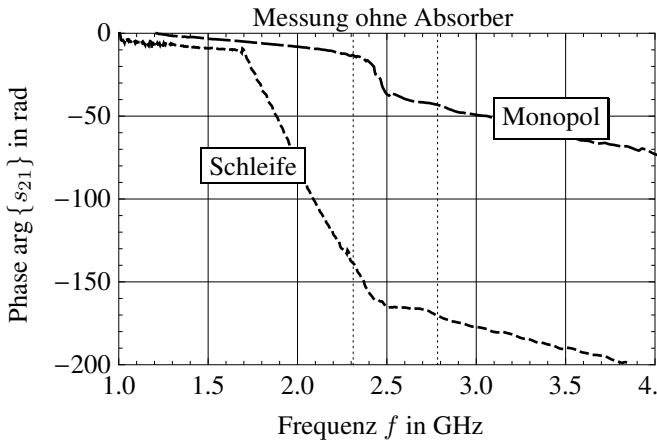
In diesem Zusammenhang sei nochmals erwähnt, dass die Zuordnung einer Wellenzahl zu einer gegebenen Frequenz auch innerhalb der 1. Brillouin-Zone aufgrund des Kurvenverlaufs des 1. Mode (TM-Mode) nicht eindeutig möglich ist. Im Frequenzbereich, der nach unten durch die untere Grenzfrequenz der Rückwärtswellen und nach oben durch die obere Grenzfrequenz der TM-Moden beschränkt ist, können wir nicht voraussagen, welcher Mode durch eine beliebige Anregung tatsächlich hervorgerufen wird. Letztlich erlaubt nur der Vergleich zwischen Messungen mit unterschiedlichen Anregungselementen eine Aussage über die Phasenkonstante. In diesem Sinne erweisen sich der Monopol und die Schleife als besonders geeignet, obwohl oder gerade weil die Anregung nicht modenrein ist.

Innerhalb der Bandlücke zeigt sich eine deutliche Änderung im Frequenzgang der Phase. Bei Anregung mit dem Monopol tritt ein Bereich auf, in dem die Frequenzabhängigkeit der Phase nun deutlich stärker ausgeprägt ist, d.h., eine geringe Variation der Frequenz zieht eine große Änderung der Phasenkonstante nach sich. Einen solchen Bereich finden wir auch im Dispersionsdiagramm nach Abbildung 3.4b, der den Übergang vom Vorwärts- zum Rückwärtswellenbereich der TM-Moden kennzeichnet. Bei Anregung mit der Schleife hingegen zeigt sich ein Bereich konstanter Phase, den wir ebenfalls im Dispersionsdiagramm beobachten. Dieser repräsentiert den Frequenzbe-

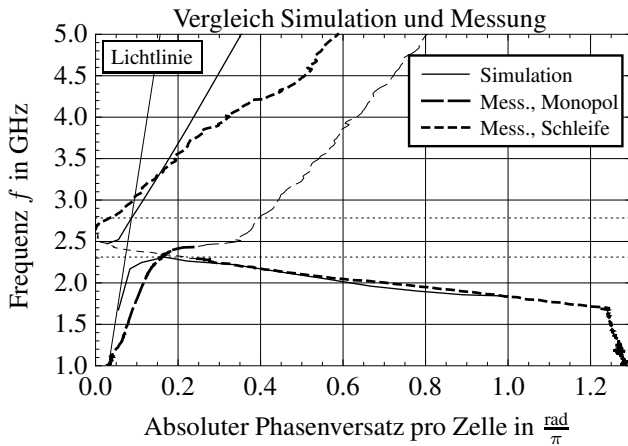
---

\*Zum Vergleich mit der Freiraumausbreitung kann prinzipiell auch die Phasenlaufzeit herangezogen werden. Da die Messergebnisse aber einen Phasenoffset beinhalten, diene der Anstieg als Anhaltspunkt.

a)



b)



**Abbildung 3.10:** a) Gemessener Phasengang bei Anregung mit dem Monopol bzw. der Schleife ohne Absorber. Die vertikalen Linien kennzeichnen die simulierte Bandlücke für Oberflächenwellen. b) Aus den gemessenen Phasengängen extrahierte Dispersion im Vergleich zur Simulation. Die relevanten Anteile aus der Messung wurden hervorgehoben. Die horizontalen Linien kennzeichnen die simulierte Bandlücke für Oberflächenwellen.

reich unterhalb der Grenzfrequenz der TE-Moden, in dem die Phasenkonstante verschwindend ist.

Oberhalb der Bandlücke verläuft die Phase bei Anregung mit der Schleife deutlich flacher als unterhalb der Bandlücke. Der Phasenversatz je Zelle ist demnach gering, d.h., wir befinden uns nahe dem Ursprung  $\Gamma$  im reziproken Gitter. Beide Phasengänge nach Abbildung 3.10a sind nahezu parallel zueinander, was wiederum darauf hindeutet, dass der Monopol Wellen vom TE-Typ anregt.

Um einen direkten Vergleich zur simulierten Dispersionscharakteristik herstellen zu können, müssen wir zunächst den jeweiligen Phasenoffset der gemessenen Phasengänge ermitteln und korrigieren, da zusätzlich zum Phasenversatz entlang der Struktur auch der Versatz durch die anregenden Elemente in der Messung erfasst ist. Zur Korrektur der Messung mit dem Monopol können wir als Referenzwert den Phasenversatz heranziehen, den eine Welle im Freiraum erfährt, sofern wir uns im Frequenzbereich deutlich unterhalb der zu erwartenden Bandlücke befinden. Bei der Messung mit der Schleife dient als Anhaltspunkt der Bereich, in dem die Phase konstant über der Frequenz ist. Entsprechend dem Dispersionsdiagramm nach Abbildung 3.4b ist hier von einem verschwindenden Phasenversatz auszugehen, somit können wir den Offset unmittelbar ablesen. Aus den korrigierten Phasengängen lässt sich schließlich der Phasenversatz pro Zelle bestimmen.

Abbildung 3.10b zeigt den aus den gemessenen Phasengängen in Abbildung 3.10a ermittelten Dispersionsverlauf für beide Anregungen im Vergleich zur Simulation. Der Vorwärtswellenbereich der TM-Moden lässt sich aus der Messung mit dem Monopol gut erkennen. Gegenüber der Simulation jedoch erscheint die obere Grenzfrequenz nach oben verschoben und außerdem ist der Kurvenverlauf flacher, was auf die zusätzliche Phasennacheilung durch die Anregungselemente zurückzuführen ist. Im Rückwärtswellenbereich ergibt sich eine gute Übereinstimmung zwischen der Simulation und der Messung mit der Schleife. Dies betrifft sowohl die untere Grenzfrequenz der Rückwärtswellen als auch die Steigung der Kurven. Der Phasenversatz durch die Anregungselemente spiegelt sich in diesem Fall in dem vergrößerten Phasenversatz pro Zelle wider, wodurch der Zusammenhang zwischen der unteren Grenzfrequenz und der Bragg-Bedingung nicht unmittelbar aus der Messung hervorgeht. Weiterhin ist der Phasengang der Schleifen verantwortlich für den gegenüber der Simulation flacheren Verlauf oberhalb der unteren Grenzfrequenz des 2. Modes, die ebenso wie die obere Grenzfrequenz des 1. Modes ge-

genüber der Simulation nach oben verschoben ist. Eine optische Vermessung der oberen Lage hat ergeben, dass dieser Frequenzversatz auf eine vergrößerte Schlitzbreite zurückgeführt werden kann, die durch Fertigungstoleranzen hervorgerufen wurde.

### 3.4.3 Ergänzende Bemerkungen

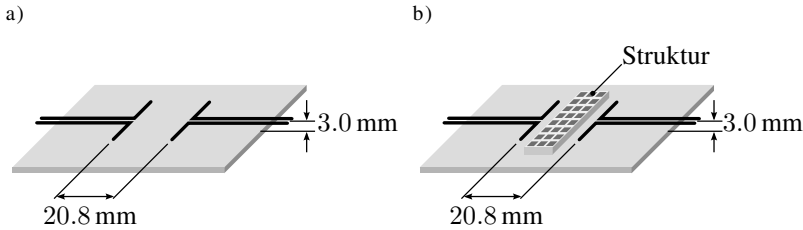
Die Messung des Transmissionsverhaltens entlang der periodisch strukturierten Oberfläche erlaubt es uns, mit Hilfe einer einfachen Methode Schlussfolgerungen über die Dispersionseigenschaften zu ziehen. Insbesondere der Phasengang gibt bei genauerer Betrachtung Aufschluss über die Bandstruktur, wobei die Art der Anregung entscheidend ist. Als problematisch hat sich jedoch der Einfluss der Anregungselemente in der Messung herausgestellt, der einen genauen quantitativen Vergleich mit den Ergebnissen der Simulation erschwert.

Um den Einfluss der Anregung zu minimieren bzw. zu eliminieren, ist—wie bei Messung der Übertragungsfunktion mit einem Netzwerkanalysator gebräuchlich—eine Kalibrierung der Messanordnung einschließlich der Anregungselemente erforderlich. Im vorliegenden Fall stellt sich eine Kalibrierung im herkömmlichen Sinne aber schwierig dar. So können die Anregungselemente nicht alleinstehend, d.h., ohne die zu messende Struktur, charakterisiert werden, da sie im eigentlichen Messaufbau ein anderes Verhalten aufweisen. Aufgrund der Fehlanpassung der Anregungselemente liefert auch eine relative Messung der Transmission zwischen zwei Strukturen unterschiedlicher Länge keine genaueren Ergebnisse, wie eigene Experimente gezeigt haben.

Ein genaueres Ergebnis lässt sich durch eine Nahfeldmessung erreichen, bei der das Feld an verschiedenen Stellen entlang der Struktur aufgenommen wird [3, S. 129 f.]. Anhand der Feldbelegung kann schließlich je Frequenzpunkt eine Wellenlänge zugeordnet werden, sofern durch die jeweilige Anregung kein Modengemisch hervorgerufen wird.

## 3.5 Anwendungsbeispiel: Strahlerentkopplung in kompakter Antennengruppe

Zum Abschluss dieses Kapitels diskutieren wir eine Anwendung periodisch strukturierter Oberflächen. Im Vordergrund steht die Reduzierung der Kopp-



**Abbildung 3.11:** Skizze der kompakten Antennengruppe ohne Struktur a) und mit Struktur b). Eine Plexiglasplatte dient als Träger. Die Antennen sind 20.8 mm voneinander entfernt und jeweils 3.0 mm oberhalb des Trägermaterials angebracht.

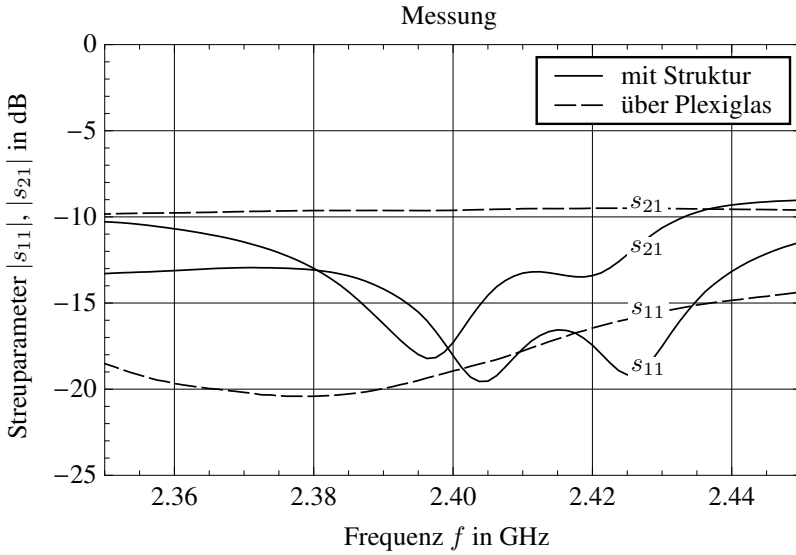
lung zwischen benachbarten Elementen einer Antennengruppe, wobei explizit die Bandlücke der Struktur ausgenutzt wird. Dieses Prinzip der Entkopplung wurde in der Literatur mehrfach nachgewiesen [110–112], jedoch lediglich für Interelementabstände von mindestens  $\lambda/2$ .

Wir betrachten hier das Beispiel einer kompakten zweielementigen Dipolgruppe, deren Elemente  $\lambda/6$  bei 2.40 GHz voneinander entfernt sind, das entspricht einem absoluten Abstand von 20.8 mm. Abbildung 3.11 skizziert die beiden untersuchten Anordnungen [142]. Die Dipole befinden sich auf einer Plexiglasplatte, die als Trägermaterial dient. Bei der Konfiguration in a) besteht zwischen den Antennen eine Sichtverbindung. Bei der Konfiguration in b) hingegen wurde zwischen den Elementen ein Ausschnitt einer periodisch strukturierten Oberfläche eingefügt, der  $15 \times 3$  Zellen umfasst. Bei der Struktur handelt es sich um die Pilzstruktur mit Zwischenlage, die wir im vorangegangenen Abschnitt messtechnisch untersucht haben. Die Dipole wurden symmetrisch über einen Ringkoppler gespeist (in der Abbildung nicht dargestellt).

Der geringe Abstand zwischen den Antennen impliziert, dass die Struktur selbst eine hinreichend kleine Periode gegenüber der Freiraumwellenlänge aufweist. Sofern kein hochpermittives Substrat verwendet wird, kann zur Entkopplung daher nicht die inhärente Bandlücke ausgenutzt werden, die mit dem Bragg-Effekt verbunden ist. Stattdessen ist ein Übergang zwischen links- und rechtshändigem Verhalten erforderlich, der durch eine geeignete Zellgeometrie gewährleistet werden muss.

Abbildung 3.12 zeigt den gemessenen Amplitudengang des Reflexionsfaktors  $s_{11}$  und des Transmissionsfaktors  $s_{21}$ . Bei der Konfiguration in Abbildung 3.11a verläuft die Amplitude von  $s_{21}$  nahezu konstant über der Frequenz. Die Kopplung beläuft sich innerhalb der betrachteten Bandbreite auf maximal  $-9.6$  dB. Bei der Konfiguration in Abbildung 3.11b verzeichnen wir einen deutlichen Einbruch der Transmission mit einem Minimum bei  $2.397$  GHz. Die Kopplung ist an dieser Stelle gegenüber der Anordnung ohne Struktur um  $8.4$  dB geringer, obwohl die Periodizität der Struktur stark gestört ist. Der Vergleich mit Abbildung 3.9, in der die Messung der Transmission entlang der periodischen Struktur aufgetragen ist, zeigt, dass in diesem Bereich die Bandlücke einsetzt. Bei geringeren Frequenzen befinden wir uns im Durchlassbereich, was auch an der höheren Kopplung zwischen den Elementen zu erkennen ist. Bei  $2.35$  GHz ist die Transmission bei beiden Konfigurationen nahezu gleichwertig. Dies gilt allerdings auch für den Frequenzbereich  $f \geq 2.43$  GHz, obwohl sich die Bandlücke entsprechend den Ergebnissen in Abbildung 3.9 über diese Frequenz hinaus erstreckt. Wie der Verlauf der Dispersion in Abbildung 3.4b (S. 45) jedoch zeigt, haben wir bereits die untere Grenzfrequenz des TE-Modus überschritten, d.h., wir befinden uns im Leckwellenbereich. Da insbesondere ein Dipol dazu geeignet ist, einen TE-Leckwellenmode anzuregen [127] (vgl. Abschnitt 5.4.2 und 5.5), muss daher auch mit einer Wellenausbreitung entlang der Struktur gerechnet werden. Mit der implementierten Struktur kann also eine verringerte Kopplung lediglich über eine geringe Bandbreite erreicht werden. Der Betrag des Reflexionsfaktors  $|s_{11}|$  ist bei beiden Konfigurationen über die gesamte betrachtete Bandbreite kleiner  $-10$  dB.

Da die Effizienz der Antennengruppe, d.h., das Verhältnis zwischen der von der Gruppe akzeptierten Leistung und der verfügbaren Leistung, von der Speisung abhängig ist, lässt sich anhand der Streuparameter allein nur bedingt etwas darüber aussagen, inwieweit durch Einbringen der periodischen Struktur tatsächlich eine Verbesserung der Eigenschaften erreicht werden kann. Mit Hilfe der Matrix  $\tilde{I} - \tilde{S}^H \tilde{S}$  mit der  $2 \times 2$  Einheitsmatrix  $\tilde{I}$ , der  $2 \times 2$  Streumatrix  $\tilde{S}$  und der hermitesch Transponierten  $\tilde{S}^H$  ist es aber möglich, die Effizienz im ungünstigsten Fall zu bestimmen. Diese ergibt sich aus dem niedrigsten Eigenwert der Matrix [78], der in unserem Beispiel mit dem Fall korrespondiert, bei dem beide Antennen *gegenphasig* mit gleicher Amplitude, d.h. im Gegentakt, gespeist werden. Bei  $2.40$  GHz wurde für die Anordnung *mit* Struktur (Abbildung 3.11b) eine minimale Effizienz von  $0.93$  erreicht, was ge-



**Abbildung 3.12:** Gemessene Betragsfrequenzgänge des Reflexionsfaktors  $s_{11}$  und des Transmissionsfaktors  $s_{21}$  der kompakten Antennengruppe nach Abbildung 3.11 ohne und mit Struktur.

genüber der Anordnung *ohne* Struktur (Abbildung 3.11a) einer Verbesserung von 0.16 entspricht [142].



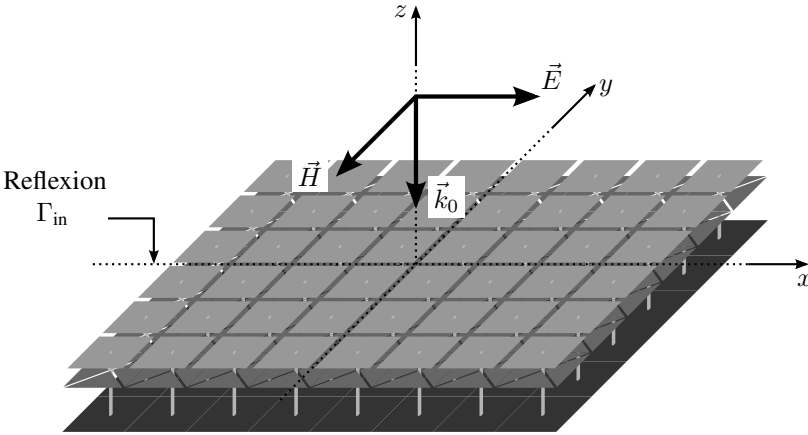
# Kapitel 4

## Reflexion an periodisch strukturierten Oberflächen

In diesem Kapitel beschäftigen wir uns mit der Reflexion einer ebenen Welle *an* der Oberfläche. Im Gegensatz zu einer perfekt elektrisch leitenden Oberfläche, an der das tangentielle elektrische Feld einen frequenzunabhängigen Phasensprung von  $180^\circ$  erfährt, zeigt eine periodisch strukturierte Oberfläche eine Reflexionsphase, die mit der Frequenz variiert. Dabei verschwindet bei einer bestimmten Frequenz, der Resonanzfrequenz, die Reflexionsphase. An dieser Stelle verhält sich die Oberfläche wie ein perfekter *magnetischer* Leiter.

Wir betrachten zunächst den Feldeinfall aus Normalenrichtung exemplarisch anhand der Pilzstruktur nach Abbildung 3.3a sowie der Pilzstruktur mit Zwischenlage nach Abbildung 3.4a. In diesem Zusammenhang gehen wir auf die Modellierung beider Strukturen ein und leiten einfache Entwurfsvorschriften ab. Anschließend erweitern wir unsere Betrachtungen auf den schrägen Einfall, dabei ersetzen wir die Oberfläche durch einen Impedanzoperator.

Einen wichtigen Teil dieses Kapitels stellt die Messung der Reflexionseigenschaften dar. Dazu wird die Struktur durch eine Sendeantenne beleuchtet, die sich im Fernfeld der Struktur befindet. Mit Hilfe einer Empfangsantenne, die die spekulare Reflexion „auffängt“, wird dann auf das Reflexionsverhalten an der Oberfläche geschlossen, wobei die Unterdrückung unerwünschter Reflexionen eine zusätzliche Verarbeitung der Messdaten erfordert.



**Abbildung 4.1:** Illustration des Einfalls einer ebenen Welle auf eine periodisch strukturierte Oberfläche aus Normalenrichtung.  $\vec{E}$  und  $\vec{H}$  sind die Vektoren des elektrischen und magnetischen Feldes.  $\vec{k}_0$  ist der Wellenvektor im Freiraum. Die Oberfläche der Struktur fällt mit der Ebene  $z = 0$  zusammen.

Den Abschluss des Kapitels stellt die Untersuchung einer planaren Dipolantenne dar, die sich in der Literatur als typische Anwendung aus dem charakteristischen Reflexionsverhalten periodisch strukturierter Oberflächen herauskristallisiert hat. Der Dipol befindet sich dabei unmittelbar über der Oberfläche, die als Reflektor dient. Neben den Strahlungseigenschaften gehen wir auch auf das Impedanzverhalten des Dipols ein und inwieweit dieses durch die Struktur beeinflusst wird.

## 4.1 Reflexionsverhalten bei normalem Einfall

Abbildung 4.1 skizziert die Problemstellung, die uns im Folgenden beschäftigt. Eine ebene Welle trifft aus der Normalenrichtung auf eine periodisch strukturierte Oberfläche  $z = 0$ . Wir setzen voraus, dass die Struktur im betrachteten Frequenzbereich undurchlässig ist, d.h., der Raum unterhalb der Struktur ist feldfrei. Im Mittelpunkt unserer Betrachtungen steht die Reflexion  $\Gamma_{\text{in}}$ , die die Welle an der Ebene  $z = 0$  erfährt.

Ähnlich wie in Abschnitt 3.2 diskutieren wir das Reflexionsverhalten zunächst anhand der Simulationsergebnisse zweier Beispiele, dabei ziehen wir erneut die Pilzstruktur nach Abbildung 3.3a und die Pilzstruktur mit Zwischenlage nach Abbildung 3.4a heran. Wir bedienen uns auch hier dem Bloch'schen Theorem (2.20), das es uns erlaubt, das Verhalten einer theoretisch unendlich ausgedehnten Struktur aus der Betrachtung einer einzelnen Zelle abzuleiten. Der Aufbau und die Dimensionierung der Strukturen bleibt gegenüber Abschnitt 3.2 unverändert. Da sich die Unterschiede im Reflexionsverhalten zwischen beiden Strukturen ebenfalls nur quantitativ äußern, wie wir sehen werden, betrachten wir die Strukturen gemeinsam.

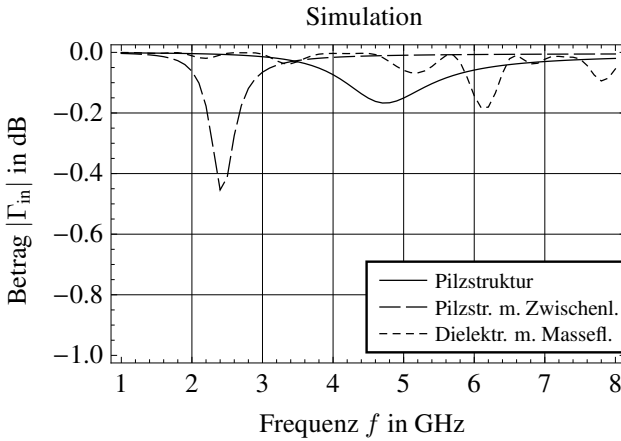
Abbildung 4.2 zeigt die simulierten Frequenzgänge des Reflexionsfaktors  $\Gamma_{\text{in}}$  nach Betrag und Phase [130].\* Bei beiden Strukturen erfolgt eine nahezu totale Reflexion der einfallenden Welle, wie am jeweiligen Amplitudenfrequenzgang in Abbildung 4.2a deutlich wird. Gegenüber der Reflexion an einer perfekt elektrisch leitenden Oberfläche (nicht dargestellt) lässt sich daher zunächst kaum ein Unterschied feststellen, sofern auftretende Verluste vernachlässigt werden. Beim Phasengang in Abbildung 4.2b jedoch verzeichnen wir einen deutlichen Unterschied zum Verhalten an einer perfekt leitenden Oberfläche, bei der die Welle, unabhängig von der Frequenz, mit einem Phasensprung von  $\pi$  reflektiert wird. Bei den periodisch strukturierten Oberflächen zeigt sich eine ausgeprägte Frequenzabhängigkeit des Reflexionsfaktors  $\Gamma_{\text{in}}$ , dessen Argument bei einer bestimmten Frequenz  $f = f_{\text{res}}$ , der *Resonanzfrequenz*, einen Nulldurchgang aufweist. Diese Stelle ist besonders erwähnenswert, da hier die tangential Komponente des *magnetischen* Feldes an der Oberfläche verschwindet. Die periodisch strukturierte Oberfläche wirkt also bei  $f = f_{\text{res}}$  wie ein *perfekter magnetischer Leiter*, der das duale Gegenstück zum perfekt elektrischen Leiter darstellt. Aufgrund dieser Eigenschaft werden periodisch strukturierte Oberflächen in der englischsprachigen Literatur auch als *perfect magnetic conductor* (PMC) bzw. *artificial magnetic conductor* (AMC) bezeichnet. Der zweite Begriff spiegelt wider, dass magnetische Leiter als reale Materialien im Hochfrequenzbereich nicht vorkommen.

Zum Vergleich sind in Abbildung 4.2 zusätzlich Amplituden- und Phasengang des Reflexionsfaktors für das reine Substrat mit Metallisierung der Rückseite aufgetragen, d.h., ohne periodisch strukturierte Lagen. Aufgrund

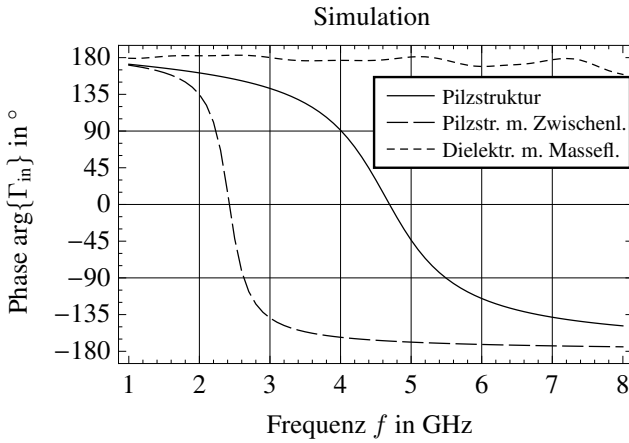
---

\* Simulationswerkzeug Ansoft HFSS

a)



b)



**Abbildung 4.2:** Simulation der Reflexion bei normalem Feldeinfall: a) Betrag und b) Phase des Reflexionsfaktors  $\Gamma_{\text{in}}$ . Aufgetragen sind die jeweiligen Verläufe für die Pilzstruktur (Abbildung 3.3a), die Pilzstruktur mit Zwischenlage (Abbildung 3.4a) und die rein dielektrisch beschichtete Massefläche.

der geringen Höhe des Aufbaus unterscheiden sich die Frequenzgänge kaum von denen, die wir im Falle einer perfekt elektrisch leitenden Fläche erhalten. Der charakteristische Phasengang der periodisch strukturierten Oberflächen ist also in der Tat auf die Strukturierung selbst zurückzuführen, wobei das Substrat eine untergeordnete Rolle spielt.

Sievenpiper [128] definiert anhand des Phasengangs die Bandbreite einer periodisch strukturierten Oberfläche als den Frequenzbereich, innerhalb dessen gilt:  $-\pi/2 \leq \arg\{\Gamma_{\text{in}}\} \leq \pi/2$ . Mathematisch können wir die Bandbreite durch

$$B_{\Gamma} = f_u - f_l \quad (4.1a)$$

mit

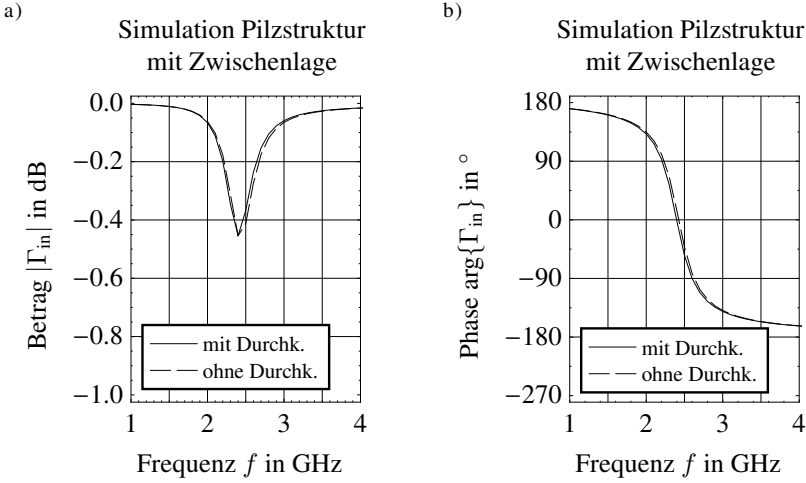
$$f_l = \min \left\{ f : -\frac{\pi}{2} \leq \arg\{\Gamma_{\text{in}}(f)\} \leq \frac{\pi}{2} \right\} \quad (4.1b)$$

und

$$f_u = \max \left\{ f : -\frac{\pi}{2} \leq \arg\{\Gamma_{\text{in}}(f)\} \leq \frac{\pi}{2} \right\} \quad (4.1c)$$

ausdrücken. Diese Definition begründet sich in der Tatsache, dass innerhalb dieses Bereichs keine destruktive Interferenz zwischen dem einfallenden und dem reflektierten elektrischen Feld auftritt. Sievenpiper bezieht diese Definition der Bandbreite nicht nur auf das Reflexionsverhalten, sondern er identifiziert damit gleichzeitig die Bandlücke, innerhalb derer sich keine Oberflächenwellen entlang der Oberfläche ausbreiten. Dieser Rückschluss auf die dispersiven Eigenschaften der Struktur kann allerdings nicht grundsätzlich gezogen werden. In seinen Arbeiten hat Sievenpiper zwar gezeigt, dass im Falle der Pilzstruktur tatsächlich eine gute Übereinstimmung zwischen der Bandlücke und der Definition der Bandbreite besteht, allerdings impliziert der charakteristische Phasengang, wie in Abbildung 4.2b dargestellt, *nicht*, dass sich überhaupt eine Bandlücke ausbildet.

Um dies zu verdeutlichen, betrachten wir eine modifizierte Version der Pilzstruktur mit Zwischenlage, die *keine* Durchkontaktierung enthält (siehe Abbildung 6.4 auf S. 190). Entsprechend können wir im Modell, das wir in Abschnitt 3.3 diskutiert haben, die Querinduktivität  $L_{\text{sh}}$  entfernen, die die induktive Wirkung der Durchkontaktierung repräsentiert hat. Da diese aber eine notwendige Voraussetzung für die Ausprägung einer Bandlücke darstellt, ist bei der modifizierten Struktur keine Bandlücke zu erwarten.—Wir werden in Abschnitt 6.2.3 sehen, dass dies tatsächlich der Fall ist (siehe Abbildung 6.5 auf S. 192).



**Abbildung 4.3:** Simulation der Reflexion der Pilzstruktur mit Zwischenlage *mit* und *ohne* Durchkontaktierung: a) Betrag und b) Argument des Reflexionfaktors  $\Gamma_{in}$ .

Das simulierte Reflexionsverhalten der modifizierten Struktur zeigt Abbildung 4.3 im Vergleich zum Ergebnis für die Struktur mit Durchkontaktierung. Offensichtlich unterscheiden sich beide Verläufe nur geringfügig, d.h., die Durchkontaktierung hat tatsächlich kaum Einfluss auf das Reflexionsverhalten. Dies lässt sich wie folgt begründen: Da das elektrische Feld entsprechend der Einfallrichtung senkrecht zur Achse der Durchkontaktierung steht, wird in dieser nahezu kein Strom induziert.

Ein unmittelbarer Zusammenhang zwischen dem Reflexions- und dem Dispersionsverhalten einer periodisch strukturierten Oberflächen besteht allerdings grundsätzlich; dieser bezieht sich auf den Leckwellenbereich  $k'_l < k_0$ . An dieser Stelle  $f = f_{\text{res}}$  koppelt die einfallende Welle mit dem Leckwellenmode bei  $k'_l = 0$ , d.h.,  $f_{\text{res}}$  kennzeichnet die untere Grenzfrequenz des Leckwellenbereichs.—Wir werden uns in Abschnitt 5.2 näher mit dem Zusammenhang zwischen Reflexion und Dispersion auseinandersetzen.

## 4.2 Modellierung und Entwurfsvorschrift

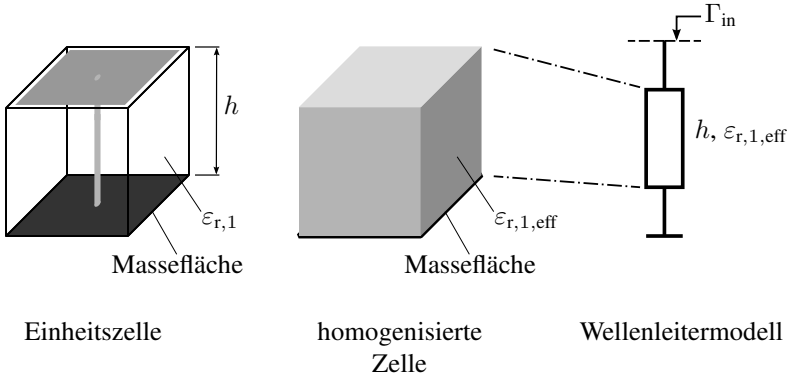
Die Abbildung der periodisch strukturierten Oberfläche auf ein Modell, das ein äquivalentes Reflexionsverhalten zeigt, basiert auf der Homogenisierung der Struktur. Unter der Voraussetzung eines normalen Einfalls kann die Struktur durch eine Leiteroberfläche ersetzt werden, die mit einer oder mehreren dielektrischen Schicht(en) überzogen ist. Die tatsächliche Periode der Struktur ist unerheblich, da die tangentielle Komponente des Wellenvektors verschwindet und somit die korrespondierende Wellenlänge gegen Unendlich strebt.

Aus dieser Betrachtung können wir ein Netzwerkmodell ableiten, bei dem wir die dielektrischen Schichten durch eine Kaskade von Wellenleitern ersetzen, die am Ende kurzgeschlossen ist. Bei einer elektrischen Länge der Wellenleiterkaskade von  $90^\circ$  wird der Kurzschluss in einen Leerlauf transformiert, dementsprechend beläuft sich der Reflexionsfaktor am Eingang auf  $\Gamma_{\text{in}} = 1$ . Denselben Wert erhalten wir, wenn wir den Reflexionsfaktor am Eingang eines kurzgeschlossenen Parallelschwingkreises ermitteln, der sich in Resonanz befindet. Diese Beschreibung, die Sievenpiper [128] gewählt hat, ist in der Tat äquivalent zum Modell einer kurzgeschlossenen Wellenleiterkaskade; so zeigen beide einen nahezu identischen Phasengang.

Wir werden in den folgenden zwei Abschnitten die Modellierung der Pilzstruktur nach Abbildung 3.3a und der Pilzstruktur mit Zwischenlage nach Abbildung 3.4a basierend auf dem erwähnten Wellenleitermodell diskutieren, wobei wir von einem normalen Feldeinfall ausgehen. Durch die Abbildung der Modellparameter auf die Geometrie der jeweiligen Zelle gelangen wir zu Formulierungen für den Entwurf einer periodisch strukturierten Oberfläche.

### 4.2.1 Modellierung und Entwurf der Pilzstruktur

Wir beginnen mit dem Modell der Pilzstruktur. Abbildung 4.4 illustriert die Entwicklung von der Struktur, über eine dielektrisch beschichtete Leiterfläche bis zum Wellenleitermodell (von links nach rechts). Das Modell umfasst zwei Parameter: die Länge  $h$  des Wellenleiters, die identisch mit der Höhe des Substrates der eigentlichen Struktur ist, und die relative Permittivität  $\varepsilon_{r,1,\text{eff}}$  des Wellenleiters, bei der es sich um eine effektive Größe handelt, die sich von der relativen Permittivität  $\varepsilon_{r,1}$  des Trägersubstrates unterscheidet.



**Abbildung 4.4:** Modellierung der Pilzstruktur. Zunächst wird die Zelle homogenisiert, anschließend erfolgt die Abbildung auf ein Wellenleitermodell für den Einfall einer ebenen Welle aus Normalenrichtung.

Die Eingangsimpedanz der kurzgeschlossenen Leitung ergibt sich aus [4, S. 613]

$$Z_{\text{in}} = j \frac{Z_{\text{ref}}}{\sqrt{\varepsilon_{r,1,\text{eff}}}} \tan\left(\frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_{r,1,\text{eff}}} h\right) \quad \text{mit} \quad Z_{\text{ref}} = 120 \pi \Omega, \quad (4.2)$$

dabei steht  $Z_{\text{ref}}$  für die Wellenimpedanz im Freiraum, die hier gleichzeitig die Referenzimpedanz repräsentiert. Mit  $Z_{\text{in}}$  korrespondiert der Reflexionsfaktor [4, S. 594]

$$\Gamma_{\text{in}} = \frac{Z_{\text{in}} - Z_{\text{ref}}}{Z_{\text{in}} + Z_{\text{ref}}}. \quad (4.3)$$

Der Phasengang  $\arg\{\Gamma_{\text{in}}(f)\}$  ist durch die Grenzfrequenzen  $f_1$  und  $f_u$  bzw. die Bandbreite  $B_\Gamma$  (4.1a) sowie die Resonanzfrequenz  $f_{\text{res}}$  charakterisiert. Unter der Voraussetzung einer verlustlosen Leitung ergeben sich somit drei Bestimmungsgleichungen:

$$\Gamma_{\text{in}}(f_1) = j \quad \Gamma_{\text{in}}(f_{\text{res}}) = 1 \quad \Gamma_{\text{in}}(f_u) = -j. \quad (4.4)$$



Daraus erhalten wir für die Frequenzpunkte

$$f_l = \frac{1}{2\pi} \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_{r,1,\text{eff}}}} \frac{\arctan(\sqrt{\varepsilon_{r,1,\text{eff}}})}{h} \quad (4.5a)$$

$$f_{\text{res}} = \frac{1}{2\pi} \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_{r,1,\text{eff}}}} \frac{\pi}{2h} \quad (4.5b)$$

$$f_u = \frac{1}{2\pi} \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_{r,1,\text{eff}}}} \frac{\pi - \arctan(\sqrt{\varepsilon_{r,1,\text{eff}}})}{h}. \quad (4.5c)$$

Sind  $B_\Gamma = f_u - f_l$  und  $f_{\text{res}}$  bekannt, dann ergeben sich zwei Bestimmungsgleichungen für  $h$  und  $\varepsilon_{r,1,\text{eff}}$ , aus denen  $\varepsilon_{r,1,\text{eff}}$  allerdings nicht explizit hervorgeht.

Wir können aber eine Näherungslösung angeben, sofern eine ausreichend kleine Substrathöhe  $h$  vorausgesetzt wird. Damit korrespondiert eine gegenüber der relativen Permittivität  $\varepsilon_{r,1}$  des Trägersubstrats hohe effektive Permittivität  $\varepsilon_{r,1,\text{eff}}$ , die, wie wir sehen werden, die durch die Strukturierung hervorgerufene kapazitive Wirkung repräsentiert. In diesem Fall kann der Term  $\arctan \sqrt{\varepsilon_{r,1,\text{eff}}}$  durch  $\pi/2$  approximiert werden. Bilden wir das Produkt aus  $f_l$  (4.5a) und  $f_u$  (4.5c), so erhalten wir

$$f_{\text{res}}^2 \approx f_l f_u. \quad (4.6)$$

Aus (4.1a) und (4.6) folgt schließlich

$$\varepsilon_{r,1,\text{eff}} = \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} \left[ \sqrt{\left( \frac{B_\Gamma}{f_{\text{res}}} \right)^2 + 4} - \frac{B_\Gamma}{f_{\text{res}}} \right] \right) \quad (4.7a)$$

$$h = \frac{c}{4 f_{\text{res}}} \cot \left( \frac{\pi}{4} \left[ \sqrt{\left( \frac{B_\Gamma}{f_{\text{res}}} \right)^2 + 4} - \frac{B_\Gamma}{f_{\text{res}}} \right] \right). \quad (4.7b)$$

Die Analogie zum Reflexionsverhalten eines kurzgeschlossenen Parallelschwingkreises ergibt sich unmittelbar aus (4.6), bei dem dieser Zusammenhang in exakter Form gilt. Die entsprechenden Reaktanzen finden wir mit Hilfe von (4.5b) durch Substitution von  $c$  mit  $1/\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$ , dabei steht  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$  für die Permeabilität und  $\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$  für

die Permittivität im Freiraum. Für die Ersatzinduktivität und -kapazität pro Flächenquadrat können wir dann schreiben:

$$L = \mu_0 h \quad \text{in } \frac{\text{H}}{\text{sqr}} \quad (4.8a)$$

$$C = \frac{4}{\pi^2} \varepsilon_0 \varepsilon_{r,1,\text{eff}} h \quad \text{in } \frac{\text{F}}{\text{sqr}} . \quad (4.8b)$$

Mit Hilfe von (4.7) sind wir in der Lage, die Parameter des Modells zu bestimmen, anhand dessen ein gegebener Verlauf der Reflexionsphase approximiert werden kann. Für den Entwurf einer periodisch strukturierten Oberfläche ist allerdings interessant, wie wir eine Struktur realisieren, die einen Phasengang mit vorgegebener Resonanzfrequenz  $f_{\text{res}}$  und Bandbreite  $B_\Gamma$  aufweist. Entsprechend benötigen wir eine Abbildungsvorschrift von den Modellparametern  $h$  und  $\varepsilon_{r,1,\text{eff}}$  auf die Geometrie der Struktur, dabei sind die Höhe des Substrats und die Periode der Struktur zu bestimmen. Die Höhe des Substrats ergibt sich unmittelbar aus (4.7b), die wir im Modell von vornherein mit der Länge der Leitung gleichgesetzt haben. Zur Bestimmung der Periode  $a$  setzen wir die Ersatzkapazität (4.8b) mit der Kapazität

$$C = \frac{a}{\pi} \varepsilon_0 (\varepsilon_{r,1} + 1) \operatorname{arccosh} \left( 2 \frac{a}{g} \right) \quad \text{in } \frac{\text{F}}{\text{sqr}} \quad (4.9)$$

gleich, die der strukturierten Lage der Pilzstruktur zugeordnet werden kann [128, S. 39]—sie ist, wie die Ersatzkapazität (4.8b), als „Kapazität pro Flächenquadrat“ zu verstehen. Diese Kapazität repräsentiert die Streufelder, die sich innerhalb der Spalte der Breite  $g$  zwischen benachbarten Strukturen ausbilden. Wir erhalten schließlich die Beziehung

$$\frac{a}{g} \operatorname{arccosh} \left( 2 \frac{a}{g} \right) = \frac{4 h}{\pi g} \frac{\varepsilon_{r,1,\text{eff}}}{\varepsilon_{r,1} + 1}, \quad (4.10)$$

die sich im Allgemeinen nicht explizit nach  $a$  auflösen lässt. Setzen wir allerdings  $a \gg g$  voraus, was bei der praktischen Implementierung zu berücksichtigen ist, so können wir den Term  $\operatorname{arccosh} \frac{2a}{g}$  in (4.10) durch  $\ln \frac{4a}{g}$  approximieren, dabei steht  $\ln(\cdot)$  für den natürlichen Logarithmus. Aus (4.10) ergibt sich

dann

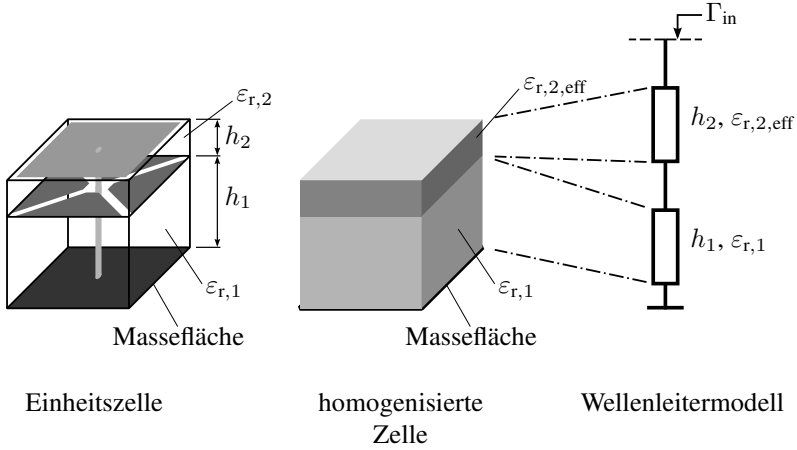
$$a \approx \frac{\frac{4h}{\pi} \frac{\varepsilon_{r,1,\text{eff}}}{\varepsilon_{r,1} + 1}}{W_L \left( \frac{16h}{\pi g} \frac{\varepsilon_{r,1,\text{eff}}}{\varepsilon_{r,1} + 1} \right)} \quad (4.11)$$

mit der Lambert-W-Funktion  $W_L(\cdot)$  [39]. In (4.11) bleibt neben  $a$  noch die Unbekannte  $g$ . Im Sinne unserer Forderung  $a \gg g$  können wir diese beliebig klein wählen, sofern die praktische Realisierbarkeit gewährleistet bleibt.

Zur Verifizierung der abgeleiteten Ausdrücke betrachten wir nun beispielhaft den Entwurf der Pilzstruktur nach Abbildung 3.3a. Wir nehmen an, dass der Phasengang des Reflexionsfaktors, wie in Abbildung 4.2b aufgetragen, das zu erreichende Ziel darstellt. Entsprechend setzen wir die Bandbreite  $B_\Gamma = 1.48$  GHz und die Resonanzfrequenz  $f_{\text{res}} = 4.69$  GHz als gegeben voraus. Aus (4.7) erhalten wir  $\varepsilon_{r,1,\text{eff}} \approx 18.5$  und  $h \approx 3.72$  mm. Damit ergibt sich die Periode (4.11) mit  $g = 0.2$  mm und  $\varepsilon_{r,1} = 3.55$  zu  $a \approx 4.32$  mm. Angesichts des tatsächlichen Wertes von  $a = 4.7$  mm für die Periode der Struktur erlauben das Modell und die daraus gewonnenen Beziehungen eine sehr gute Abschätzung der Geometrie. Der Unterschied zwischen der berechneten und der tatsächlichen Periode ist auf die gegenüber der Berechnung abweichende Höhe der Zelle zurückzuführen. Ebenso wie die relative Permittivität  $\varepsilon_{r,1}$  sind hier keine beliebigen Werte realisierbar, sondern diese orientieren sich daran, welche Substrate für die Herstellung zur Verfügung stehen. Außerdem geht mit der Approximation des Terms  $\arctan \sqrt{\varepsilon_{r,1,\text{eff}}}$  in (4.5) mit  $\pi/2$  ein Fehler von 0.23 rad einher.

#### 4.2.2 Modellierung und Entwurf der Pilzstruktur mit Zwischenlage

Zur Modellierung der Pilzstruktur mit Zwischenlage erweitern wir das Modell der Pilzstruktur um einen weiteren Wellenleiterabschnitt. Abbildung 4.5 zeigt den Zusammenhang des Wellenleitermodells mit der eigentlichen Struktur. Das Modell beinhaltet nun zwei Abschnitte der Länge  $h_1$  und  $h_2$ , die mit den Höhen der Substrate gleichgesetzt werden. Die relative Permittivität des 1. Abschnitts beläuft sich auf  $\varepsilon_{r,1}$ , der relativen Permittivität des Substrates zwischen innerer und unterer Lage. Dem zweiten Abschnitt weisen wir eine



**Abbildung 4.5:** Modellierung der Pilzstruktur mit Zwischenlage. Aus der homogenisierten Zelle folgt die Abbildung auf ein Wellenleitermodell für den Einfall einer ebenen Welle aus Normalenrichtung.

effektive relative Permittivität  $\varepsilon_{r,2,\text{eff}}$  zu, die sich von der relativen Permittivität  $\varepsilon_{r,2}$  des Substrates zwischen oberer und unterer Lage unterscheidet.

Die Eingangsimpedanz der kurzgeschlossenen Wellenleiterkaskade ist gegeben durch

$$Z_{\text{in}} = j \frac{Z_{\text{ref}}}{\sqrt{\varepsilon_{r,2,\text{eff}}}} \frac{\sqrt{\varepsilon_{r,2,\text{eff}}} \tan\left(\frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_{r,1}} h_1\right) + \sqrt{\varepsilon_{r,1}} \tan\left(\frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_{r,2,\text{eff}}} h_2\right)}{\sqrt{\varepsilon_{r,1}} - \sqrt{\varepsilon_{r,2,\text{eff}}} \tan\left(\frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_{r,1}} h_1\right) \tan\left(\frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_{r,2,\text{eff}}} h_2\right)} \quad (4.12)$$

mit  $Z_{\text{ref}} = 120 \pi \Omega$ . Der entsprechende Reflexionsfaktor  $\Gamma_{\text{in}}$  am Eingang folgt aus (4.3). Da  $\varepsilon_{r,1}$  ohnehin nicht beliebig gewählt werden kann, setzen wir ihn als gegeben voraus. Damit bleiben drei Unbekannte:  $\varepsilon_{r,2,\text{eff}}$ ,  $h_1$  und  $h_2$ .

Wie im vorangegangenen Unterabschnitt gehen wir zur Bestimmung der Parameter von den drei Frequenzpunkten  $f_1$ ,  $f_{\text{res}}$  und  $f_u$  aus, die charakteristisch für den Phasengang von  $\Gamma_{\text{in}}$  sind. Aus (4.4) ergeben sich somit drei Zusammenhänge zur Bestimmung von  $\varepsilon_{r,2,\text{eff}}$ ,  $h_1$  und  $h_2$ , die sich nicht explizit

auflösen lassen. Unter der Annahme  $\frac{\omega}{c} h_1 \sqrt{\varepsilon_{r,1}} \ll 1$  bzw.  $\frac{\omega}{c} h_2 \sqrt{\varepsilon_{r,2,\text{eff}}} \ll 1$  können die Terme mit  $\tan(\cdot)$ -Funktionen in (4.12) durch ihr Argument approximiert werden. Aus (4.4) erhalten wir dann

$$\frac{2\pi f_1}{c} (h_1 + h_2) \approx 1 - \left( \frac{2\pi f_1}{c} \right)^2 \varepsilon_{r,2,\text{eff}} h_1 h_2 \quad (4.13a)$$

$$0 \approx 1 - \left( \frac{2\pi f_{\text{res}}}{c} \right)^2 \varepsilon_{r,2,\text{eff}} h_1 h_2 \quad (4.13b)$$

$$-\frac{2\pi f_u}{c} (h_1 + h_2) \approx 1 - \left( \frac{2\pi f_u}{c} \right)^2 \varepsilon_{r,2,\text{eff}} h_1 h_2 . \quad (4.13c)$$

Nach Umstellen von (4.13b) nach  $\varepsilon_{r,2,\text{eff}}$  und Einsetzen in (4.13a) und (4.13c) ergibt sich schließlich

$$f_{\text{res}}^2 \approx f_1 f_u . \quad (4.14)$$

Für die gesuchten Modellparameter erhalten wir [139]

$$\varepsilon_{r,2,\text{eff}} = \left( \frac{c}{2\pi f_{\text{res}}} \right)^2 \frac{1}{h_1 h_2} \quad (4.15a)$$

$$h_1 + h_2 = \frac{c}{2\pi f_{\text{res}}} \frac{B_\Gamma}{f_{\text{res}}} . \quad (4.15b)$$

Den Zusammenhang zwischen den charakteristischen Frequenzen (4.14) haben wir bereits im vorangegangenen Unterabschnitt gefunden. Es zeigt sich also erneut die Analogie zum Reflexionsverhalten eines Parallelschwingkreises, wobei die Ersatzinduktivität und -kapazität pro Flächenquadrat nun durch

$$L = \mu_0 h_1 \quad \text{in } \frac{\text{H}}{\text{sqr}} \quad (4.16a)$$

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_{r,2,\text{eff}} h_2 \quad \text{in } \frac{\text{F}}{\text{sqr}} \quad (4.16b)$$

ausgedrückt werden können.

Zur Bestimmung von  $\varepsilon_{r,2,\text{eff}}$ ,  $h_1$  und  $h_2$  stehen lediglich (4.15a) und (4.15b) zur Verfügung, d.h., es bleibt ein Freiheitsgrad. Dieser unterliegt allerdings aufgrund der getroffenen Annahmen bestimmten Einschränkungen. Aus (4.15a) und  $\frac{\omega}{c} h_2 \sqrt{\varepsilon_{r,2,\text{eff}}} \ll 1$  folgt mit  $\omega = 2\pi f_{\text{res}}$ :  $h_1 \gg h_2$ .

In (4.15) kann also beispielsweise  $h_2$  in Relation zu  $h_1$  ausgedrückt werden, woraus eine eindeutige Lösung des Gleichungssystems resultiert. Eine weitere Einschränkung geht aus der Annahme  $\frac{\omega}{c} h_1 \sqrt{\varepsilon_{r,1}} \ll 1$  hervor.\*

Wir leiten nun eine Abbildung ab, die die Modellparameter mit der Geometrie der Pilzstruktur mit Zwischenlage verknüpft. Bei gegebener Bandbreite  $B_\Gamma$  und Resonanzfrequenz  $f_{\text{res}}$  folgt die Gesamthöhe der Struktur unmittelbar aus (4.15b), woraus sowohl  $h_1$  und  $h_2$  unter Berücksichtigung der getroffenen Annahmen extrahiert werden können. Zur Bestimmung der Periode  $a$  der Struktur setzen wir die Spaltbreiten zwischen den Strukturen der oberen bzw. der inneren Lage als gegebenen voraus. Wie bei der Pilzstruktur ist die kapazitive Wirkung der strukturierten Lagen ausschlaggebend. Aufgrund der zusätzlichen Zwischenlage wird die Kopplung benachbarter Zellen hier allerdings nicht durch die Kapazität der Spalte dominiert sondern durch die Kapazität [128, S. 41]

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_{r,2} h_2 \frac{A}{h_2^2} \quad \text{in} \quad \frac{\text{F}}{\text{sqr}}, \quad (4.17)$$

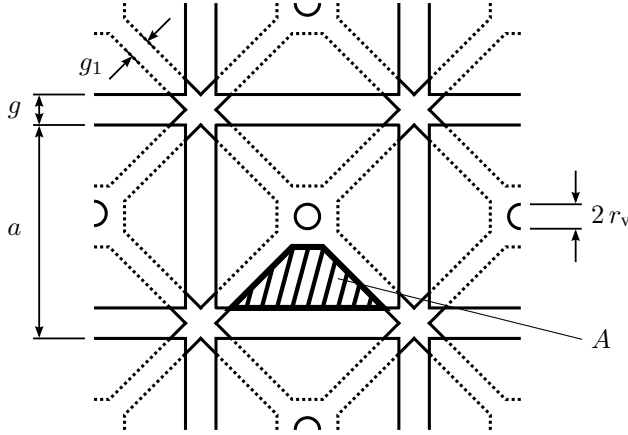
die sich durch Überlappung der Elemente zwischen oberer und innerer Lage ausbildet;  $A$  repräsentiert dabei die überlappende Fläche. Im Gegensatz zum reinen Substrat, das eine Kapazität pro Flächenquadrat von  $\varepsilon_0 \varepsilon_{r,2} h_2$  aufweist, fällt somit die wirksame Kapazität durch die zusätzlichen metallischen Elemente um den Faktor  $A^2/h_2^2 = \frac{\varepsilon_{r,2,\text{eff}}}{\varepsilon_{r,2}}$  höher aus. Dies zieht eine erhöhte Feldkonzentration zwischen oberer und innerer Lage nach sich, d.h., die relative Permittivität ist scheinbar vergrößert.

Zur Bestimmung der Periode  $a$  müssen wir zunächst die Fläche  $A$  ermitteln, d.h., den Anteil pro Zelle, bei dem eine Überlappung zwischen oberer und innerer Lage auftritt. Wir berücksichtigen dabei lediglich den Teil, bei dem eine direkte Kopplung benachbarter Zellen auftritt, wie in Abbildung 4.6 durch die schraffierte Fläche illustriert. Für die Periode erhalten wir schließlich

$$a = g + \sqrt{2} g_1 + \sqrt{2} \sqrt{\left(3 - 2\sqrt{2}\right) g_1^2 + 2 \left(2 - \sqrt{2}\right) g_1 r_v + 2 r_v^2 + 2 h_2^2 \frac{\varepsilon_{r,2,\text{eff}}}{\varepsilon_{r,1}}}, \quad (4.18)$$

---

\*Durch Spezifikation einer maximalen elektrischen Länge, die im Sinne der Approximation toleriert werden kann, lässt sich ein maximal zulässiges  $h_1$  ermitteln.



**Abbildung 4.6:** Skizze der Pilzstruktur mit Zwischenlage bei Ansicht von oben. Verdeckte Kanten sind gepunktet dargestellt. Der schraffierte Bereich kennzeichnet die überlappende Fläche  $A$ .

mit den Spaltbreiten  $g$  bzw.  $g_1$  der oberen bzw. inneren Lage und dem Radius  $r_v$  der Durchkontaktierung (Abbildung 4.6). Aus praktischer Sicht ist eine Vereinfachung des Radikanden in (4.18) möglich. Da in der Regel  $\varepsilon_{r,2,\text{eff}} \gg \varepsilon_{r,2}$  vorausgesetzt werden kann und die geometrischen Abmessungen alle in der selben Größenordnung liegen, dominiert der Term  $2 h_2^2 \frac{\varepsilon_{r,2,\text{eff}}}{\varepsilon_{r,1}}$  gegenüber den übrigen Summanden. Daher können wir (4.18) durch [139]

$$a \approx g + \sqrt{2} g_1 + 2 h_2 \sqrt{\frac{\varepsilon_{r,2,\text{eff}}}{\varepsilon_{r,1}}} \quad (4.19)$$

approximieren.

Wie im vorangegangenen Unterabschnitt vergleichen wir nun die Dimensionierung der Pilzstruktur mit Zwischenlage mit den Ergebnissen, die sich aus den Entwurfsvorschriften nach dem Wellenleitermodell ergeben. Entsprechend den Simulationsergebnissen setzen wir die Bandbreite  $B_\Gamma = 0.39 \text{ GHz}$  und die Resonanzfrequenz  $f_{\text{res}} = 2.42 \text{ GHz}$  als Zielwerte voraus. Aus (4.15b) ergibt sich eine Gesamthöhe von  $h_1 + h_2 = 3.21 \text{ mm}$ . Im Sinne der Forderung  $h_1 \gg h_2$  setzen wir auf einen praktikablen

Wert von  $h_2 = 0.1 \text{ mm}$ ,\* woraus  $h_1 = 3.11 \text{ mm}$  folgt. Damit erhalten wir aus (4.15a) für die effektive relative Permittivität  $\varepsilon_{r,2,\text{eff}} \approx 1229.4$ . Mit  $g = g_1 = 0.2 \text{ mm}$  und  $\varepsilon_{r,2} = 3.54$  [131] ergibt sich schließlich aus (4.19) eine Periode von  $a \approx 4.28 \text{ mm}$ . Auch hier zeigt sich, dass im Vergleich zu den tatsächlichen Werten von  $h_1 + h_2 \approx 3.25 \text{ mm}$  und  $a \approx 4.7 \text{ mm}$  die Höhe und die Periode der Struktur mit Hilfe der abgeleiteten Entwurfsvorschriften gut abgeschätzt werden können.

### 4.2.3 Diskussion

Die in den zwei vorangegangenen Unterabschnitten betrachteten Modelle erlauben sowohl eine qualitative als auch quantitative Beschreibung der Reflexionseigenschaften bei normalem Einfall. Dies zeigt sich anhand der gefundenen Entwurfsvorschriften, die eine gute Abschätzung der Dimensionen der jeweiligen Zelle erlauben. Eine Anpassung der Geometrie auf Basis von Simulationen ist zwar unumgänglich, allerdings stellen die abgeschätzten Werte zumindest einen Ausgangspunkt dar, der den Entwurf erheblich vereinfacht und beschleunigt.

Bei der Diskussion der Simulationsergebnisse in Abschnitt 4.1 haben wir beobachtet, dass das Substrat für die Ausprägung des charakteristischen Phasengangs eine untergeordnete Rolle spielt. Dies können wir nun anhand der beiden Modelle auch theoretisch untermauern, so sind die Modellparameter entsprechend (4.7) bzw. (4.15) *unabhängig* von der relativen Permittivität des Trägersubstrats.

Hinsichtlich der Bandbreite  $B_\Gamma$  zeigt sich aus (4.15b), dass diese bei der Pilzstruktur mit Zwischenlage proportional mit der Höhe der Zelle steigt, sofern (4.15b) entsprechend den getroffenen Annahmen gültig ist. Auch bei der Pilzstruktur wächst die Bandbreite mit der Höhe an, wenngleich dies aus (4.7b) weniger offensichtlich hervorgeht. Eine hohe (relative) Bandbreite wird also durch eine hohe Aufbauhöhe erkauft, was für bestimmte Applikationen unerwünscht sein kann.

Es sei an dieser Stelle erwähnt, dass die Modelle und die daraus gewonnenen Entwurfsvorschriften auf die entsprechenden Strukturen zugeschnitten sind. Eine allgemeine Modellierung für periodisch strukturierte Oberflächen ist aufgrund der Vielfalt von Ausführungen schwierig. Dabei besteht das

---

\*Das gewählte Substrat ist in dieser Dicke erhältlich [131].



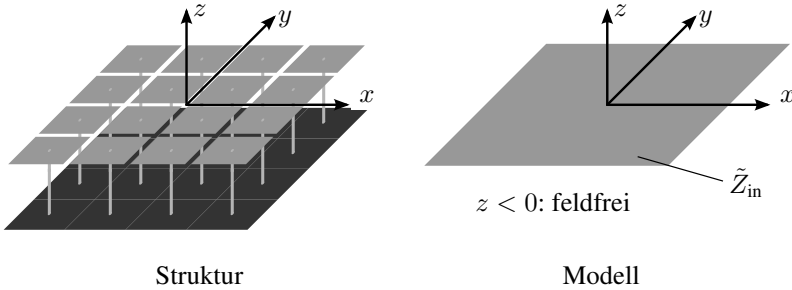
Problem weniger in der quantitativen Beschreibung des Reflexionsverhaltens, sondern vielmehr im Ableiten einer Entwurfsvorschrift, die im Grunde für jede Form der Realisierung erneut gefunden werden muss. Für die hier betrachteten Strukturen wurden physikalische Gesichtspunkte zur Modellbildung herangezogen, selbst wenn sich letztlich die Analogie zum Reflexionsverhalten eines Parallelschwingkreises gezeigt hat. Diese Vorgehensweise erlaubt es, die Abbildung zwischen den Modellparametern und den Dimensionen der zugehörigen Zelle nachzuvollziehen. Bei komplexeren Strukturen allerdings kann eine solche Abbildung unter Umständen nur schwer gefunden werden, so dass eine Anpassung der Zellparameter hinsichtlich eines gewünschten Reflexionsverlaufs durch numerische Optimierungen erforderlich ist, was mit den gegenwärtig verfügbaren Simulationswerkzeugen durchaus eine Alternative sein kann.

### 4.3 Reflexionsverhalten bei schrägem Einfall

Zur analytischen Beschreibung der Reflexion oder Streuung an einer Oberfläche wird die Oberfläche selbst durch einen Operator ersetzt, der die elektrischen und magnetischen Feldkomponenten auf der Oberfläche miteinander verknüpft [15]. Dieser Operator hat im allgemeinsten Fall die Form eines Tensors, dessen Elemente eine Impedanz darstellen. Setzen wir eine planare Oberfläche und einen normalen Feldeinfall voraus, so entartet der Tensor zu einem Skalar. Wir haben also bereits im vorangegangenen Abschnitt die einfachste Form dieser *Randbedingung* kennengelernt, die in der englischsprachigen Literatur unter der Bezeichnung *impedance boundary condition* zu finden ist. Beziehen wir nun beliebige Einfallswinkel in unsere Betrachtungen ein, dann ist eine Erweiterung der bisherigen Analysen erforderlich.

Im Gegensatz zum Einfall aus Normalenrichtung müssen wir im Fall beliebiger Einfallswinkel die Polarisierung der auftreffenden Welle beachten, d.h., wie sind das elektrische und magnetische Feld relativ zur Oberfläche gerichtet. Wir müssen dabei allerdings nur zwei fundamentale Fälle unterscheiden: *senkrecht* und *parallel* polarisierte Wellen. Die weiteren Fälle lassen sich als Überlagerung dieser beiden Typen darstellen.

Wir werden im folgenden Unterabschnitt zunächst die allgemeinen Randbedingungen an der Oberfläche betrachten, bevor wir die Modelle, die wir im vorangegangenen Abschnitt diskutiert haben, für den Fall beliebiger Ein-



**Abbildung 4.7:** Periodische strukturierte Oberfläche (links) und das Modell beschrieben durch eine Oberfläche der Impedanz  $\tilde{Z}_{\text{in}}$  (rechts). Der untere Halbraum  $z < 0$  in der Modellanordnung ist per Definition feldfrei.

fallswinkel erweitern. Im Anschluss vergleichen wir die Erwartungen aus den Modellen mit den Ergebnissen der Simulation der Pilzstruktur und der Pilzstruktur mit Zwischenlage. In diesem Zusammenhang beschäftigen wir uns auch mit der Frage, inwieweit insbesondere der Phasengang des Reflexionsfaktors durch Modifikationen der Struktur beeinflusst werden kann.

### 4.3.1 Definition der Oberflächenimpedanz

Der Ansatz zur Analyse der Reflexionseigenschaften an einer planaren Grenzfläche ist in Abbildung 4.7 skizziert [16, S. 44]. Anstelle der eigentlichen Anordnung tritt eine äquivalente Fläche  $z = 0$ , die durch den Impedanzoperator  $\tilde{Z}_{\text{in}}$  charakterisiert wird. Dieser verbindet die Felder an der Oberfläche miteinander, so dass eine Betrachtung des unteren Halbraumes  $z < 0$  nicht mehr notwendig ist, da dessen Eigenschaften nun durch  $\tilde{Z}_{\text{in}}$  repräsentiert werden. Trifft eine Welle auf die Oberfläche, dann zeigt sich dieselbe elektromagnetische Wechselwirkung im oberen Halbraum  $z \geq 0$  wie bei der tatsächlichen Anordnung. Bei  $z = 0$  weisen also beide die gleichen Grenzflächen- bzw. Randbedingungen auf.

Die allgemeine Randbedingung ergibt sich aus [16, S. 45]

$$\vec{E}_{\text{t}}|_{z=0} = \tilde{Z}_{\text{in}} \cdot \vec{n} \times \vec{H}_{\text{t}}|_{z=0} , \quad (4.20)$$

dabei stehen  $\vec{E}_t$  und  $\vec{H}_t$  für das tangential elektrische und tangential magnetische Feld und  $\vec{n}$  ist der Normalenvektor, der in positive z-Richtung zeigt.  $\tilde{Z}_{in}$  entspricht einer Art Differentialoperator, der die Ströme auf der Oberfläche auf das elektrische Feld an einem bestimmten Punkt abbildet. Wir werden nun eine geeignete Lösung für  $\tilde{Z}_{in}$  ableiten, die auf unser Problem zugeschnitten ist.

Zunächst zerlegen wir  $\tilde{Z}_{in}$  in seine fundamentalen Bestandteile. Wir betrachten dazu Abbildung 4.8a. Eine ebene Welle trifft unter dem Winkel  $\theta$  auf die Oberfläche. Der zugehörige Wellenvektor sei

$$\vec{k}_0 = \vec{k}_n + \vec{k}_t \quad \text{mit} \quad \vec{k}_n = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -k_n \end{pmatrix}^T \quad \text{und} \quad \vec{k}_t = \begin{pmatrix} k_t & 0 & 0 \end{pmatrix}^T, \quad (4.21)$$

dabei steht  $k_n = \cos \theta |\vec{k}_0|$  für die normale und  $k_t = \sin \theta |\vec{k}_0|$  für die tangential Komponente. Neben  $\vec{k}_t$  können wir eine weitere tangential Komponente definieren, die sich aus  $\vec{n} \times \vec{k}_t$  ergibt. Diese beiden Komponenten bilden die Eigenvektoren von  $\tilde{Z}_{in}$  [16], somit können wir schreiben

$$\tilde{Z}_{in} = Z_{in,p} \frac{\vec{k}_t \vec{k}_t^T}{k_t^2} + Z_{in,s} \frac{(\vec{n} \times \vec{k}_t) (\vec{n} \times \vec{k}_t)^T}{k_t^2}. \quad (4.22)$$

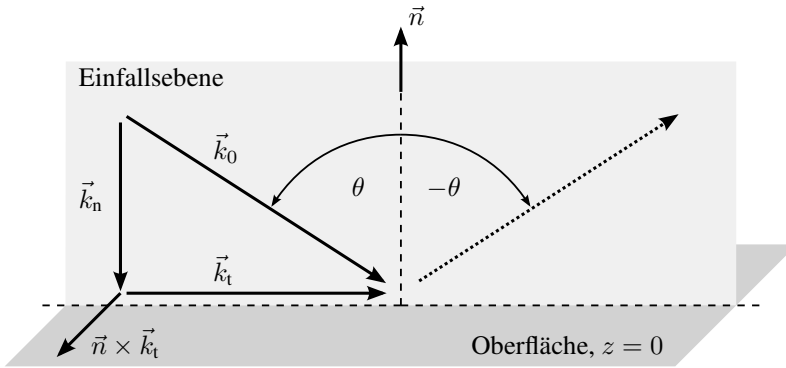
$Z_{in,p}$  bzw.  $Z_{in,s}$  repräsentiert die Oberflächenimpedanz, die bei einer *parallel* bzw. *senkrecht* polarisierten Welle wirksam wird. Entsprechend Abbildung 4.8b ist bei paralleler Polarisation das elektrische Feld parallel zur Einfallsebene gerichtet. Das magnetische Feld hingegen steht senkrecht sowohl zur Einfallsebene als auch hinsichtlich  $\vec{k}_t$ , daher sprechen wir in diesem Fall auch von transversal magnetischer (TM) Polarisation. Mit  $\vec{H}_t|_{z=0} = H_t \vec{n} \times (\vec{k}_t/k_t)$  ergibt sich dann aus (4.20)

$$\vec{E}_t|_{z=0} = Z_{in,p} H_t \frac{\vec{k}_t \vec{k}_t^T}{k_t^2} \frac{\vec{k}_t}{k_t} = Z_{in,p} H_t \frac{\vec{k}_t}{k_t}. \quad (4.23)$$

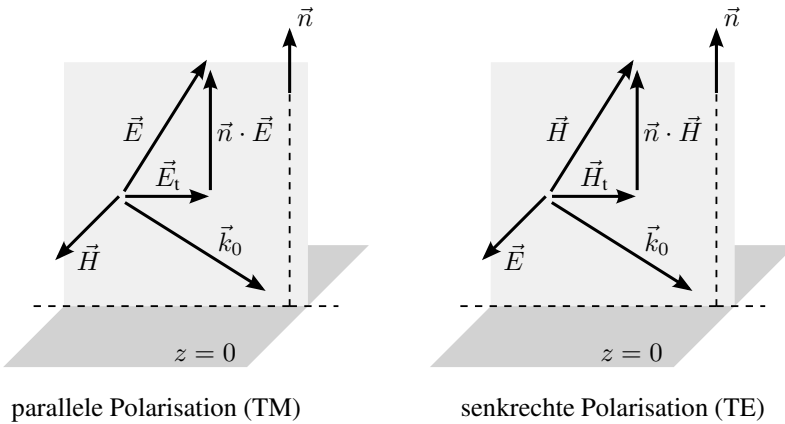
Ist die einfallende Welle senkrecht bzw. transversal elektrisch (TE) polarisiert, d.h., das elektrische Feld steht nun senkrecht auf der Einfallsebene (vgl. Abbildung 4.8b), dann erhalten wir mit  $\vec{H}_t|_{z=0} = H_t \vec{k}_t/k_t$

$$\vec{E}_t|_{z=0} = Z_{in,s} H_t \frac{(\vec{n} \times \vec{k}_t) (\vec{n} \times \vec{k}_t)^T}{k_t^2} \vec{n} \times \frac{\vec{k}_t}{k_t} = Z_{in,s} H_t \vec{n} \times \frac{\vec{k}_t}{k_t}. \quad (4.24)$$

a)



b)



**Abbildung 4.8:** Schräger Einfall einer ebenen Welle auf die Oberfläche  $z=0$ ;  $\vec{n}$  ist der Normalenvektor. a) zeigt den Wellenvektor  $\vec{k}_0$  der einfallenden Welle und die Zerlegung in die Komponenten  $\vec{k}_t$  und  $\vec{k}_n$ .  $\theta$  steht für den Einfallswinkel,  $-\theta$  für den Ausfallswinkel. In b) sind die Feldkomponenten bei paralleler bzw. senkrechter Polarisati-on dargestellt.

$H_t$  steht für die komplexe Amplitude des magnetischen Feldes. Fällt weder der elektrische noch der magnetische Feldvektor in die Einfallsebene, dann ergibt sich das tangential elektrische Feld aus der gewichteten Überlagerung von (4.23) und (4.24).

Aus (4.3) folgt der mit  $Z_{\text{in,p}}$  bzw.  $Z_{\text{in,s}}$  korrespondierende Reflexionsfaktor  $\Gamma_{\text{in}}$  an der Oberfläche. Bei der Berechnung muss allerdings beachtet werden, dass die Referenzimpedanz  $Z_{\text{ref}}$  ebenfalls von der Polarisierung der einfallenden Welle abhängt.  $Z_{\text{ref}}$  ist daher

$$\text{bei paralleler Polarisation durch} \quad Z_{\text{ref}} \cos \theta, \quad (4.25a)$$

$$\text{bei senkrechter Polarisation durch} \quad \frac{Z_{\text{ref}}}{\cos \theta} \quad (4.25b)$$

zu ersetzen [17, S. 12 f.]. Somit ergeben sich

$$\Gamma_{\text{in,p}} = \frac{Z_{\text{in,p}} - Z_{\text{ref}} \cos \theta}{Z_{\text{in,p}} + Z_{\text{ref}} \cos \theta} \quad \text{und} \quad (4.26a)$$

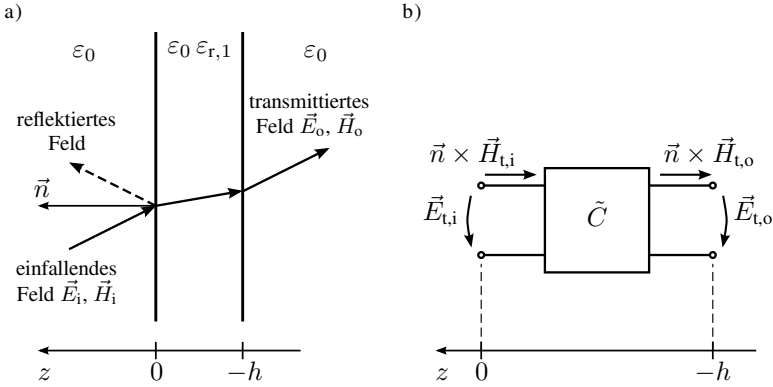
$$\Gamma_{\text{in,s}} = \frac{Z_{\text{in,s}} \cos \theta - Z_{\text{ref}}}{Z_{\text{in,s}} \cos \theta + Z_{\text{ref}}}. \quad (4.26b)$$

### 4.3.2 Verallgemeinerung der Modelle für normalen Einfall

Die Erweiterung der Modelle basiert auch hier auf der Homogenisierung der Struktur. Wie in Abschnitt 4.2 ersetzen wir die Struktur durch eine Leiteroberfläche, die mit einer oder mehreren dielektrischen Schichten überzogen ist. Allerdings vereinfachen wir diese Anordnung nicht weiter, sondern gehen von einem *vektoriellen* Wellenleitermodell aus, das keine Beschränkung hinsichtlich des Einfallswinkels impliziert [91, 92]. Das vektorielle Wellenleitermodell stellt eine Verallgemeinerung der Wellenleitermodelle in Abschnitt 4.2 dar.

Zur Bestimmung der Oberflächenimpedanz  $\tilde{Z}_{\text{in}}$  setzen wir zunächst die tangentialen Feldkomponenten an den äußeren Grenzen der dielektrischen Schicht(en) in Beziehung zueinander, wie in Abbildung 4.9 skizziert. In Anlehnung an die Netzwerktheorie können wir entsprechend der Definition der Kettenmatrix (3.6) schreiben:

$$\begin{pmatrix} \vec{E}_{\text{t,i}} \\ \vec{n} \times \vec{H}_{\text{t,i}} \end{pmatrix} = \tilde{C} \begin{pmatrix} \vec{E}_{\text{t,o}} \\ \vec{n} \times \vec{H}_{\text{t,o}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{C}_{11} & \tilde{C}_{12} \\ \tilde{C}_{21} & \tilde{C}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{E}_{\text{t,o}} \\ \vec{n} \times \vec{H}_{\text{t,o}} \end{pmatrix}. \quad (4.27)$$



**Abbildung 4.9:** a) Darstellung zum Einfall einer ebenen Welle auf eine dielektrische Schicht mit der relativen Permittivität  $\varepsilon_{r,1}$  und der Höhe  $h$ . b) äquivalentes Netzwerkmodell: Verknüpfung der tangentialen Feldkomponenten  $\vec{E}_{t,i}$  und  $\vec{H}_{t,i}$  am Eingang  $z = 0$  mit den tangentialen Feldkomponenten  $\vec{E}_{t,o}$  und  $\vec{H}_{t,o}$  am Ausgang  $z = -h$  über die Kettenmatrix  $\tilde{C}$ .

$\vec{E}_{t,i}$  bzw.  $\vec{E}_{t,o}$  und  $\vec{n} \times \vec{H}_{t,i}$  bzw.  $\vec{n} \times \vec{H}_{t,o}$  können dabei als Spannung und Strom am Ein- bzw. Ausgang des „vektoriellen“ Netzwerks aufgefasst werden, das die Eigenschaften der dielektrischen Schicht(en) widerspiegelt (Abbildung 4.9b). Im Gegensatz zur Kettenmatrix (3.6) sind die Elemente von  $\tilde{C}$  in (4.27) keine skalaren Größen sondern  $3 \times 3$  Blockmatrizen.

Schließen wir nun die dielektrische(n) Schicht(en) am Ende mit einer Leiteroberfläche ab, dann wird  $\vec{E}_{t,o} = \vec{0}$  mit dem Nullvektor  $\vec{0}$ . Eingesetzt in (4.27) ergibt sich

$$\vec{E}_{t,i} = \tilde{C}_{12} \tilde{C}_{22}^{-1} \vec{n} \times \vec{H}_{t,i} = \tilde{Z}_{in} \vec{n} \times \vec{H}_{t,i}, \quad (4.28)$$

was der allgemeinen Formulierung der Randbedingung (4.20) entspricht.  $\tilde{Z}_{in}$  folgt somit unmittelbar aus  $\tilde{C}$ .

Für eine dielektrische Schicht der Dicke  $h$  und einer relativen Permittivität  $\varepsilon_{r,1}$  ergeben sich die Elemente von  $\tilde{C}$  aus [90]:

$$\tilde{C}_{11} = \cos(k_{1,n} h) \tilde{I}_t \quad (4.29a)$$

$$\tilde{C}_{12} = j Z_1 \frac{k_1}{k_{1,n}} \sin(k_{1,n} h) \left( \tilde{I}_t - \frac{\vec{k}_t \vec{k}_t^T}{k_1^2} \right) \quad (4.29b)$$

$$\tilde{C}_{21} = j \frac{1}{Z_1} \frac{k_1}{k_{1,n}} \sin(k_{1,n} h) \left( \tilde{I}_t - \frac{(\vec{n} \times \vec{k}_t) (\vec{n} \times \vec{k}_t)^T}{k_1^2} \right) \quad (4.29c)$$

$$\tilde{C}_{22} = \cos(k_{1,n} h) \tilde{I}_t \quad (4.29d)$$

mit

$$Z_1 = \frac{Z_{\text{ref}}}{\sqrt{\varepsilon_{r,1}}}, \quad k_1 = k_0 \sqrt{\varepsilon_{r,1}}, \quad k_{1,n} = \sqrt{k_1^2 - k_t^2} \quad (4.30)$$

und

$$\tilde{I}_t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.31)$$

$Z_1$  und  $k_1$  stehen für die Wellenimpedanz und die Wellenzahl im Dielektrikum und  $Z_{\text{ref}}$  ist die Wellenimpedanz im Freiraum. Die Abhängigkeit vom Einfallswinkel verbirgt sich in der Normalkomponente  $k_{1,n}$  des Wellenvektors  $\vec{k}_1$  innerhalb des Dielektrikums. Mit  $k_t = \sin \theta k_0$  erhalten wir

$$k_{1,n} = k_0 \sqrt{\varepsilon_{r,1} - \sin^2 \theta}. \quad (4.32)$$

Mit Hilfe der gefundenen Ausdrücke können wir nun die Oberflächenimpedanzen  $Z_{\text{in,p}}$  (4.23) und  $Z_{\text{in,s}}$  (4.24) bestimmen. Zunächst betrachten wir das Modell der Pilzstruktur (Abbildung 4.4).

### Pilzstruktur

Da in diesem Fall lediglich eine dielektrische Schicht vorhanden ist, ergeben sich die zugehörigen Parameter der Kettenmatrix unmittelbar aus (4.29), wobei  $\varepsilon_{r,1}$  durch  $\varepsilon_{r,1,\text{eff}}$  zu ersetzen ist. Aus (4.23), (4.24) und (4.28) erhalten wir schließlich:

$$Z_{\text{in,p}} = j \frac{Z_{\text{ref}}}{\varepsilon_{r,1,\text{eff}}} \sqrt{\varepsilon_{r,1,\text{eff}} - \sin^2 \theta} \tan \left( k_0 h \sqrt{\varepsilon_{r,1,\text{eff}} - \sin^2 \theta} \right) \quad (4.33a)$$

$$Z_{\text{in,s}} = j \frac{Z_{\text{ref}}}{\sqrt{\varepsilon_{r,1,\text{eff}} - \sin^2 \theta}} \tan \left( k_0 h \sqrt{\varepsilon_{r,1,\text{eff}} - \sin^2 \theta} \right). \quad (4.33b)$$

Wir erkennen, dass der Einfallswinkel  $\theta$  die effektiv wirksame Permittivität beeinflusst. Für  $\theta = 0^\circ$  entarten beide Lösungen zur Eingangsimpedanz  $Z_{\text{in}}$  (4.2) des in Abschnitt 4.2 (S. 80) betrachteten Wellenleitermodells. Für  $\theta > 0^\circ$  verringert sich gemäß (4.32) die Normalkomponente  $k_{1,n}$  der Wellenzahl im Dielektrikum, damit verringert sich auch die wirksame elektrische Länge.

### Pilzstruktur mit Zwischenlage

In diesem Fall müssen wir zunächst die Kettenmatrix  $\tilde{C}$  der beiden dielektrischen Schichten ermitteln (Abbildung 4.5), die die Kaskade aus  $\tilde{C}^{(2)}$  und  $\tilde{C}^{(1)}$  beschreibt, d.h.,  $\tilde{C} = \tilde{C}^{(2)} \tilde{C}^{(1)}$ .  $\tilde{C}^{(1)}$  charakterisiert die Schicht der Dicke  $h_1$  und der relativen Permittivität  $\varepsilon_{r,1}$ ,  $\tilde{C}^{(2)}$  die Schicht der Dicke  $h_2$  und der relativen Permittivität  $\varepsilon_{r,2,\text{eff}}$ . Die Oberflächenimpedanz (4.28) ergibt sich dann aus

$$\tilde{Z}_{\text{in}} = \left( \tilde{C}_{11}^{(1)} \tilde{C}_{12}^{(2)} + \tilde{C}_{12}^{(1)} \tilde{C}_{22}^{(2)} \right) \left( \tilde{C}_{21}^{(1)} \tilde{C}_{12}^{(2)} + \tilde{C}_{22}^{(1)} \tilde{C}_{22}^{(2)} \right)^{-1}. \quad (4.34)$$

Die Elemente von  $\tilde{C}^{(1)}$  und  $\tilde{C}^{(2)}$  erhalten wir aus (4.29), wobei  $h$  und  $\varepsilon_{r,1}$  entsprechend ersetzt werden müssen. Aus (4.23), (4.24) und (4.28) folgt schließlich:

$$Z_{\text{in},p} = j Z_2 \frac{k_{2,n}}{k_2} \frac{Z_1 \frac{k_{1,n}}{k_1} \tan(k_{1,n} h_1) + Z_2 \frac{k_{2,n}}{k_2} \tan(k_{2,n} h_2)}{Z_2 \frac{k_{2,n}}{k_2} - Z_1 \frac{k_{1,n}}{k_1} \tan(k_{1,n} h_1) \tan(k_{2,n} h_2)} \quad (4.35a)$$

$$Z_{\text{in},s} = j Z_2 \frac{k_2}{k_{2,n}} \frac{Z_1 \frac{k_1}{k_{1,n}} \tan(k_{1,n} h_1) + Z_2 \frac{k_2}{k_{2,n}} \tan(k_{2,n} h_2)}{Z_2 \frac{k_2}{k_{2,n}} - Z_1 \frac{k_1}{k_{1,n}} \tan(k_{1,n} h_1) \tan(k_{2,n} h_2)} \quad (4.35b)$$

mit

$$Z_1 = \frac{Z_{\text{ref}}}{\sqrt{\varepsilon_{r,1}}} \quad k_1 = k_0 \sqrt{\varepsilon_{r,1}} \quad k_{1,n} = k_0 \sqrt{\varepsilon_{r,1} - \sin^2 \theta} \quad (4.36a)$$

$$Z_2 = \frac{Z_{\text{ref}}}{\sqrt{\varepsilon_{r,2}}} \quad k_2 = k_0 \sqrt{\varepsilon_{r,2,\text{eff}}} \quad k_{2,n} = k_0 \sqrt{\varepsilon_{r,2,\text{eff}} - \sin^2 \theta}. \quad (4.36b)$$



Auch hier gehen  $Z_{\text{in,p}}$  und  $Z_{\text{in,s}}$  für  $\theta = 0^\circ$  in das Ergebnis (4.12) über, das wir bereits für den normalen Feldeinfall erhalten haben.

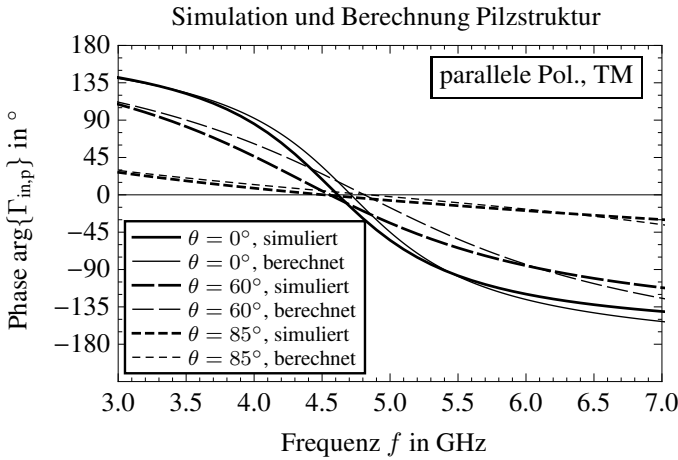
### 4.3.3 Ergebnisse und Vergleich mit Simulation

Wir betrachten zunächst das Reflexionsverhalten für die Pilzstruktur nach Abbildung 3.3a. Zum Vergleich mit den Simulationsergebnissen setzen wir die Modellparameter, die wir in Abschnitt 4.2 ermittelt haben, d.h.  $\varepsilon_{\text{r},1,\text{eff}} \approx 18.5$  und  $h \approx 3.72$  mm, in (4.33) ein. Die Ergebnisse für  $\theta = \{0^\circ, 60^\circ, 85^\circ\}$  sind in Abbildung 4.10 aufgetragen. Für parallel polarisierte Wellen (Abbildung 4.10a) stimmen die berechneten Phasenverläufe nach (4.26) sehr gut mit den Simulationen überein. Sowohl bei den Berechnungen als auch in den Simulationen zeigt sich jeweils eine schwache Abhängigkeit der Resonanzfrequenz von  $\theta$ , was sich aus (4.33a) direkt folgern lässt, da der Term  $\sin \theta$  wegen  $\varepsilon_{\text{r},1,\text{eff}} \gg 1$  vernachlässigt werden kann. Die Änderung im eigentlichen Verlauf des Phasengangs hängt mit der Änderung des Freiraumwellenwiderstands zusammen. Dieser strebt, *unabhängig* von der Frequenz, entsprechend (4.25a) mit steigendem  $\theta$  gegen Null, d.h., bei der Berechnung des Reflexionfaktors  $\Gamma_{\text{in,p}}$  (4.26a) wird die Oberflächenimpedanz  $Z_{\text{in,p}}$  auf einen vergleichsweise kleinen Wert bezogen. Für  $\theta = 90^\circ$  entspricht  $Z_{\text{in,p}}$  einem Leerlauf mit  $\Gamma_{\text{in,p}} = 1$ .

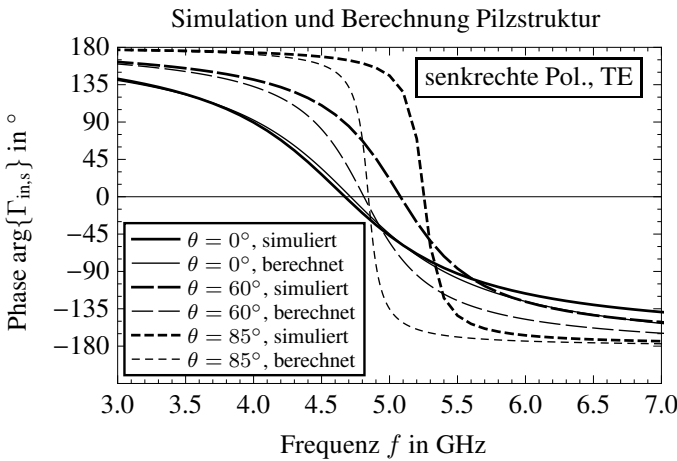
Deutlicher fällt der Unterschied zwischen den Simulationen und den Berechnungen für senkrecht polarisierte Wellen aus, wie aus Abbildung 4.10b hervorgeht. Zwar zeigt sich in beiden Fällen eine mit  $\theta$  ansteigende Resonanzfrequenz, allerdings ist diese Abhängigkeit in der Simulation stärker ausgeprägt. Demnach ist das Modell aus quantitativer Sicht unzureichend insbesondere für hinreichend große Einfallswinkel. Der qualitative Verlauf der Kurven ist hingegen vergleichbar, so erhöht sich die Phasensteilheit mit zunehmendem  $\theta$ , entsprechend verringert sich die Bandbreite  $B_\Gamma$  (4.1a). Auch hier lässt sich die Änderung des Kurvenverlaufs auf die Änderung des Freiraumwellenwiderstandes zurückführen. Entsprechend (4.25b) strebt dieser bei senkrechter Polarisierung mit zunehmendem  $\theta$  gegen Unendlich. In Relation stellt  $Z_{\text{in,s}}$  betragsmäßig eine sehr kleine Impedanz dar, sofern von der näheren Umgebung um die Resonanzfrequenz abgesehen wird.

In Abbildung 4.11 sind die Phasenverläufe für die Pilzstruktur mit Zwischenlage nach Abbildung 3.4a aufgetragen. Für die Berechnung nach (4.35) und (4.26) wurden die Modellparameter herangezogen, die wir in Ab-

a)



b)



**Abbildung 4.10:** Vergleich zwischen Simulation und Berechnung des Phasengangs der Reflexion für die Pilzstruktur bei variablem Einfallswinkel  $\theta$ : a) parallele Polarisation, b) senkrechte Polarisation.

schnitt 4.2 ermittelt bzw. vorausgesetzt haben:  $\varepsilon_{r,1} = 3.55$ ,  $h_1 = 3.11$  mm,  $\varepsilon_{r,2,\text{eff}} = 1229.4$  und  $h_2 = 0.1$  mm. Wie bei der Pilzstruktur zeigen die Simulationen bei paralleler Polarisierung auch hier eine nahezu konstante Resonanzfrequenz bei variablem Einfallswinkel (Abbildung 4.11a). Die berechneten Phasenverläufe hingegen weisen eine deutliche Abhängigkeit von  $\theta$  auf. Die Ursache für das unterschiedliche Verhalten liegt in der Wirkung der Durchkontaktierung, die im Modell keine Berücksichtigung fand.

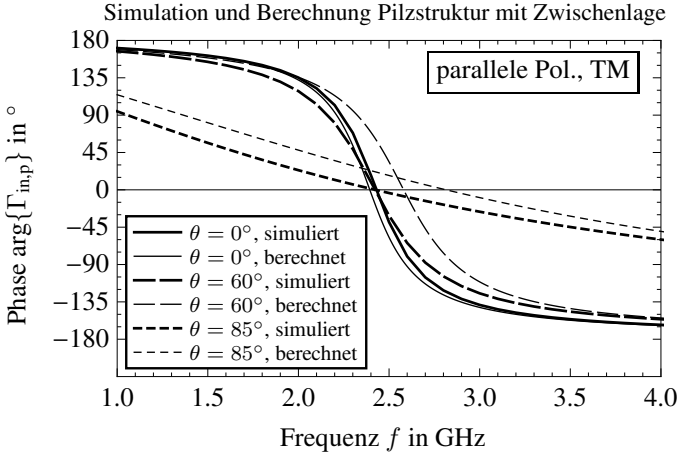
Bei senkrechter Polarisierung zeigt sich genau das umgekehrte Bild (Abbildung 4.11b). Wir beobachten nun in den Simulationen eine mit  $\theta$  veränderliche Resonanzfrequenz, während bei den Berechnungen  $f_{\text{res}}$  nahezu unabhängig von  $\theta$  ist. In diesem Fall ist das Modell aus quantitativer Sicht ebenfalls unzureichend, was wir hier jedoch nicht auf einen Einfluss der Durchkontaktierung zurückführen können. Die Ursache dafür liegt—sowohl bei der Pilzstruktur als auch bei der Pilzstruktur mit Zwischenlage—vielmehr in der Anregung einer Leckwelle. Wie wir in Abschnitt 3.2 gesehen haben, weisen die Dispersionscharakteristiken beider betrachteten Strukturen einen Leckwellenbereich auf, wobei der zugehörige Mode vom TE-Typ ist. In den Modellen wird die Leckwellenausbreitung allerdings vernachlässigt.—Den Zusammenhang zwischen der Dispersion im Leckwellenbereich und dem Reflexionsverhalten werden wir in Abschnitt 5.2 diskutieren.

Inwiefern die Durchkontaktierung tatsächlich Einfluss auf das Reflexionsverhalten hat, verdeutlicht Abbildung 4.12, in der die simulierten Phasengänge für die Pilzstruktur mit Zwischenlage *ohne* Durchkontaktierung zusammen mit den berechneten Verläufen nach (4.36) und (4.26) aufgetragen sind. Im Fall paralleler Polarisierung stimmen Simulation und Berechnung nahezu vollständig überein (Abbildung 4.12a). Damit bestätigt sich unsere zuvor getroffene Aussage. Für senkrecht polarisierte Wellen ist der Unterschied zum Ergebnis mit Durchkontaktierung gering, wie der Vergleich zwischen Abbildung 4.11b und Abbildung 4.12b zeigt. Die Durchkontaktierung hat folglich kaum Einfluss auf das Reflexionsverhalten senkrecht polarisierter Wellen, was angesichts der senkrechten Ausrichtung des elektrischen Feldes zur Achse der Durchkontaktierung auch einleuchtend ist.

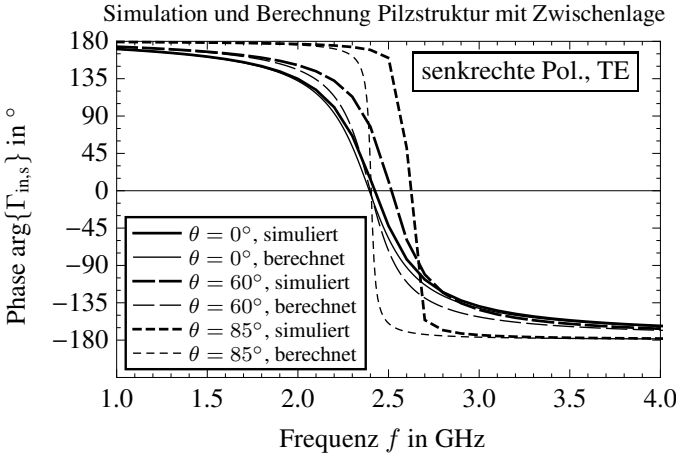
#### 4.3.4 Diskussion

Als Resumé können wir festhalten, dass mit Hilfe der erweiterten Modelle eine qualitativ gute Übereinstimmung mit den Simulationen erreicht wird, al-

a)

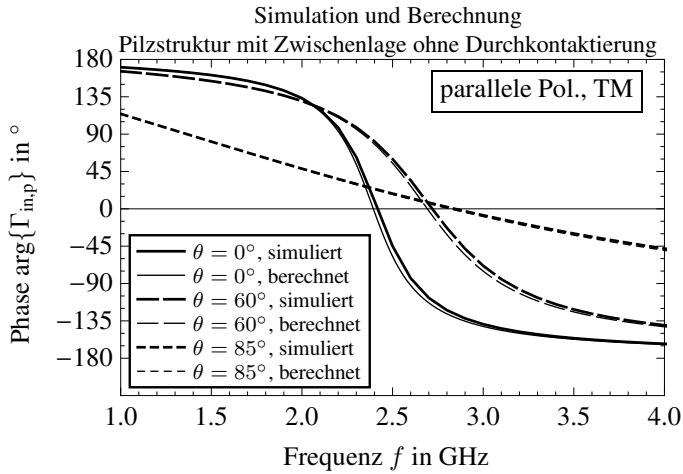


b)

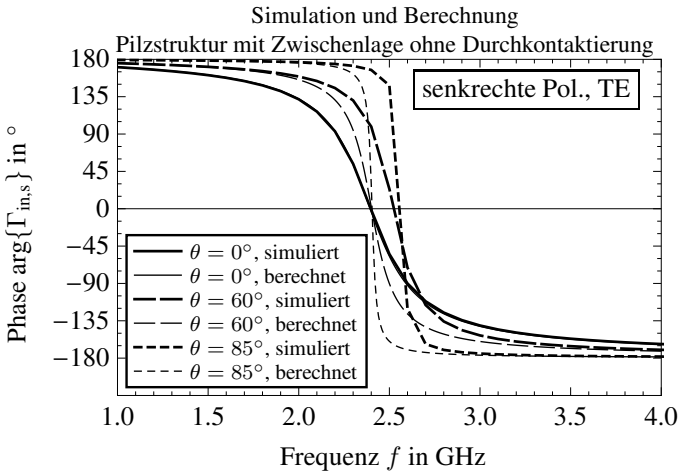


**Abbildung 4.11:** Vergleich zwischen Simulation und Berechnung des Phasengang der Reflexion für die Pilzstruktur mit Zwischenlage bei variierendem Einfallswinkel  $\theta$ : a) parallele Polarisation, b) senkrechte Polarisation.

a)



b)



**Abbildung 4.12:** Vergleich zwischen Simulation und Berechnung des Phasengang der Reflexion für die Pilzstruktur mit Zwischenlage ohne Durchkontaktierung bei variierendem Einfallswinkel  $\theta$ : a) parallele Polarisation, b) senkrechte Polarisation.

lerdings müssen aus quantitativer Sicht einige Unterschiede in Kauf genommen werden. Da die Ausgangssituation bei der Ableitung und Erweiterung der Modelle der Feldeinfall aus Normalenrichtung ist, finden sich quantitativ gute Übereinstimmungen nur für hinreichend „kleine“ Einfallswinkel, d.h.,  $\theta \lesssim 30^\circ$ .

Aus den diskutierten Beispielen lassen sich folgende Schlussfolgerungen ziehen:

- Der Phasengang des Reflexionsfaktors verläuft bei paralleler bzw. senkrechter Polarisation mit zunehmendem Einfallswinkel  $\theta$  flacher bzw. steiler. Da dies in der Abhängigkeit der Freiraumwellenimpedanz  $Z_{\text{ref}}$  (4.25) von  $\theta$  begründet ist, gilt dieser Zusammenhang grundsätzlich für jegliche periodisch strukturierten Oberflächen, die bei normalem Feldeinfall eine Frequenz mit verschwindender Reflexionsphase aufweisen.
- Für parallel polarisierte Wellen wird eine über  $\theta$  stabile Resonanzfrequenz  $f_{\text{res}}$  dann erreicht, wenn die normale Komponente des elektrischen Felds ein elektrisches Moment hervorruft [73]. Bei den betrachteten Strukturen wird dies durch das Einbringen der Durchkontaktierung erreicht.\*
- Die Durchkontaktierung hat für den Fall senkrechter Polarisation nur geringen Einfluss auf das Reflexionsverhalten, da sie elektrisch nicht wirksam ist.
- Durch das Einfügen einer Zwischenlage, d.h. durch eine Erhöhung der kapazitiven Kopplung zwischen benachbarten Zellen, tritt die Abhängigkeit der Resonanzfrequenz vom Einfallswinkel bei senkrechter Polarisation weniger deutlich hervor [126]. Bei der Pilzstruktur ist  $f_{\text{res}}$  für  $\theta = 85^\circ$  um etwa 12% größer als für  $\theta = 0^\circ$ . Bei der Pilzstruktur mit Zwischenlage ist die relative Zunahme lediglich 8%.

Abschließend sei erwähnt, dass die Ursache für die Unterschiede in den Ergebnissen zwischen Berechnung und Simulation nicht in den abgeleiteten

---

\* Aufgrund der Dualität zwischen paralleler und senkrechter Polarisation gilt: Für senkrecht polarisierte Wellen wird eine konstante Resonanzfrequenz erreicht, wenn ein magnetisches Moment verursacht wird.

Ausdrücken selbst sondern in der Modellierung zu suchen ist. Für eine Leiteroberfläche beschichtet mit einer bzw. zwei dielektrischen Schichten ist (4.33) bzw. (4.35) *exakt* [16].

## 4.4 Messung des Reflexionsverhaltens

Wir betrachten in diesem Abschnitt die Messung des Reflexionsverhaltens am Beispiel der Pilzstruktur mit Zwischenlage. Abbildung 4.13 (S. 105) zeigt auf der linken Seite ein Lichtbild der realisierten Struktur. Die Leiterplatte misst lateral etwa  $45.7\text{ cm} \times 26.0\text{ cm}$  ( $93 \times 51$  Zellen) mit einer Höhe von etwa  $3.36\text{ mm}$ . Die zusätzliche Berandung dient der Montage. Bevor wir die Messergebnisse diskutieren, gehen wir auf einige grundsätzliche Aspekte der Messung ein.

### 4.4.1 Vorbemerkungen

Die Messung der Reflexion erfolgt mit Hilfe einer Beleuchtungsantenne, die sich im Fernfeld der strukturierten Oberfläche befindet. Dadurch wird gewährleistet, dass die Welle mit einer nahezu ebenen Front auf die Oberfläche trifft. Bei normalem Feldeinfall dient die Beleuchtungsantenne gleichzeitig als Empfangsantenne. Die Reflexion an der Oberfläche wird dann über die Reflexion am Speisepunkt der Antenne ermittelt. Bei schrägem Feldeinfall wird eine zweite Antenne so platziert, dass sie die spekulare Reflexion empfangen kann. Ist der Einfallswinkel  $\theta$ , dann finden wir die spekulare Reflexion bei  $-\theta$  relativ zur Oberflächennormalen. Auf die Reflexion an der Oberfläche wird dann über die Messung der Transmission zwischen beiden Antennen geschlossen.

In den Messungen sind neben den Eigenschaften der Oberfläche auch Amplituden- und Phasengänge der Antenne(n), der Kabelzuführungen und des Messgeräts, typischerweise des Netzwerkanalysators, enthalten, d.h., die gesamte Messanordnung muss kalibriert werden. Eine einfache Möglichkeit der Kalibrierung besteht darin, zunächst eine elektrisch leitende Platte an Stelle der zu charakterisierenden Struktur zu vermessen [38]. Die Messergebnisse der Struktur werden dann auf die Messergebnisse bezogen, die für die leitende Platte ermittelt wurden. Zur Kalibrierung wird nun angenommen, dass diese das einfallende Feld mit einem Phasensprung von  $180^\circ$  komplett reflektiert,

d.h.,  $\Gamma_{\text{in}} = -1$ .—Diese Annahme ist in der Regel auch gerechtfertigt, so beläuft sich beispielsweise bei einer Kupferplatte\* der absolute Fehler des Reflexionsfaktors auf etwa  $1.1 \cdot 10^{-4}$  bei  $f = 3.0$  GHz.—Es seien  $\Gamma_{\text{in}}^{(\text{cal})}$  und  $\Gamma_{\text{in}}^{(\text{meas})}$  die gemessenen Reflexionsfaktoren für die leitende Platte und die zu charakterisierende Struktur, dann folgt der Reflexionsfaktor an der strukturierten Oberfläche aus:

$$\Gamma_{\text{in}} = -\frac{\Gamma_{\text{in}}^{(\text{meas})}}{\Gamma_{\text{in}}^{(\text{cal})}}, \quad (4.37)$$

dabei resultiert das Minuszeichen vom Phasensprung an der leitenden Platte. Die Anwendbarkeit von (4.37) setzt allerdings voraus, dass alle Komponenten des Messsystems angepasst sind. Da die Anpassung des Messgerätes und vorhandener Kabelzuführungen in der Regel leicht gewährleistet werden kann,<sup>†</sup> stellen hier die Antennen die kritischen Elemente dar.

Das eigentliche Problem bei der Messung ergibt sich allerdings aus der Anordnung der Antennen im Fernfeld der Struktur. Da die Welle eine hohe Dämpfung durch Ausbreitungsverluste erfährt, können selbst bei einer kalibrierten Messung mit Hilfe der erwähnten Methode fehlerhafte Ergebnisse entstehen. Gehen wir beispielsweise von einem Abstand von 2.5 m zwischen Antenne(n) und Struktur aus, dann muss bei 3.0 GHz bereits mit einem Ausbreitungsverlust von etwa 56.0 dB gerechnet werden [1, S. 86 ff.]. Zwar wird ein Teil des Verlustes durch den Gewinn der Antenne(n) kompensiert, deren richtige Ausrichtung vorausgesetzt, allerdings muss dieser hoch genug ausfallen, um zusätzlich auftretende Signalkomponenten zu überschatten. So ist beispielsweise eine Reflexion von  $-30$  dB am Speisepunkt der Antenne(n) bereits störend, obwohl aus praktischer Sicht Anpassung vorliegt.

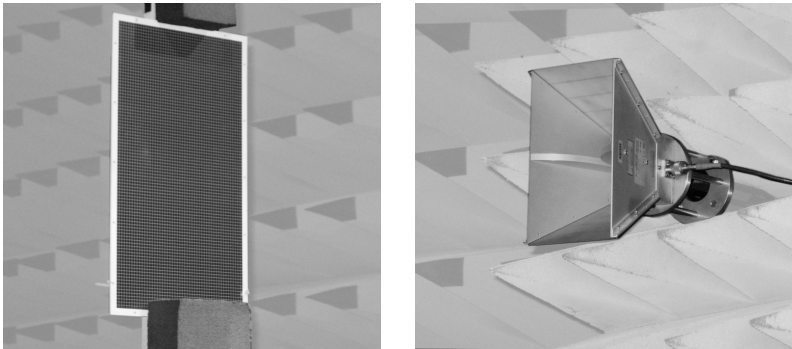
Bei der Ermittlung der hier vorgestellten Ergebnisse wurde dieses Problem durch die Verwendung eines Zeitfensters umgangen. Das in der englischsprachigen Literatur als *time-domain gating* bekannte Verfahren basiert auf der Ausblendung unerwünschter Signalanteile, die in der Messung mit erfasst werden [138]. Die normalerweise bandlimitierte Impulsantwort, die sich aus der inversen diskreten Fourier-Transformation des gemessenen Frequenzganges ergibt, wird dabei *zeitlich* gefiltert und in den Frequenzbereich zurücktransformiert. Dadurch sind auch Messungen in Umgebungen mit Mehrwegeausbreitung möglich. Ein wichtiger Parameter bei diesem Verfahren ist die

---

\* elektrische Leitfähigkeit  $\kappa \approx 59.1 \cdot 10^6$  S/m

<sup>†</sup> Realistisch sind hier Reflexionsfaktoren von betragsmäßig  $\leq -30$  dB.





**Abbildung 4.13:** Lichtbildaufnahmen aus dem Aufbau zur Messung der Reflexion bei normalem Feldeinfall. Links ist die zu charakterisierende Struktur zu sehen. Das Bild auf der rechten Seite zeigt die Antenne, die zur Anregung und zum Empfang des reflektierten Signals dient. Der Aufbau befindet sich in einer Absorberkammer.

Messbandbreite, die im Sinne einer hohen Auflösung im Zeitbereich so hoch wie möglich zu wählen ist. Auch hier spielen die Antennen eine wichtige Rolle.

#### 4.4.2 Normaler Einfall

Abbildung 4.13 zeigt zwei Lichtbilder aus dem Messaufbau. Auf der linken Seite ist die Struktur zu sehen, die an einer Halterung befestigt wurde. Rechts ist die Beleuchtungsantenne abgebildet. Bei der Antenne handelt es sich um ein Doppelsteghorn, das herstellerseitig von 0.75 GHz bis 18.0 GHz spezifiziert ist.\* Die Messung wurde in einer Schirmkammer durchgeführt, die innen mit Absorbern verkleidet ist. Der Abstand zwischen der Antennenapertur und der Struktur betrug etwa 2.3 m. Die Messbandbreite belief sich auf  $(5.0 - 1.0) \text{ GHz} = 4.0 \text{ GHz}$ .

Die ermittelten Frequenzgänge sind in Abbildung 4.14 aufgetragen (durchgezogene Linien) zusammen mit den Ergebnissen aus der Simulation (gestrichelte Linien). An der Welligkeit des gemessenen Amplitudengangs in a) zeigt sich der Einfluss des Zeitfensters. Das Minimum, das eigentlich die

---

\*Modell 3115 von ETS-Lindgren (<http://www.ets-lindgren.com>)

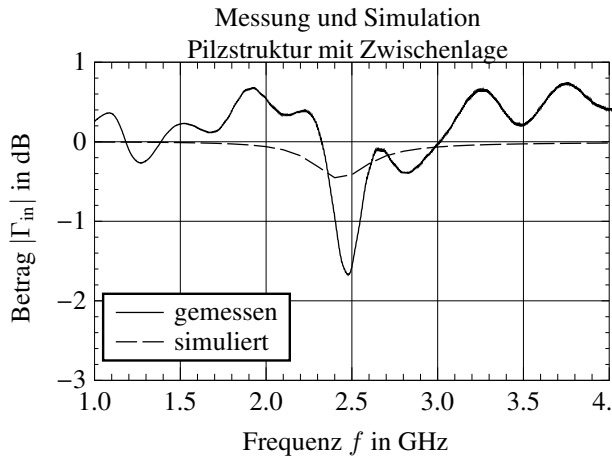
Resonanz kennzeichnet, ist daher gegenüber dem Nulldurchgang der Phase in b) verschoben. Im Vergleich zur Simulation tritt das Minimum in der Messung deutlich hervor. Da in der Simulation Verluste berücksichtigt wurden, ist auch hier die Ursache beim Zeitfenster zu suchen. Offensichtlich wurde dessen zeitliche Länge zu kurz gewählt, d.h., Teile des reflektierten Impulses und somit ein Teil der Energie sind ausgeblendet worden.

Der gemessene Phasengang ist gegenüber der Simulation hinsichtlich der Frequenz nach oben verschoben. Die gemessene Resonanzfrequenz beläuft sich auf  $f_{\text{res}} \approx 2.52 \text{ GHz}$  und ist damit gegenüber der Simulation um etwa  $0.1 \text{ GHz}$  größer. Dieser Versatz konnte auf Fertigungsungenauigkeiten zurückgeführt werden. So ergab die optische Vermessung der oberen Lage, dass die Spaltbreiten zwischen benachbarten Elementen bis zu  $20\%$  zu groß waren. Anhand einer nachträglichen Simulation mit einer modifizierten Spaltbreite konnte der Frequenzversatz bestätigt werden. Hinsichtlich der Bandbreite ergab sich eine gute Übereinstimmung mit der Simulation, bei der ein Wert  $B_{\Gamma} \approx 0.39 \text{ GHz}$  ermittelt wurde. Die Messung ergab  $B_{\Gamma} \approx 0.41 \text{ GHz}$ .

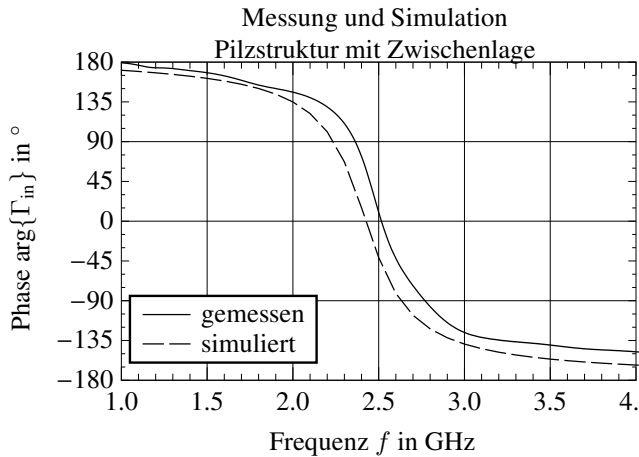
#### 4.4.3 Schräger Einfall

Ein Lichtbild des Messaufbaus zur Bestimmung des Reflexionsverhaltens bei schrägem Einfall zeigt Abbildung 4.15. Die Beleuchtungs- und Empfangsantenne sind auf einem halbkreisförmigen Profil von  $6.0 \text{ m}$  Durchmesser beweglich montiert. Die zu messende Struktur befindet sich im Mittelpunkt des Halbkreises. Da Reflexionen, die in der näheren Umgebung der Struktur auftreten können, von der Reflexion an der Struktur selbst zeitlich kaum bzw. nicht zu unterscheiden wären, ist die Leiterplatte mit Absorbern umgeben. Sonstige Mehrwege fließen mit in die Messung ein. Es hat sich allerdings gezeigt, dass in der Impulsantwort lediglich zwei Pfade einen nennenswerten Pegel aufweisen (vgl. [140, Abb. 5]). Das erste Übertragungsmaximum kennzeichnet den direkten Pfad zwischen den Antennen. Das zweite Maximum resultiert vom „gewünschten“ Pfad, der wie folgt zusammengesetzt ist: 1) der Pfad zwischen Beleuchtungsantenne und Struktur, 2) die Reflexion an der Oberfläche und 3) der Pfad zwischen Struktur und Empfangsantenne. Sofern der Einfallswinkel hinreichend klein ist, lassen sich beide Pfade zeitlich voneinander trennen. Dies setzt natürlich auch eine ausreichend große Messbandbreite voraus, die zu  $(8.0 - 1.0) \text{ GHz} = 7.0 \text{ GHz}$  gewählt wurde. Damit war die Trennung bei-

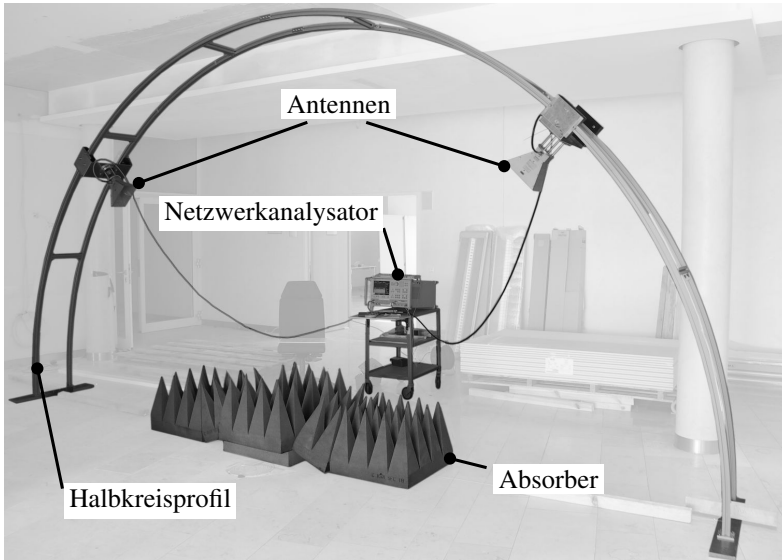
a)



b)



**Abbildung 4.14:** Vergleich zwischen Messung und Simulation des Reflexionsverhaltens der Pilzstruktur mit Zwischenlage bei normalem Feldeinfall: a) Betrag und b) Phase von  $\Gamma_{\text{in}}$  (4.37) als Funktion der Frequenz  $f$ .

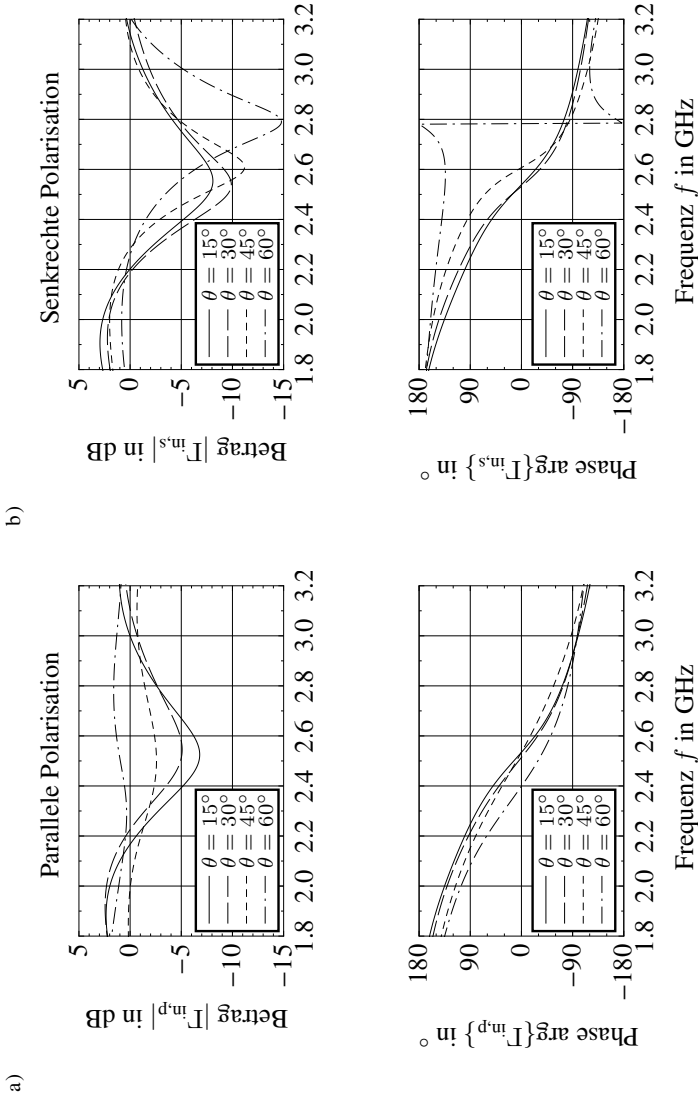


**Abbildung 4.15:** Lichtbildaufnahme des Messaufbaus zur Bestimmung des Reflexionsverhaltens der Pilzstruktur mit Zwischenlage bei schrägem Feldeinfall. Die Struktur (nicht im Bild zu sehen) ist von Absorbern umgeben.

der Pfade bis  $\theta \lesssim 60^\circ$  möglich. Bei größeren Einfallswinkeln konnte bereits eine Interferenz zwischen beiden Pfaden festgestellt werden.

Die Ergebnisse der Messung für  $\theta = \{15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ\}$  sind in Abbildung 4.16 getrennt nach Betrag und Phase aufgetragen. Wie in a) zu erkennen, verläuft bei paralleler Polarisation die Phase mit zunehmenden  $\theta$  flacher über  $f$ , was unsere Erwartungen aus Abschnitt 4.3 bestätigt. Auch das Verhalten der Resonanzfrequenz zeigt sich wie erwartet. Lediglich bei  $\theta = 60^\circ$  ist ein Versatz zu erkennen, hier wirken sich bereits Interferenzen mit dem Signal des direkten Pfades aus. Die teils deutlich ausgeprägten Minima im Amplitudengang lassen darauf schließen, dass das Zeitfenster zu kurz gewählt wurde, da dieses Verhalten bei paralleler Polarisation nicht zu erwarten ist, verlustarme Materialien vorausgesetzt.

Bei senkrecht polarisierten Wellen hingegen ist mit einem Einbruch der Amplitude aufgrund der Kopplung zwischen der einfallenden Welle und dem



**Abbildung 4.16:** Ergebnisse der Reflexionsmessungen für die Pilzstruktur mit Zwischenlage bei variierendem Einfallswinkel  $\theta$ : a) parallele Polarisation, b) senkrechte Polarisation. Aufgetragen sind jeweils der Betrag und die Phase von  $\Gamma_{\text{in}}$  über der Frequenz  $f$ .

Leckwellenmode zu rechnen (siehe Abschnitt 5.2). Die Verläufe in Abbildung 4.16b bestätigen diese Erwartung, auch wenn gegenüber den Simulationsergebnissen deutlich geringere Minima gemessen wurden. Insbesondere bei  $\theta = 60^\circ$  ist das Minimum klar ausgeprägt, damit korrespondiert ein gestörter Phasengang—der charakteristische Verlauf bildet sich hier ähnlich wie bei einem gedämpften Parallelschwingkreis nicht mehr aus. Die Abhängigkeit der Resonanzfrequenz vom Einfallswinkel lässt sich aus den Phasengängen in b) erkennen, ebenso wie die mit zunehmendem  $\theta$  ansteigende Phasensteilheit. Die Messungen spiegeln demnach die Vorhersagen aus der Simulation gut wider. Das „Überschwingen“ im Amplitudengang, das sich sowohl in a) als auch in b) zeigt, wird durch das „Einschwingen“ des Zeitfensters verursacht, wobei der Einschwingvorgang hier im Frequenzbereich stattfindet und nicht im Zeitbereich wie bei einem Filter.

Hinsichtlich der Festlegung des Fensters sei erwähnt, dass selbst bei sorgfältiger Analyse der Impulsantwort die optimale Position und Dauer schwer zu bestimmen sind. Wie in [140] diskutiert, wurde das Fenster durch den Vergleich der gemessenen mit der theoretisch berechneten Impulsantwort ermittelt. Dennoch müssen Defizite in Kauf genommen werden, wie sich an den ausgeprägten Amplitudenminima und den teils gegenüber der Simulation flacher verlaufenden Phasengängen zeigt.

## 4.5 Anwendungsbeispiel: Planare Dipolantenne

Wird ein strahlender Dipol parallel zu einer elektrischen Wand platziert, dann überlagert sich das Feld des Dipols mit dem von der Wand reflektierten Anteil. Da die Reflexion der tangentialen elektrischen Feldkomponenten mit einem Phasensprung von  $180^\circ$  erfolgt, ist der Dipol im Sinne einer optimalen Effizienz  $\lambda/4$  von der elektrischen Wand zu entfernen [1, S. 164 ff.]. Während sich das reflektierte Feld und das Dipolfeld an der Stelle des Dipols konstruktiv überlagern, beobachten wir bei einer magnetischen Wand für diesen Fall eine destruktive Überlagerung. Entgegengesetzt verhält es sich, wenn der Dipol unmittelbar ( $< \lambda/10$ ) vor der elektrischen bzw. magnetischen Wand platziert wird. Nun erfolgt im ersten Fall eine destruktive Überlagerung, im zweiten Fall hingegen ist sie konstruktiver Art.

Eine mögliche Anwendung, die auf diesen Betrachtungen basiert, ist eine planare Dipolantenne, bei der das Verhalten einer periodisch strukturier-

ten Oberfläche bei der Resonanzfrequenz als magnetische Wand ausgenutzt wird [38]. In der Regel besteht die Zielstellung beim Entwurf einer solchen Antenne darin, die Charakteristik eines Dipols der Länge  $\lambda/2$  nachzuempfinden, der im Abstand  $\lambda/4$  parallel zu einer elektrisch leitenden Fläche angebracht ist. Unter der Voraussetzung einer perfekten Leitfähigkeit und einer unendlich ausgedehnten Fläche ergibt sich dabei eine maximale Direktivität von 8.17 dBi [133]. Dieser Wert wird uns im Folgenden bei der Untersuchung einer planaren Dipolantenne als Referenz dienen.

Neben den Strahlungseigenschaften der Antenne legen wir besonderes Augenmerk auf die Frage, inwieweit die Struktur das Impedanzverhalten des Dipols beeinflusst. Diese Fragestellung ist in der Tat sehr interessant und keineswegs trivial, wenn der charakteristische Phasengang einer periodisch strukturierten Oberfläche berücksichtigt wird. Wir werden zunächst einige Vorbetrachtungen theoretischer Natur zu diesem Problem anstellen, bevor wir uns den Messergebnissen zuwenden.

### 4.5.1 Vorbetrachtungen zum Einfluss der Struktur

Zur Analyse eines Dipols vor einer perfekt leitenden, unendlich ausgedehnten Fläche kann die Spiegelungsmethode der Elektro- bzw. Magnetostatik herangezogen werden [1, 4]. Die Anordnung wird dabei durch zwei Dipole im Freiraum ersetzt, die im Gegen- bzw. Gleichtakt angeregt werden. Damit sind die Randbedingung befriedigt, die sich ursprünglich auf der Fläche ergeben haben. Die Spiegelungsmethode kann allerdings nur dann auf zeitabhängige Vorgänge angewendet werden, sofern die Fläche im Sinne der Elektro- bzw. Magnetostatik tatsächlich *perfekt* leitfähig ist. Bezogen auf unsere Problematik heißt das, die Frequenz ist identisch mit der Resonanzfrequenz  $f_{\text{res}}$  der Struktur. Einen möglichen Ausweg stellt die Verallgemeinerung der herkömmlichen Spiegelungsmethode\* dar, die sehr ausführlich in [26, S. 199 ff.] beschrieben wird.

Eine ähnliche Fragestellung, wie wir sie hier vorliegen haben, tauchte bereits bei den Untersuchungen der Wellenausbreitung über dem Erdboden auf, die 1909 bzw. 1926 von Sommerfeld und 1919 von Weyl sehr ausführlich analysiert wurde [60, 61, 80]. Eine Konsequenz der endlichen Leitfähigkeit der Erde ist, dass der Horizontalstrom der Antenne seine Rückleitung durch

---

\*in der englischsprachigen Literatur unter dem Begriff „exact image theory“ bzw. „complex image theory“ geführt

Vertikalströme im Erdboden findet [61]. Dieses Ergebnis spiegelt sich letztlich auch in der verallgemeinerten Spiegelungsmethode wider [81]. Der Ansatz der Methode beruht darauf, die Eigenschaften an der Grenzfläche durch eine geeignete Stromverteilung des Spiegelementes zu beschreiben.\*

Das Problem der Sommerfeld'schen Lösung besteht in der schwachen Konvergenz der auftretenden Integrale, da die Integranden oszillierenden Charakter aufweisen. Bei der verallgemeinerten Spiegelungsmethode zeigt sich zwar eine bessere Konvergenz der Integrale, dennoch ist der numerische Aufwand beträchtlich.† Dies gilt insbesondere für unsere Fragestellung, bei der sich ein Dipol sehr nah über einer reflektierenden Oberfläche befindet, die zudem sehr komplex aufgebaut sein kann. Die Formulierung der verallgemeinerten Spiegelungsmethode für den Fall einer beliebigen Grenzfläche, die durch ihre Oberflächenimpedanz modelliert wird (vgl. Abschnitt 4.3.1), wurde in [83] angegeben. Auch hier ergeben sich bereits beim Hertz'schen Dipol sehr komplexe Ausdrücke für das elektrische Feld, die nicht geschlossen lösbar sind und über die zur Berechnung der Impedanz eines endlich langen Dipols zusätzlich zu integrieren ist.

Mit der Frage, wie stark der Einfluss einer periodisch strukturierten Oberfläche auf einen Dipol tatsächlich ausfällt, hat sich Mosallaei [84] beschäftigt. Die Oberfläche wurde dabei durch eine rein reaktive Oberflächenimpedanz modelliert. Am Beispiel eines Hertz'schen Dipols wurde gezeigt, dass hinsichtlich des Hertz'schen Vektorpotentials der Einfluss der Struktur auf den Dipol mit einer bestimmten Oberflächenimpedanz minimiert werden kann. Eine Schlussfolgerung auf die Impedanz eines Dipoles endlicher Länge lässt sich daraus allerdings nicht unmittelbar ziehen. So impliziert eine minimale Störung des Vektorpotentials *nicht*, dass diese Stelle auch am günstigsten im Sinne der Anpassung ist, wie wir im folgenden Unterabschnitt sehen werden.

---

\*Dabei ist der Ansatz, der in [82] verfolgt wird, *nicht* zulässig. In der Publikation wird für einen Fall, der dem hier betrachteten äquivalent ist, der Strom des Spiegelementes mit dem komplex gewichteten Strom des Originalementes gleichgesetzt, wobei es sich bei dem Wichtungsfaktor um einen Drehzeiger der Länge Eins handelt. Das Argument des Drehzeigers entspricht der Reflexionsphase, die sich bei Einfall einer ebenen Welle aus Normalenrichtung ergibt. Wie in [82] auch ausgeführt, zeigt der Dipol in der Berechnung für bestimmte Reflexionsphasen Fußpunktimpedanzen mit *negativem* Wirkanteil. Da dies physikalisch *unmöglich* ist, besteht offenkundig eine Diskrepanz im Verhalten zwischen der Ersatzanordnung und der tatsächlichen Konfiguration.

†selbst mit gegenwärtig verfügbaren Rechenkapazitäten und -programmen, wie eigene Untersuchungen gezeigt haben.



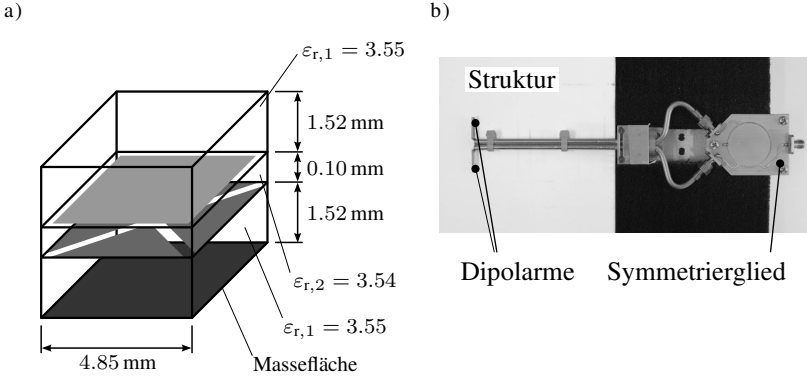
### 4.5.2 Messung der Dipolimpedanz

Aufgrund des aus analytischer Sicht sehr komplexen Sachverhalts wurde der Einfluss einer periodisch strukturierten Oberfläche auf die Dipolimpedanz messtechnisch untersucht [143]. Die Einheitszelle der Teststruktur ist in Abbildung 4.17a skizziert. Im Gegensatz zur Pilzstruktur mit Zwischenlage (Abbildung 3.4a) besitzt die Struktur keine Durchkontaktierung. Außerdem folgt über der oberen strukturierten Lage eine weitere Substratschicht. Auf diese kann beispielsweise ein Dipol gedruckt werden.

Die Struktur wurde hinsichtlich einer Resonanzfrequenz von  $f_{\text{res}} = 3.1 \text{ GHz}$  entworfen. Basierend auf dem gewählten Lagenaufbau ergibt sich aus (4.19) mit  $g = g_1 = 0.2 \text{ mm}$  und  $r_v = 0 \text{ mm}$  (keine Durchkontaktierung) eine Gitterkonstante von  $a \approx 4.80 \text{ mm}$ . Mit Hilfe von Simulationen wurde schließlich der optimale Wert  $a = 4.85 \text{ mm}$  gefunden [130]. Die Messung der Reflexion zeigte eine sehr gute Übereinstimmung mit den Erwartungen. Der Nulldurchgang der Reflexionsphase trat bei einer Frequenz von  $3.13 \text{ GHz}$  auf. Die Bandbreite belief sich auf  $B_{\Gamma} \approx 285.0 \text{ MHz}$ .

Einen Ausschnitt aus dem Messaufbau zeigt Abbildung 4.17b. Der Dipol befindet sich  $3.0 \text{ mm}$  über der Oberfläche. Die Dipolarme sind um den Mittelpunkt der Struktur zentriert, die  $190 \text{ mm} \times 203 \text{ mm}$  misst. Die Speisung erfolgte über ein Symmetrierglied, das als Ringkoppler ausgeführt wurde. Um den Einfluss des Symmetrierglieds und der Zuleitungen zu eliminieren, wurde das in [143] vorgestellte Kalibrierverfahren angewendet. Dadurch konnte gewährleistet werden, dass die Impedanz auch tatsächlich am Fußpunkt des Dipols, d.h. an der Anschlussstelle der Dipolarme, bestimmt wird.

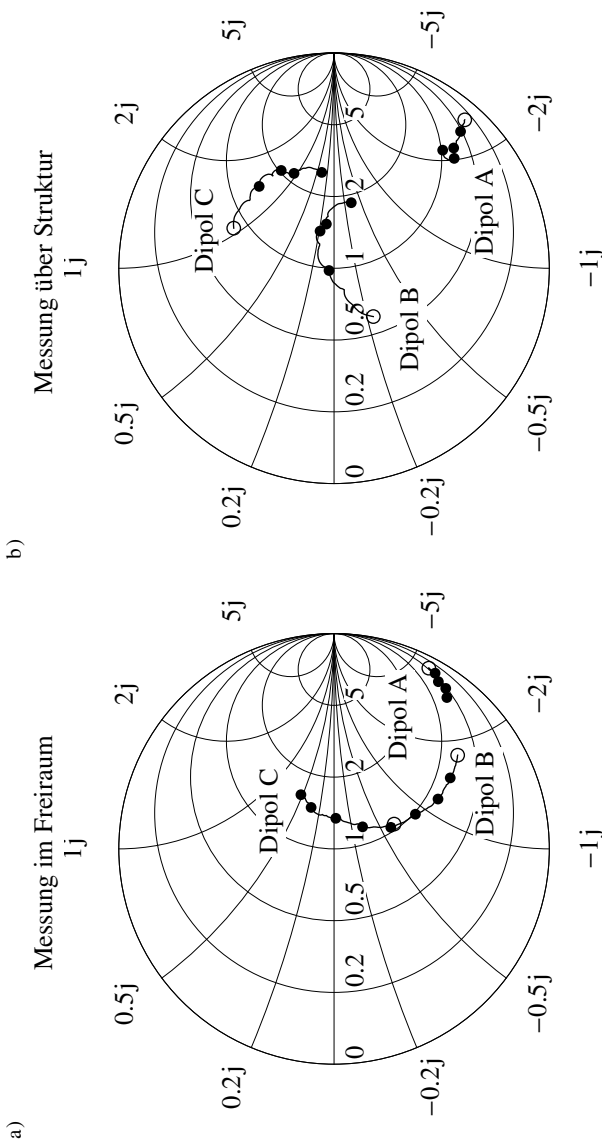
Es wurden Messungen für drei Dipole unterschiedlicher Länge durchgeführt. Im Folgenden referenzieren wir mit A, B bzw. C auf den Dipol der Länge  $26.3 \text{ mm}$ ,  $35.6 \text{ mm}$  bzw.  $41.5 \text{ mm}$ . Die gemessenen Verläufe des Reflexionsfaktors von  $2.9 \text{ GHz}$  bis  $3.3 \text{ GHz}$  illustriert Abbildung 4.18. a) zeigt das Verhalten der Dipole im Freiraum. Die größte Fehlanpassung bezogen auf  $50 \Omega$  tritt beim Dipol A auf, dessen Blindimpedanz aufgrund der geringen Länge stark kapazitiv ausfällt. Auch Dipol B weist ein kapazitives Verhalten auf. Die beste Anpassung zeigt Dipol C: Bei  $3.06 \text{ GHz}$  beläuft sich der Betrag des Reflexionsfaktor auf  $-17.4 \text{ dB}$ ; ein Wert von  $-10.4 \text{ dB}$  wird im betrachteten Frequenzbereich nicht überschritten. Bei der Messung über der Struktur hingegen verschieben sich die Verhältnisse, wie in b) zu erken-



**Abbildung 4.17:** a) Skizze der Einheitszelle der periodisch strukturierten Oberfläche. Oberhalb der eigentlich Struktur befindet sich eine zusätzliche Substratschicht. b) Ausschnitt aus der Lichtbildaufnahme der planaren Dipolantenne einschließlich des Symmetrierglieds und den Zuleitungen.

nen ist. Dipol B zeigt hier das beste Anpassverhalten, so wird bei 3.01 GHz ein minimaler Reflexionsfaktor von  $-32.7$  dB erreicht. Offensichtlich wird an dieser Stelle der kapazitive Blindanteil des Dipols kompensiert, die Struktur wirkt demnach induktiv. Die Kopplung zwischen Struktur und Dipol ist dabei stark ausgeprägt, wenn die Reaktanz des Dipols im Freiraum von  $-71.4 \Omega$  bei 3.01 GHz berücksichtigt wird. Die Reflexionsphase der Struktur beläuft sich bei 3.01 GHz auf  $\arg\{\Gamma_{\text{in}}\} \approx 73.2^\circ$ . Dieser Wert liegt im Intervall  $[90^\circ - 45^\circ, 90^\circ + 45^\circ]$ , innerhalb dessen entsprechend den numerisch gewonnenen Ergebnissen in [85] das beste Anpassverhalten zu erwarten ist. Die Impedanz des Dipols C wird durch den Einfluss der Struktur in den induktiven Bereich verschoben, so dass an keiner Stelle im betrachteten Frequenzbereich der Betrag des Reflexionsfaktors den Wert  $-10$  dB unterschreitet. Dies gilt ebenso für Dipol A, dessen stark kapazitiver Blindanteil nicht kompensiert werden kann.

Wie sich den Ergebnissen in Abbildung 4.18b auch entnehmen lässt, ist die Wirkung der Struktur frequenzabhängig. Während im unteren Frequenzbereich eine induktive Wirkung auftritt, beobachten wir bei höheren Frequenzen



**Abbildung 4.18:** Messung des Eingangsreflexionsfaktors bezogen auf den Fußpunkt der Dipole, d.h. ohne den Einfluss der Zuleitungen und des Symmetrieglieds: a) zeigt die Ergebnisse für die Messung im Freiraum, b) für die Messung über der Struktur. Die Markierungen kennzeichnen die Frequenzpunkte  $f = \{2.9, 3.0, 3.1, 3.2, 3.3\}$  GHz, beginnend mit einem leeren Kreis. Die Ergebnisse sind bezogen auf eine Referenzimpedanz von  $50 \Omega$ .

eine kapazitive Wirkung; es existiert demnach eine Stelle, an der die Reaktanz des Dipols unverändert bleibt. Der Wechsel vom induktiven zum kapazitiven Bereich fällt allerdings nicht mit der Resonanzfrequenz  $f_{\text{res}}$  zusammen, wie der Phasengang des Reflexionsfaktors  $\Gamma_{\text{in}}$  vielleicht suggeriert, sondern er tritt oberhalb von  $f_{\text{res}}$  auf. Der Wirkanteil des Dipols steigt im Gegensatz zum Blindanteil stetig mit der Frequenz.

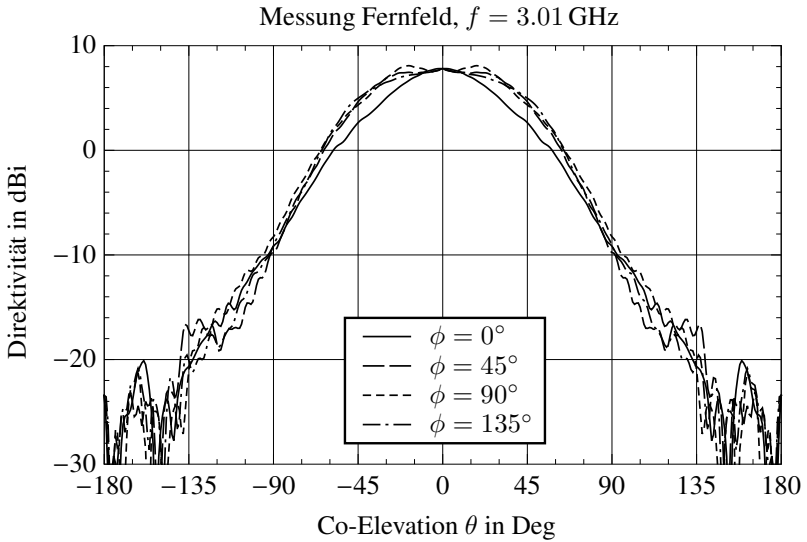
Hinsichtlich des Entwurfs lässt sich anhand der Ergebnisse schlussfolgern, dass im Sinne einer optimalen Anpassung an eine Gegentaktimpedanz von  $50\ \Omega$  der Dipol gegenüber dem Freiraumfall zu verkürzen ist. In unserem Beispiel hat sich eine Länge von etwa  $0.35\ \lambda$  als optimal erwiesen, was schließlich auch die numerischen Ergebnisse von Mosallaei [84] bestätigt.

### 4.5.3 Strahlungscharakteristik

Die gemessenen Fernfeldcharakteristiken des Dipols B illustriert Abbildung 4.19, in der die Direktivität als Funktion der Co-Elevation  $\theta$  für  $\phi = \{0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ\}$  bei 3.01 GHz aufgetragen ist. Die Dipolachse fällt mit der Richtung  $\phi = 0^\circ$  zusammen. Die Hauptkeule ist um den Zenit zentriert. Die maximale Direktivität beläuft sich auf etwa 8.7 dBi; damit wurde der Referenzwert für einen Dipol über einer elektrisch leitenden Fläche von 8.17 dBi leicht überschritten, was auf eine höhere Richtwirkung und eine schmalere Hauptkeule hindeutet. Dies zeigt sich schließlich auch am erreichten Gewinn: Der maximale realisierte Gewinn der Antenne ist 8.3 dBi bezogen auf den Fußpunkt des Dipols. Damit korrespondiert eine Gesamteffizienz von 0.91.

Bei genauerer Betrachtung der Fernfeldschnitte in Abbildung 4.19 erkennen wir, dass die Hauptstrahlungsrichtung vom Azimuth abhängig ist. Dies wird insbesondere beim Schnitt  $\phi = 90^\circ$  deutlich, d.h. senkrecht zur Dipolachse, bei dem sich zwei Maxima ausbilden. Hier zeichnet sich bereits der einsetzende Leckwellenbereich der Struktur ab. So ist der Dipol sehr gut dazu geeignet, den TE-Leckwellenmode anzuregen, wie in Abschnitt 5.5 näher ausgeführt wird. Die Richtcharakteristik der Antenne wird also durch die Ausbreitung einer Leckwelle mitbestimmt, die neben dem primären Feld des Dipols und einem reflektierten Anteil zum Fernfeld beiträgt [69].

Gegenüber anderen planaren Antennenrealisierungen, wie beispielsweise der Patch-Antenne [1], stellt die planare Dipolantenne eine gute Alternative dar. Dabei erweisen sich die im Vergleich hohe Direktivität und die ho-



**Abbildung 4.19:** Gemessene Direktivität im Fernfeld der planaren Dipolantenne B (Länge 35.6 mm) bei 3.01 GHz als Funktion von  $\theta$  mit  $\phi = \{0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ\}$ .

he Gesamteffizienz als vorteilhaft. Auch die Anpassungsbandbreite fällt bei geeigneter Dimensionierung des Dipols hoch aus, so zeigte sich in der Messung über den Frequenzbereich von 2.89 GHz bis 3.30 GHz ein Reflexionsfaktor  $\leq -10 \text{ dB}$ ; dies entspricht einer relativen Bandbreite von 0.13. Eine über der Frequenz konstante Strahlungscharakteristik ist allerdings aufgrund des dispersiven Verhaltens der Struktur nicht realisierbar (vgl. Kapitel 5).



# Kapitel 5

## Strahlungsverhalten periodisch strukturierter Oberflächen

Breitet sich eine Leckwelle entlang einer periodisch strukturierten Oberfläche aus, dann gibt diese kontinuierlich Leistung an die Umgebung ab; der resultierende Leistungsfluss ist von der Oberfläche weg gerichtet. Die Leistungsabgabe führt zu einem Strahlungsfeld, d.h., die mit ihr korrespondierenden Feldkomponenten sind im sichtbaren Bereich zu finden und nicht nur in unmittelbarer Umgebung der Oberfläche. Diese Eigenschaft ist die Voraussetzung für die Art von Antennen, mit denen wir uns in diesem Kapitel beschäftigen: *Leckwellenantennen*.

Wie in Abschnitt 3.3.3 (S. 57 ff.) erläutert, weist eine Struktur, die die Ausbreitung von Leckwellen unterstützt, dispersives Verhalten auf, womit schließlich auch die Frequenzabhängigkeit der Abstrahlrichtung (3.4) der Leckwelle korrespondiert. Dementsprechend ist der Einsatz von Leckwellenantennen in breitbandigen Funkanwendungen, bei denen eine bestimmte, über der Frequenz konstante Richtcharakteristik erforderlich ist, von vornherein ausgeschlossen.

Die Anwendung einer Leckwellenstruktur besitzt den Vorteil, dass die Hauptstrahlungsrichtung der Antenne durch die Dispersion der Struktur bestimmt wird, die sich prinzipiell beliebig einstellen lässt. Die Dispersion stellt mithin einen mächtigen Freiheitsgrad für den Entwurf der Leckwellenantenne dar. Aus praktischer Sicht allerdings ist die Dispersion nicht allein für das

Strahlungsverhalten der Antenne verantwortlich. Einerseits ist der Einfluss der Begrenzung zu berücksichtigen, die notwendigerweise erfolgen muss. Andererseits ist eine geeignete Anregung der Struktur erforderlich, die ebenfalls die Strahlungscharakteristik beeinflusst.

Wir werden in diesem Kapitel das Strahlungsverhalten periodisch strukturierter Oberflächen untersuchen. Nach einer Zusammenfassung der Eigenschaften unendlicher Strukturen werden wir insbesondere den Einfluss der Begrenzung beleuchten. Wir erweitern in diesem Zusammenhang die bisherigen in der Literatur zu findenden Ergebnisse auf Strukturen, die in ihren lateralen Abmessungen nicht auf ein Mindestmaß beschränkt sind. Die Abmessungen der Struktur stellen neben der Dispersion einen weiteren Freiheitsgrad dar, mit Hilfe dessen wir auf die Strahlungscharakteristik Einfluss nehmen können. Damit eröffnen sich Anwendungsbereiche, die für Leckwellenantennen bisher eher außergewöhnlich waren.

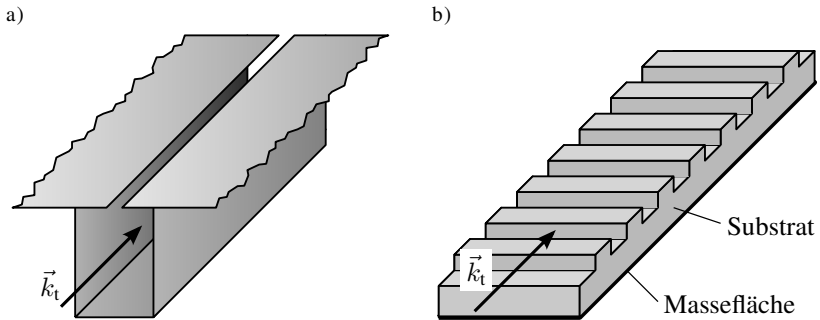
Weiterhin adressieren wir in diesem Kapitel den Zusammenhang zwischen der Dispersion *entlang* der Oberfläche und der Reflexion *an* der Oberfläche—dieser ist durch den Leckwellenbereich gegeben. Auch wenn die Leckwellenausbreitung eng mit den dispersiven Eigenschaften verknüpft ist, so kann eine Betrachtung auch aus Sicht des Reflexionsverhaltens der Struktur erfolgen. Letztlich verbindet also der Leckwellenbereich beide Sichtweisen, die eine unmittelbare Folge der Anisotropie periodisch strukturierter Oberflächen sind.

## 5.1 Leckwellenantennen—Überblick und Einordnung

**Leckwellenantennen**, die sich in die Kategorie der Wanderwellenantennen einordnen [14], sind seit mehreren Jahrzehnten bekannt [47–50, 52]. Im Allgemeinen handelt es sich dabei um einen *offenen* Wellenleiter, entlang dessen eine fortschreitende Welle kontinuierlich Leistung an die Umgebung abgibt, vorausgesetzt die korrespondierende Wellenzahl  $k_t$  erfüllt die Leckwellenbedingung  $\text{Re}\{k_t\} = k'_t < k_0$  (vgl. Abschnitt 3.1, S. 34 ff.).

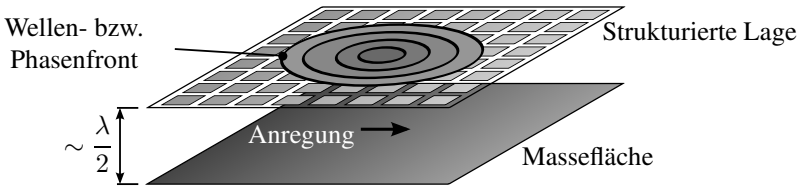
In der Literatur werden zwei Arten von Leckwellenantennen unterschieden: *uniforme* und *periodische* [13]. Als Beispiel einer uniformen Leckwellenantenne zeigt Abbildung 5.1a einen geschlitzten Rechteckhohlleiter [48]. Die Leistung tritt hier kontinuierlich entlang des Schlitzes aus. Eine periodi-





**Abbildung 5.1:** Beispielimplementierungen von Leckwellenantennen: a) geschlitzter Rechteckhohlleiter als uniforme Variante [48], b) perforiertes Dielektrikum über elektrischem Leiter als periodische Variante [45].  $\vec{k}_t$  kennzeichnet die Ausbreitungsrichtung der Leckwelle.

sche Leckwellenantenne ist in Abbildung 5.1b zu sehen [45, 46]. Es handelt sich hierbei um einen elektrischen Leiter, der mit einer periodisch perforierten dielektrischen Schicht überzogen ist. Im Gegensatz zum geschlitzten Rechteckhohlleiter, bei dem die Leckwellenbedingung inhärent erfüllt ist, wird hier erst durch die periodische Strukturierung die Ausbreitung einer Leckwelle möglich. Die Leckwelle tritt dabei als einzelne Harmonische des Spektrums aller Raumharmonischen auf. Ein weiteres Beispiel einer periodischen Leckwellenantenne ist in Abbildung 5.2 skizziert [13, 55, 56, 103]. Die Führung der Welle wird hier durch einen Parallelplattenleiter gewährleistet, bei dem eine Seite periodisch strukturiert ist. Im Gegensatz zu den Konfigurationen in Abbildung 5.1 breitet sich die Leckwelle hier nicht entlang einer einzelnen Richtung aus sondern radial ausgehend vom Punkt der Anregung. In der Regel ist die Anordnung bei der Arbeitsfrequenz mindestens eine halbe Wellenlänge hoch ebenso wie der Rechteckhohlleiter in Abbildung 5.1a. Bei Frequenzen im unteren GHz-Bereich und darunter führt diese Bedingung allerdings zu absoluten Höhen, die für bestimmte Anwendungen unter Umständen nicht akzeptabel sind. Auch die Ausführung in Abbildung 5.1b bewegt sich hinsichtlich ihrer Höhe typischerweise im Bereich  $\sim \frac{\lambda}{4} \dots \frac{\lambda}{2}$ , je nach Wahl der Substratpermittivität.



**Abbildung 5.2:** Skizze einer Leckwellenantenne basierend auf einem Parallelplattenleiter, bei dem eine Elektrode periodisch strukturiert ist [13]. Die Anregung befindet sich typischerweise zwischen den Platten, hier durch eine Stromelement gekennzeichnet. Wie durch die Phasenfronten angedeutet, erfolgt die Ausbreitung der Leckwelle zylinderförmig.

Der Vorteil von Leckwellenantennen basierend auf periodisch strukturierten Oberflächen gegenüber den drei genannten Varianten besteht in der verhältnismäßig flachen Realisierung. Bei der Pilzstruktur mit Zwischenlage nach Abbildung 3.4a beispielsweise beläuft sich die Höhe der Struktur bei der oberen Grenzfrequenz des Leckwellenbereiches von 2.78 GHz, d.h. am Schnittpunkt zwischen der Dispersionskurve des Leckwellenmodes und der Lichtlinie, auf etwa  $\frac{\lambda}{32}$ , somit kann die Struktur als *planar* angesehen werden. Obwohl Sievenpiper bereits 1999 in [38, 128] auf die Anwendbarkeit hingewiesen und dies später in [53, 54] auch experimentell gezeigt hat, finden sich in der Literatur im Bereich der Leckwellenantennen nur wenige Beispiele, bei denen periodisch strukturierte Oberflächen zum Einsatz kommen [123, 144]. Dabei erlauben diese Strukturen, neben der niedrigen Bauform, Antennen mit hoher Strahlungseffizienz zu realisieren, wie eigene Implementierungen bestätigt haben [141, 143].

Eine abgewandelte Form periodisch strukturierter Oberflächen, die ebenfalls als Leckwellenantenne mit geringer Höhe ausgeführt werden können, stellen periodisch belastete Leitungen dar [3, 35]. Die Ausbreitung einer Leckwelle wird dabei durch Verringerung des kapazitiven bzw. induktiven Belags der Leitung erreicht—dies haben wir bereits in Abschnitt 3.3.3 (S. 57 ff.) bei der Diskussion zum Dispersionsverhalten periodisch strukturierter Oberflächen ausgeführt. Wir werden in Abschnitt 5.4.1 (S. 157 ff.) ein Beispiel einer solchen Ausführung behandeln, mit dessen Hilfe sich sehr gut ein Vergleich zwischen Theorie und Praxis vollziehen lässt.

**Leckwellen** zeichnen sich durch eine *komplexe* Wellenzahl  $k_t = k'_t - j k''_t$  aus [51]. Die exponentielle Dämpfung entlang der Ausbreitungsrichtung ist dabei eine Folge der Leistungsabgabe von der Welle an die Umgebung. Aus diesem Grund ist der Dämpfungsbelag  $k''_t$  stets größer Null, selbst bei einem verlustlosen Wellenleiter, bei dem keine Leistungsdissipation auftritt.  $k''_t$  stellt aus praktischer Sicht einen wichtigen Parameter dar, der die minimale Länge  $\xi_{\min}$  der Leckwellenstruktur bestimmt. Im Falle einer eindimensionalen Periodizität wird dazu die Hilfsgröße

$$F = \exp(-2 k''_t \xi_{\min}) \quad (5.1)$$

definiert, die die verbleibende Leistung am „Ende“ der Struktur auf die Leistung am „Anfang“, d.h. am Speisepunkt, bezieht [13]. Zur Ermittlung von  $\xi_{\min}$  dient in der Regel ein Richtwert von  $F \leq 0.1$ , d.h., mindestens 90% der eingespeisten Leistung gehen entlang der Struktur in den Freiraum über. Unter dieser Voraussetzung ist der Einfluss der Begrenzung auf die Richtcharakteristik gering ausgeprägt, wenn die unendliche bzw. unbegrenzte Struktur als Referenz herangezogen wird. Aus diesem Grund finden sich Leckwellenantennen bisher lediglich in Anwendungsbereichen, in denen entsprechend lange Strukturen toleriert werden können, so misst eine typische Leckwellenantenne etwa 20 Wellenlängen [13].

Die Eigenschaften von Leckwellenstrukturen lassen sich jedoch auch bei einer *starken* Begrenzung ausnutzen. „Stark“ bedeutet hier, dass sich aufgrund der Begrenzung die Strahlungscharakteristik von der der unbegrenzten Struktur deutlich unterscheidet, was sich quantitativ anhand der 3-dB Keulenbreite, der Hauptstrahlungsrichtung und der Direktivität beschreiben lässt. Der Einfluss der Begrenzung auf die Keulenbreite, und somit implizit auf die Direktivität, wurde zwar bereits analytisch untersucht [13, 59], allerdings unter der Annahme, dass die Hauptstrahlungsrichtung unbeeinflusst bleibt. Dies setzt aber von vornherein eine ausreichend lange Struktur voraus, was uns wieder auf die Bedingung  $F \leq 0.1$  zurückführt.

In Anbetracht der langen wissenschaftlichen Historie im Bereich der Leckwellenantennen ist es erstaunlich, dass das Potential stark begrenzter Strukturen bisher kaum erkannt wurde. So stellen sie durchaus eine Alternative gegenüber konventioniellen Einzelstrahlern wie Patch-Antennen oder Dipolen dar, mit dem Vorteil über die Dispersion Einfluss auf die Strahlungscharakteristik zu nehmen [76, 145]. Wir werden in diesem Kapitel den Einfluss der Begrenzung von Leckwellenstrukturen ausführlich diskutieren. Basierend auf

einfachen Analysen zeigen wir, wie die Keulenbreite und die Hauptstrahlungsrichtung einer Leckwellenantenne mit der Länge bzw. Fläche und den dispersiven Eigenschaften der Struktur zusammenhängen. Daraus lässt sich einerseits schlussfolgern, welche Strahlungscharakteristiken mit Hilfe begrenzter Leckwellenstrukturen realisierbar sind. Andererseits werden wir durch diese Untersuchungen in die Lage versetzt, eine Struktur für eine bestimmte Anwendung zu spezifizieren.

## 5.2 Zusammenhang zwischen Reflexion und Dispersion—Der Leckwellenbereich

Wir haben im Zusammenhang mit den Betrachtungen zur Reflexion im vorangegangenen Kapitel mehrfach erkannt, dass beim Einfall einer senkrecht bzw. TE-polarisierten Welle eine Leckwelle entlang der Oberfläche angeregt werden kann. Zwischen beiden tritt eine Kopplung auf, bei der die einfallende Welle einen Teil ihrer Leistung an eine Leckwelle abgibt. Damit korrespondiert eine verringerte Reflektivität an der Oberfläche. Diese Beobachtung ist deshalb sehr wichtig, weil sie uns eine Möglichkeit aufzeigt, wie die dispersiven Eigenschaften periodisch strukturierter Oberflächen experimentell nachgewiesen werden können.

Wie die Ergebnisse in Abschnitt 3.4 gezeigt haben, sind mit der Messung der Dispersion einige Schwierigkeiten verbunden, aufgrund derer eine quantitative Vergleichbarkeit zwischen Simulation und Messung allenfalls hinsichtlich der Bandlücke gegeben ist. Die Messung der Reflexion erlaubt hingegen eine gute quantitative Abschätzung des tatsächlichen Verhaltens nach Betrag *und* Phase. Aufgrund des Zusammenhangs mit der Dispersion können wir nun von den Ergebnissen der Reflexionsmessungen sehr genau auf das disperse Verhalten des Leckwellenmodes schließen. Das Prinzip zur Ermittlung der Bandstruktur mit Hilfe von Reflexionsmessungen ist zwar in der Optik und Oberflächenphysik lange bekannt [18, 40–44], allerdings fand es nach Kenntnis des Autors im Mikrowellenbereich bisher keine Anwendung.

### 5.2.1 Abtasten des Leckwellenbereiches

Zur Veranschaulichung des Zusammenhangs zwischen Reflexion und Dispersion im Leckwellenbereich vergegenwärtigen wir uns zunächst nochmal

die notwendige Bedingung für die Ausbreitung einer Leckwelle entlang einer Oberfläche (vgl. Abschnitt 3.1, S. 34 ff.):

$$k_t' < k_0 . \quad (5.2)$$

Trifft eine ebene Welle unter einem Winkel  $\theta$  auf die Oberfläche, wie bei Bestimmung des Reflexionsverhalten, dann ergeben sich die tangential und normale Komponente des zugehörigen Wellenvektors aus

$$k_t = \sin \theta k_0 \quad \text{und} \quad k_n = \cos \theta k_0 . \quad (5.3)$$

Wir sehen, dass für  $\theta \in [0^\circ, 90^\circ)$  die Leckwellenbedingung (5.2) erfüllt ist.  $k_t$  (5.3) entspricht gewissermaßen der Dispersionsrelation der einfallenden Welle an der Oberfläche. Mit  $k_0 = \omega/c$  erhalten wir aus (5.3)

$$f(k_t) = \frac{c}{2\pi} \csc \theta k_t . \quad (5.4)$$

Für  $\theta \in [0^\circ, 90^\circ)$  beschreibt  $f(k_t)$  Geraden, die im Dispersionsdiagramm links von der Lichtlinie zu finden sind. D.h., durch Variation von  $f$  und  $\theta$  der einfallenden Welle wird der Leckwellenbereich „abgetastet“, wie in Abbildung 5.3 illustriert (vgl. [140, Abb. 1]).

Anschaulich gesprochen tritt eine Kopplung zwischen der einfallenden Welle und dem Leckwellenmode dann auf, wenn die Gerade  $f(k_t)$  für ein bestimmtes  $\theta$  die Dispersionskurve des Leckwellenmodes schneidet. In diesem Fall überlagert sich der reflektierten bzw. gespiegelten Komponente in Richtung  $-\theta$ , die in jedem Fall vorhanden ist, ein weiterer Anteil, der durch die Rückstrahlung bzw. Wiederabstrahlung des angeregten Modes hervorgerufen wird [41]. Das damit verbundene Amplitudenminimum des Reflexionsfaktors begründet sich anschaulich darin, dass beide Anteile unterschiedliche Phasen aufweisen [40]. Physikalisch tritt eine Absorption durch dielektrische Verluste sowie Leiterverluste auf. Aus praktischer Sicht ist auch der Einfluss durch die Begrenzung der Struktur zu erwähnen (vgl. Abschnitt 5.3, S. 128 ff.), der sich im Ergebnis der Messung des Reflexionsverhaltens ebenfalls durch eine verringerte Reflektivität bemerkbar macht.

## 5.2.2 Ergebnis: Messung der Pilzstruktur mit Zwischenlage

Um das Dispersionsverhalten aus den Ergebnissen der Reflexionsmessungen zu extrahieren, muss zunächst die Resonanzfrequenz  $f_{\text{res}}$  ermittelt werden,

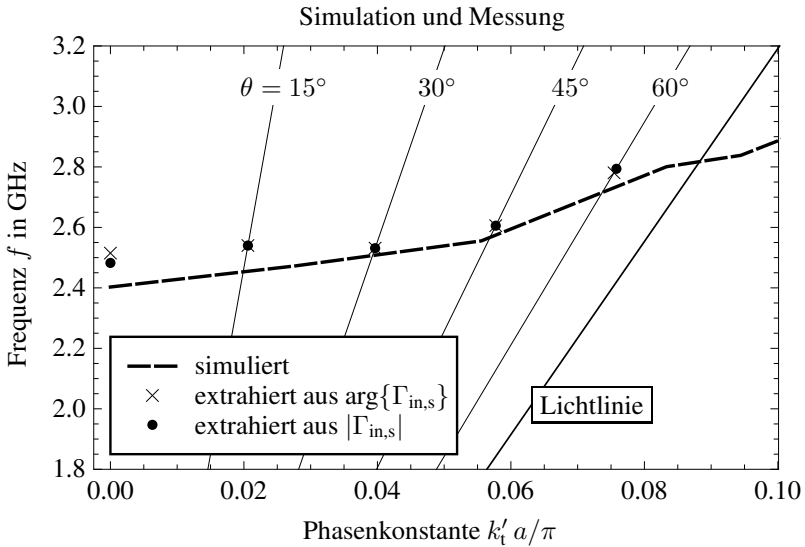
d.h., an der das Minimum von  $|\Gamma_{\text{in,s}}|$  bzw. der Nulldurchgang von  $\arg\{\Gamma_{\text{in,s}}\}$  auftritt. Mit bekanntem Einfallswinkel  $\theta$  ergibt sich die zugehörige Phasenkonstante  $k_t = k'_t$  aus (5.3). Die auf diese Weise spezifizierten Punkte sind in Abbildung 5.3 zusammen mit dem simulierten Dispersionsverlauf des Leckwellenmodes aufgetragen. Die extrahierten Daten basieren auf den Ergebnissen der Reflexionsmessungen bei  $\theta = \{0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ\}$ . Die durch Kreuze markierten Stellen korrespondieren mit den Nulldurchgängen der Phase, die durch Punkte markierten Stellen mit den Minima der Amplitude von  $\Gamma_{\text{in,s}}$ . Insbesondere für  $\theta \geq 30^\circ$  erkennen wir eine gute Übereinstimmung zwischen Messung und Simulation. Bei kleineren Einfallswinkeln ist ein quantitativer Vergleich schwierig, da die Simulationen hier schlecht konvergieren. Qualitativ zeigen die Messungen aber auch in diesem Bereich das erwartete Verhalten. Die untere Grenzfrequenz des Leckwellenbereichs folgt aus der Messung bei  $\theta = 0^\circ$ . Betrachten wir den Amplitudengang, dann ergibt sich ein Wert von 2.48 GHz. Aus dem Phasengang wurde ein Wert von 2.52 GHz ermittelt.

Ergänzend sei an dieser Stelle erwähnt, dass die Ausprägung der Minima im Amplitudengang bei paralleler bzw. TM-Polarisation (vgl. Abbildung 4.16a) zum Teil auch auf die Kopplung zwischen der einfallenden Welle und dem Leckwellenmode bei  $k'_t = 0$  zurückzuführen ist. Es bildet sich eine stehende Welle entlang  $\vec{n} \times \vec{k}_t$  aus, da in dieser Richtung die einfallende Welle TE-polarisiert ist.

### 5.2.3 Bemerkungen

Aus dem Zusammenhang zwischen der Dispersion im Leckwellenbereich und der Reflexion an der Oberfläche ergeben sich folgende Schlussfolgerungen:

- Eine Struktur, die hinsichtlich der Reflexion eine vom Einfallswinkel unabhängige Resonanzfrequenz aufweist, muss ein stark dispersives Verhalten zeigen. Eine geringe Änderung der Frequenz führt also zu einer starken Änderung der Phasenkonstante, was sich im Dispersionsdiagramm an einem besonders flachen Verlauf der Dispersionskurve widerspiegelt. Diese Anforderung tritt beispielsweise beim Entwurf frequenzselektiver Oberflächen auf [10].
- Ist die Dispersion der Struktur hingegen schwach ausgeprägt, dann zeigt sich im Reflexionsverhalten eine deutliche Variation der Resonanzfre-



**Abbildung 5.3:** Dispersion im Leckwellenbereich der Pilzstruktur mit Zwischenlage: Vergleich zwischen der Simulation und den extrahierten Werten aus den Reflexionsmessungen bei variablem Einfallswinkel  $\theta$ . Das „Abtasten“ des Leckwellenbereichs wird durch die Geraden (5.4) angedeutet, die sich jeweils für ein bestimmtes  $\theta$  ergeben.

quenz mit dem Einfallswinkel, was beispielsweise für Leckwellenantennen interessant ist. So lässt sich aufgrund dieses Verhalten einerseits eine Richtcharakteristik erreichen, die über eine bestimmte Bandbreite nur schwach variiert, andererseits verringert sich die Anfälligkeit gegenüber fertigungsbedingten Toleranzen [140].

- Der Entwurf von Leckwellenstrukturen ist nicht notwendigerweise an die Betrachtung der Dispersion geknüpft. Wir können die Struktur auch basierend auf den Reflexionseigenschaften entwerfen. Dabei kann unter Umständen auf analytische Ausdrücke zurückgegriffen werden, wie sie beispielsweise für die Pilzstruktur nach Abbildung 3.3a oder die Pilzstruktur mit Zwischenlage nach Abbildung 3.4a abgeleitet wurden [16, 139] (vgl. Abschnitt 4.2).

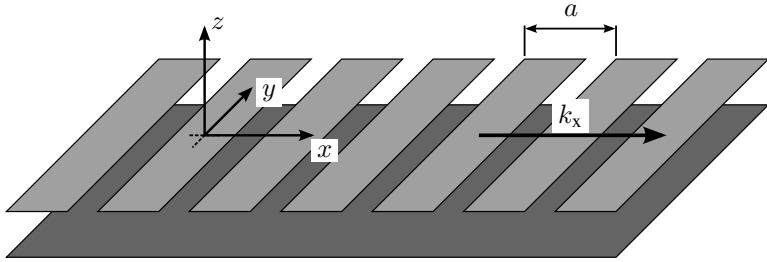
Bezüglich des ersten Punktes sei erwähnt, dass eine mit dem Einfallswinkel konstante Resonanzfrequenz eine an verschiedenen Stellen in der Literatur wiederkehrende Forderung an periodisch strukturierte Oberflächen beim Entwurf planarer Antennen ist [73, 74]. Dazu zählt beispielsweise die planare Dipolantenne, die wir in Abschnitt 4.5 kennengelernt haben. Die Struktur wird dabei lediglich aus Sicht ihrer Reflexioneigenschaften beurteilt, obwohl wir bei der eigentlichen Anordnung eine vollkommen andere Situation vorfinden. So haben wir es hier aufgrund des geringen Abstands zwischen Dipol und Struktur *nicht* mit einem endlichen, auf den sichtbaren Bereich begrenzten, Spektrum ebener Wellen zu tun, die auf die Oberfläche treffen, sondern mit einem unendlichen Spektrum, das auch Wellen aus Richtungen mit komplexen Einfallswinkeln einschließt. Das Verhalten derartiger Antennen kann daher nicht ausschließlich anhand der Reflexionseigenschaften erklärt werden. Insbesondere oberhalb der Resonanzfrequenz des Reflexionsfaktors sind die Dispersionseigenschaften der Struktur zu berücksichtigen. Die strengere Forderung eines vom Einfallswinkel unabhängigen Reflexionsphasengangs [74] ist zudem nicht realisierbar. Wie wir in Abschnitt 4.3.3 (S. 97) erörtert haben, variiert die Phasensteilheit zwangsläufig mit dem Einfallswinkel.

### 5.3 Strahlungsverhalten bei eindimensionaler Wellenausbreitung

Wir betrachten in diesem Abschnitt das Strahlungsverhalten von Strukturen, die eine Periodizität in  $x$ -Richtung mit der Periode  $a$  aufweisen (Abbildung 5.4). Wir beschränken uns daher auf die Wellenausbreitung in positiver bzw. negativer  $x$ -Richtung. Wir gehen davon aus, dass die Felder entlang der Struktur durch eine skalare Wellenfunktion  $\psi$  dargestellt werden können, die unabhängig von  $y$  sei. Weiterhin setzen wir eine harmonische Zeitabhängigkeit der Form  $\exp(j\omega t)$  voraus.

Die allgemeine Lösung  $\psi(x)$  (2.23) der eindimensionalen Wellengleichung (2.21) in einem periodischen Medium haben wir bereits in Abschnitt 2.1.4 auf Seite 21 angegeben. Das zugehörige Spektrum  $\Psi$ , das wir aus der Fourier-Transformation von  $\psi(x)$  erhalten, setzt sich aus der Summe unendlich vieler Deltastöße zusammen, die um  $k_{x,n} = k_{x,0} + \frac{2\pi}{a}n$  (2.24) mit  $n \in \mathbb{Z}$  verschoben sind.





**Abbildung 5.4:** Skizze einer Struktur mit eindimensionaler Periodizität (Periode  $a$ ). Die Wellenausbreitung erfolgt entlang der  $x$ -Achse mit der Wellenzahl  $k_x$ .

Das Spektrum kann in zwei Bereiche unterteilt werden: Der *sichtbare* Bereich umfasst das abgeschlossene Intervall  $[-k_0, k_0]$ , der *unsichtbare* Bereich alles außerhalb dieser Region. Hinsichtlich des Strahlungsverhaltens ist der unsichtbare Bereich von geringem Interesse, da sich hier lediglich die Raumharmonischen befinden, die streng an die Oberfläche gebunden sind und daher nicht mit einer Freiraumwelle koppeln können. Diese Raumharmonischen haben den Charakter von Oberflächenwellen, d.h.,  $|\text{Re}\{k_{x,n}\}| \geq k_0$  (s. Abschnitt 3.1, S. 34 ff.). Im sichtbaren Bereich hingegen finden wir die Raumharmonischen, die die Leckwellenbedingung  $|\text{Re}\{k_{x,n}\}| < k_0$  (5.2) erfüllen. Dementsprechend können diese Raumharmonischen mit einer Leckwelle koppeln.

Welches Strahlungsverhalten mit einer Leckwelle korrespondiert, werden wir nun untersuchen. Zunächst beleuchten wir den Fall einer unbegrenzten Struktur, bevor wir dann auf den Fall begrenzter Strukturen eingehen.

### 5.3.1 Unbegrenzte Struktur

Nehmen wir an, die Struktur unterstützt lediglich eine Raumharmonische mit  $k_{x,\nu} = k_x$  ( $\nu \in \mathbb{Z}$ ), die die Leckwellenbedingung erfüllt, während alle übrigen Raumharmonischen  $n \neq \nu$  im unsichtbaren Bereich liegen. Dann ist der einzige Teil der Lösung der Wellengleichung, der zum strahlenden Feld beiträgt, durch

$$\psi_\nu(x) = \psi_{\text{rad}}(x) = C \exp(-j 2 \pi k_x x) \quad (5.5)$$

gegeben mit der komplexen Amplitude  $C = C_\nu$ .

Die idealisierte Belegung (5.5) muss aus praktischer Sicht modifiziert werden, da sonst der Betrag von  $\psi_{\text{rad}}(x)$  für  $x \rightarrow -\infty$  gegen Unendlich streben würde,  $\text{Im}\{k_x\} > 0$  vorausgesetzt. Wir unterscheiden dazu zwei Fälle, die sich wie folgt formulieren lassen [52]:

$$\psi_{\text{rad}}(\tilde{x}) = \begin{cases} C \exp(-j 2 \pi K_x \tilde{x}) & \text{falls } \tilde{x} \geq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.6a)$$

bei unidirektionaler Ausbreitung und

$$\psi_{\text{rad}}(\tilde{x}) = C \exp(-j 2 \pi K_x |\tilde{x}|) \quad (5.6b)$$

bei bidirektionaler Ausbreitung mit

$$\tilde{x} = \frac{x}{\lambda} \quad \text{und} \quad K_x = K'_x - j K''_x = \frac{k_x}{k_0}. \quad (5.7)$$

Im ersten Fall (5.6a) gehen wir von einer *semi-infiniten* Struktur aus, entlang derer sich die Welle in positiver x-Richtung ausbreitet. Im zweiten Fall (5.6b) wird die Ausbreitung in positiver und negativer x-Richtung zugelassen, d.h., wir haben im Grunde zwei Wellen zu berücksichtigen. In beiden Fällen nimmt  $\psi_{\text{rad}}$  seine maximale Amplitude an der Stelle  $\tilde{x} = 0$  an, die wir als Anregungsstelle ansehen können.

### Unidirektionale Ausbreitung

Aus der Fourier-Transformation von  $\psi_{\text{rad}}$  (5.6a) bezüglich  $\tilde{x}$ , wie in [2, S. 32] definiert, erhalten wir

$$\Psi_{\text{rad}}(\kappa_x) = j \frac{C}{2 \pi} \frac{1}{\kappa_x - K_x}, \quad (5.8)$$

dabei ist  $\kappa_x$  die auf  $k_0$  normierte Fourier-Variable. Der Wechsel vom Orts- zum Bildbereich korrespondiert also mit dem Fourier-Pärchen  $(\tilde{x}, \kappa_x)$ . Hinsichtlich der Leistung ergibt sich die Strahlungscharakteristik im Fernfeld aus (vgl. [52, Glg. (27)])

$$|\Psi_{\text{rad}}^{(\text{FF})}(\theta)|^2 = |\cos \theta \Psi_{\text{rad}}(\theta)|^2 = \frac{|C|^2}{(2 \pi)^2} \frac{\cos^2 \theta}{(K''_x)^2 + (\sin \theta - K'_x)^2}, \quad (5.9)$$

die unmittelbar mit dem Spektrum  $\Psi_{\text{rad}}$  der Aperturbelegung verknüpft ist [19, S. 13].  $\kappa_x$  wurde hier mit  $\sin \theta$  substituiert, dabei steht  $\theta$  für die Co-Elevation. Der sichtbare Bereich  $-1 \leq \kappa_x \leq 1$  umfasst dementsprechend alle Winkel im Intervall  $-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$  [57].

Bei der Bestimmung der Direktivität muss beachtet werden, dass wir im Ortsbereich lediglich eine Dimension betrachten. Für die Berechnung der abgestrahlten Leistung ist daher nur die *Ebene* zu berücksichtigen, die durch die x- und z-Achse aufgespannt wird (Abbildung 5.4).  $|\Psi_{\text{rad}}^{(\text{FF})}|^2$  ist also als „Leistung pro Einheitswinkel“ zu verstehen. Weiterhin ist zu beachten, dass der sichtbare Bereich nur die obere Halbebene  $z \geq 0$  umfasst. Das Feld in der unteren Halbebene, d.h. unterhalb der Struktur, wird als verschwindend angenommen [2]. Mit diesen Annahmen ergibt sich die Direktivität allgemein aus (vgl. [52, Glg. (45)])

$$D(\theta) = \frac{\pi |\Psi_{\text{rad}}^{(\text{FF})}(\theta)|^2}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} |\Psi_{\text{rad}}^{(\text{FF})}(\theta)|^2 d\theta}. \quad (5.10)$$

Daraus erhalten wir mit (5.9)

$$D(\theta) = \frac{\cos^2 \theta}{(K_x'')^2 + (\sin \theta - K_x')^2} \frac{1}{\coth(|\text{Im}\{\arcsin K_x\}|) - 1}. \quad (5.11)$$

Die maximale Direktivität von

$$D_{\text{max}} = \frac{\exp(|\text{Im}\{\arcsin K_x\}|)}{\sinh(|\text{Im}\{\arcsin K_x\}|)} \xrightarrow{K_x'' \ll 1} \frac{1}{|\text{Im}\{\arcsin K_x\}|} \quad (5.12)$$

wird in Richtung des Winkels

$$\hat{\theta} = \arcsin \left( \frac{\sin(\text{Re}\{\arcsin K_x\})}{\cosh(\text{Im}\{\arcsin K_x\})} \right) \quad (5.13)$$

erreicht [52, S. 330]. Für  $K_x'' \ll 1$  strebt  $\hat{\theta}$  gegen  $\arcsin K_x'$ , was für  $k_t = K_x k_0$  dem Winkel  $\hat{\theta}$  (3.4) entspricht, den wir in Abschnitt 3.1 auf Seite 36 im Sinne der Wellenzahl-Erhaltung definiert haben. Bei hinreichend kleiner Dämpfungskonstante  $K_x''$  können wir also die Hauptstrahlungsrichtung in guter Näherung direkt aus der Phasenkonstante  $K_x'$  ermitteln, sofern

uns  $K'_x$  bei der Arbeitsfrequenz bekannt ist—beispielsweise aus einer Dispersionsimulation oder der Messung der Reflexionseigenschaften (vgl. Abschnitt 5.2).

Es sei nochmals erwähnt, dass bei der Ableitung der Fernfeldbeschreibung (5.9) lediglich die Raumharmonische berücksichtigt wurde, die die Leckwellenbedingung (5.2) erfüllt. Der Einfluss der übrigen Raumharmonischen auf das Fernfeld wurde vernachlässigt, da diese im unsichtbaren Bereich zu finden sind. Diese Annahme ist jedoch streng genommen nur zulässig, wenn die Struktur tatsächlich unendlich ausgedehnt ist, d.h. in positiver *und* negativer Richtung. Da die Beschränkung auf eine semi-infinite Struktur ein *kontinuierliches* Spektrum nach sich zieht, beeinflussen sich die Spektralanteile der einzelnen Raumharmonischen untereinander; eine Raumharmonische im unsichtbaren Bereich kann daher durchaus Einfluss auf den sichtbaren Bereich haben. Unter der Voraussetzung  $a \ll \lambda$  allerdings sind die einzelnen Raumharmonischen im Spektrum entsprechend (2.24) sehr weit voneinander entfernt, so dass eine gegenseitige Beeinflussung vernachlässigbar ist. Diese Voraussetzung impliziert außerdem, dass wenn eine Raumharmonische existiert, die die Leckwellenbedingung (5.2) erfüllt, dann ist diese auch die *einzige*.

### Bidirektionale Ausbreitung

Die Aperturbelegung  $\psi_{\text{rad}}$  (5.6b) setzt sich aus der Belegung für die unidirektionale Ausbreitung (5.6a) und dessen Spiegelbild, d.h.  $\tilde{x} \rightarrow -\tilde{x}$ , zusammen. Mit (5.8) erhalten wir dann für die Fourier-Transformierte von  $\psi_{\text{rad}}$  (5.6b)

$$\Psi_{\text{rad}}(\kappa_x) = j \frac{C}{2\pi} \frac{1}{\kappa_x - K_x} - j \frac{C}{2\pi} \frac{1}{\kappa_x + K_x} = j \frac{C}{2\pi} \frac{2K_x}{\kappa_x^2 - K_x^2}, \quad (5.14)$$

dabei steht auch hier  $\kappa_x$  für die auf  $k_0$  normierte Fourier-Variable. Mit  $\kappa_x = \sin \theta$  ergibt sich dann die Strahlungscharakteristik im Fernfeld hinsichtlich der Leistung aus (vgl. [52, Glg. (33)])

$$\begin{aligned} |\Psi_{\text{rad}}^{(\text{FF})}(\theta)|^2 &= |\cos \theta \Psi_{\text{rad}}(\theta)|^2 \\ &= \cos^2 \theta \frac{|C|^2}{\pi^2} \frac{\sqrt{(K'_x)^2 + (K''_x)^2}}{(K''_x)^2 + (\sin \theta - K'_x)^2} \frac{\sqrt{(K'_x)^2 + (K''_x)^2}}{(K''_x)^2 + (\sin \theta + K'_x)^2}. \end{aligned} \quad (5.15)$$

Aus (5.10) folgt schließlich für die Direktivität

$$D(\theta) = \frac{\cos^2 \theta \sinh(2 |\operatorname{Im}\{\arcsin K_x\}|) [(K'_x)^2 + (K''_x)^2]}{[(K''_x)^2 + (\sin \theta - K'_x)^2] [(K''_x)^2 + (\sin \theta + K'_x)^2]}. \quad (5.16)$$

Die maximale Direktivität ist durch

$$D_{\max} = \begin{cases} \frac{\sinh(2 |\operatorname{Im}\{\arcsin K_x\}|)}{4 \sin^2(\operatorname{Re}\{\arcsin K_x\})} + \frac{\sinh(2 |\operatorname{Im}\{\arcsin K_x\}|)}{4 \sinh^2(\operatorname{Im}\{\arcsin K_x\})} & \text{falls } \left| \sqrt{1 - K_x^2} \right| < 1 \\ \frac{\sinh(2 |\operatorname{Im}\{\arcsin K_x\}|)}{\sin^2(\operatorname{Re}\{\arcsin K_x\}) + \sinh^2(\operatorname{Im}\{\arcsin K_x\})} & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.17)$$

gegeben [52, S. 332]. Im ersten Fall bilden sich im Fernfeld zwei Maxima bei

$$\hat{\theta} = \pm \arccos\left(\left|\sqrt{1 - K_x^2}\right|\right) \quad (5.18)$$

aus, während bei  $\theta = 0^\circ$  ein lokales Minimum auftritt. Im zweiten Fall hingegen überlagern sich die Anteile der Wellen in positiver und negativer  $x$ -Richtung derart, dass im Fernfeld lediglich ein Maximum bei  $\theta = 0^\circ$  zu sehen ist.

### 5.3.2 Begrenzte Struktur

Wie im vorangegangenen Unterabschnitt gehen wir davon aus, dass lediglich eine Raumharmonische die Leckwellenbedingung erfüllt. Die Begrenzung der Struktur berücksichtigen wir durch die Wichtung der Belegung (5.6) mit einer *Fensterfunktion*  $w(x)$ , die das Feld bis auf ein abgeschlossenes Intervall ausblendet [58, 144, 145]—diese Approximation entspricht der Kirchhoff'schen Formulierung [2, S. 44 ff.], [20, S. 171 ff.].\*

Wir definieren das Fenster wie folgt:

$$w(\tilde{x}) = \begin{cases} 1 & \text{falls } 0 < \tilde{x} < \tilde{\xi} \\ \frac{1}{2} & \text{falls } \tilde{x} \in \{0, \tilde{\xi}\} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad \text{bei unidirektionaler Ausbreitung,} \quad (5.19a)$$

$$w(\tilde{x}) = \begin{cases} 1 & \text{falls } |\tilde{x}| < \frac{\tilde{\xi}}{2} \\ \frac{1}{2} & \text{falls } |\tilde{x}| = \frac{\tilde{\xi}}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad \text{bei bidirektionaler Ausbreitung,} \quad (5.19b)$$

---

\*In der englischsprachigen Literatur auch unter der Bezeichnung *physical optics approximation* geführt.

dabei ist  $\tilde{\xi}$  die Länge des Fensters normiert auf die Wellenlänge  $\lambda$ . Aus

$$\psi_{\text{rad},w}(\tilde{x}) = w(\tilde{x}) \psi_{\text{rad}}(\tilde{x}) \quad (5.20)$$

erhalten wir dann mit (5.6) für die Belegung

$$\psi_{\text{rad},w}(\tilde{x}) = C \exp(-j 2 \pi K_x \tilde{x}) \begin{cases} 1 & \text{falls } 0 < \tilde{x} < \tilde{\xi} \\ \frac{1}{2} & \text{falls } \tilde{x} \in \{0, \tilde{\xi}\} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.21a)$$

bei unidirektionaler Ausbreitung bzw.

$$\psi_{\text{rad},w}(\tilde{x}) = C \exp(-j 2 \pi K_x |\tilde{x}|) \begin{cases} 1 & \text{falls } |\tilde{x}| < \frac{\tilde{\xi}}{2} \\ \frac{1}{2} & \text{falls } |\tilde{x}| = \frac{\tilde{\xi}}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.21b)$$

bei bidirektionaler Ausbreitung. Wir erkennen aus diesen Formulierungen, dass weder Reflexionen noch Streuungs- und Beugungseffekte an den Grenzen bzw. Kanten der Struktur berücksichtigt sind. Welchen Einfluss diese Effekte auf die Strahlungscharakteristik begrenzter Strukturen haben, werden wir in Abschnitt 5.3.3 beleuchten. Innerhalb des laufenden Unterabschnittes gehen wir davon aus, dass derartige Effekte vernachlässigbar sind. Praktisch lässt sich dies durch eine geeignete Terminierung an den Grenzen der Struktur erreichen [63, 145].

Die Fensterung bzw. Wichtung der Belegung  $\psi_{\text{rad}}$  hat im Bildbereich eine Faltung zwischen dem Spektrum  $\Psi_{\text{rad}}$  der (semi)-unendlichen Struktur und der Fourier-Transformierten  $W$  der Fensterfunktion  $w$  zur Folge [22].  $W$  wird im Folgenden auch als *Instrumentenfunktion* bezeichnet. Bei der Untersuchung des Einflusses des Fensters auf die Strahlungscharakteristik unterscheiden wir, wie in Abschnitt 5.3.1, die unidirektionale von der bidirektionalen Ausbreitung.

### Unidirektionale Ausbreitung

Die mit (5.19a) korrespondierende Instrumentenfunktion ergibt sich aus

$$W(\kappa_x) = \frac{\sin(\pi \tilde{\xi} \kappa_x)}{\pi \kappa_x} \exp(j \pi \tilde{\xi} \kappa_x) . \quad (5.22)$$

Mit (5.8) erhalten wir dann für das Spektrum der begrenzten Struktur

$$\begin{aligned}\Psi_{\text{rad,w}}(\kappa_x) &= j \frac{C}{2\pi} \frac{1 - \exp(j 2\pi [\kappa_x - K_x] \tilde{\xi})}{\kappa_x - K_x} \\ &= \Psi_{\text{rad}}(\kappa_x) - \Psi_{\text{rad}}(\kappa_x) \exp(j 2\pi [\kappa_x - K_x] \tilde{\xi}) .\end{aligned}\quad (5.23)$$

$\Psi_{\text{rad,w}}$  setzt sich also aus dem Spektrum der Belegung der unbegrenzten Struktur und einem zusätzlichen Term zusammen. Aus (5.23) folgt schließlich für die Strahlungscharakteristik im Fernfeld [145, Glg. (9)]

$$\left| \Psi_{\text{rad,w}}^{(\text{FF})}(\theta) \right|^2 = |\cos \theta \Psi_{\text{rad,w}}(\theta)|^2 = q \left| \Psi_{\text{rad}}^{(\text{FF})}(\theta) \right|^2 \quad (5.24a)$$

mit

$$q = 1 + \exp(-4\pi \tilde{\xi} K_x'') - 2 \exp(-2\pi \tilde{\xi} K_x'') \cos(2\pi \tilde{\xi} [\sin \theta - K_x']) . \quad (5.24b)$$

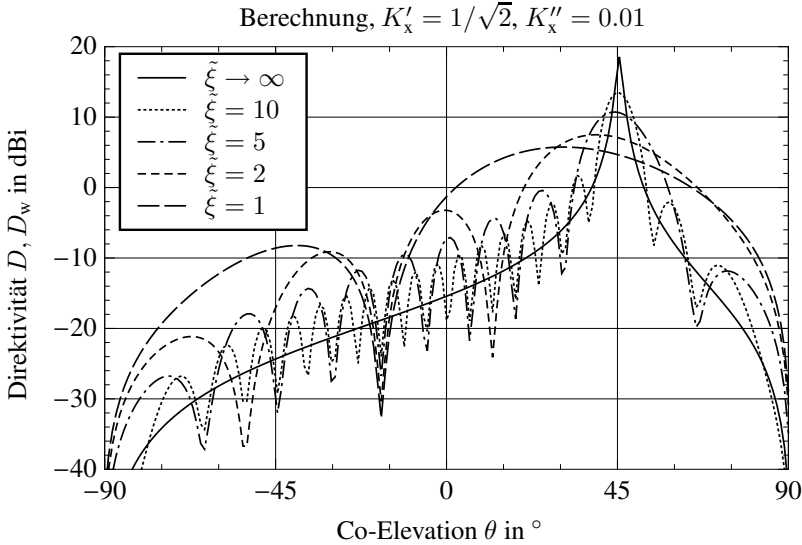
Die Direktivität erhalten wir aus

$$D_w(\theta) = \frac{\pi |\Psi_{\text{rad,w}}^{(\text{FF})}(\theta)|^2}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} |\Psi_{\text{rad,w}}^{(\text{FF})}(\theta)|^2 d\theta} = \frac{\pi q |\Psi_{\text{rad}}^{(\text{FF})}(\theta)|^2}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} q |\Psi_{\text{rad}}^{(\text{FF})}(\theta)|^2 d\theta} \quad (5.25a)$$

mit dem Integral im Nenner

$$\begin{aligned}I &= \pi \left[ \coth(|\text{Im}\{\arcsin K_x\}|) - 1 \right] \left[ 1 + \exp(-4\pi \tilde{\xi} K_x'') \right] \\ &- 2 \exp(-2\pi \tilde{\xi} K_x'') \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos(2\pi \tilde{\xi} [\sin \theta - K_x']) |\Psi_{\text{rad}}^{(\text{FF})}(\theta)|^2 d\theta .\end{aligned}\quad (5.25b)$$

Abbildung 5.5 zeigt exemplarisch den Verlauf der Direktivität  $D_w(\theta)$  nach (5.25) für  $K_x' = 1/\sqrt{2}$  und  $K_x'' = 0.01$  mit  $\tilde{\xi}$  als Parameter. Zum Vergleich ist außerdem die Direktivität  $D(\theta)$  (5.11) für den Fall einer semi-infiniten Struktur aufgetragen (durchgezogene Linie). Wir erkennen, dass mit der Begrenzung der Struktur eine Verringerung der Direktivität einhergeht, dabei fällt die Direktivität umso geringer aus, je geringer  $\tilde{\xi}$  ist. Die Richtcharakteristik wird qualitativ durch den Verlauf der Instrumentenfunktion  $W$  (5.22) bestimmt, insbesondere für eine hinreichend kleine Dämpfungskonstante  $K_x''$ .



**Abbildung 5.5:** Direktivität  $D$  (5.11) bzw.  $D_w$  (5.25) bei unidirektionaler Wellenausbreitung als Funktion von  $\theta$  mit  $K_x = 1/\sqrt{2} - j 0.01$  und  $\tilde{\xi}$  als Parameter. Im Grenzfall  $\tilde{\xi} \rightarrow \infty$  geht die Direktivität der begrenzten Struktur  $D_w$  zur Direktivität der unbegrenzten Struktur  $D$  über.

Dies zeigt sich auch an den Nebenmaxima, die zusätzlich zur Hauptkeule auftreten. An welchen Stellen das Hauptmaximum und die Nebenmaxima zu finden sind, ist einerseits von der Wellenzahl  $K_x$  und demzufolge von der Dispersion der unendlich ausdehnten Struktur abhängig. Andererseits spielt auch hier die Länge der Struktur eine wichtige Rolle: Die Stelle des Hauptmaximums tendiert mit abnehmendem  $\tilde{\xi}$  in Richtung des Zenits  $\theta = 0^\circ$ . Anschaulich gesprochen wirkt die Begrenzung also *scheinbar* so, als ob die Dispersionkurve der Struktur hinsichtlich der Frequenz nach oben verschoben ist.

Wie die Direktivität lässt sich auch die Hauptstrahlungsrichtung im Fall einer begrenzten Struktur nicht geschlossen lösen, sie kann allerdings approximiert werden. Entwickeln wir die Ableitung von (5.24) nach  $\kappa_x$  um den Punkt  $K'_x$  in einer Taylor-Reihe und berücksichtigen lediglich die Terme bis zur 2. Ordnung, dann ergibt sich unter der Voraussetzung  $K''_x \ll 1$  der Aus-



druck

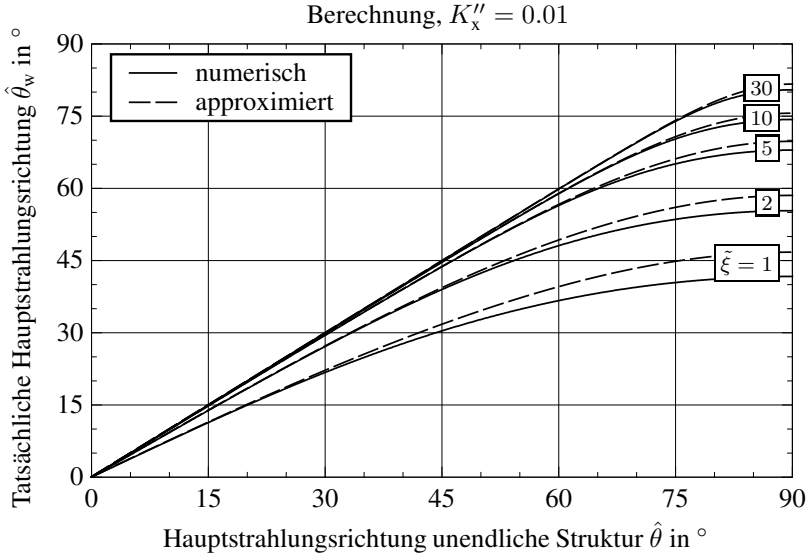
$$\sin \hat{\theta}_w \approx \frac{1}{6 \pi^2 \tilde{\xi}^2 K'_x} \left[ 3 + \left( 1 + 5 K_x'^2 \right) \pi^2 \tilde{\xi}^2 - \sqrt{9 + 6 \left( 1 + 5 K_x'^2 \right) \pi^2 \tilde{\xi}^2 + \left( K_x'^2 - 1 \right)^2 \pi^4 \tilde{\xi}^4} \right]. \quad (5.26)$$

Abbildung 5.6 illustriert den Zusammenhang zwischen der Hauptstrahlungsrichtung  $\hat{\theta}_w$  für eine begrenzte Struktur und der Hauptstrahlungsrichtung  $\hat{\theta} \approx \arcsin K'_x$  (5.13) für die unbegrenzte Struktur mit  $\xi$  als Parameter.\* Die durchgezogenen Kurven im Diagramm wurden numerisch ermittelt [133], indem die Stelle des Maximums von (5.24) für variable  $\theta$  und  $\tilde{\xi}$  gesucht wurde. Die gestrichelt dargestellten Kurven entsprechen dem approximierten Verlauf nach (5.26). Für  $\hat{\theta} \lesssim 45^\circ$  zeigt sich ein nahezu linearer Verlauf von  $\hat{\theta}_w$ . Der Anstieg hängt von der Fensterlänge ab: Je geringer  $\tilde{\xi}$  desto flacher verläuft die Kurve. Die Abweichung der tatsächlichen Hauptstrahlungsrichtung  $\hat{\theta}_w$  von der zu erwartenden Hauptstrahlungsrichtung  $\hat{\theta}$  kann kompensiert werden, indem die Dispersion der (unendlichen) Struktur geeignet angepasst wird. Wünschen wir beispielsweise eine Hauptstrahlungsrichtung von  $\hat{\theta}_w = 30^\circ$ , dann ist für  $\tilde{\xi} = 1$  die Struktur so zu modifizieren, dass  $\hat{\theta} \approx \arcsin K'_x = 45^\circ$ . Die Kompensation lässt sich allerdings nicht beliebig fortsetzen, da für  $\hat{\theta} \gtrsim 45^\circ$  der Verlauf von  $\hat{\theta}_w$  zunehmend in den nicht-linearen Bereich übergeht, wobei die Kurven ein Maximum bei  $\hat{\theta} = 90^\circ$  erreichen. In Abhängigkeit von der Fensterlänge kann also eine bestimmte Hauptstrahlungsrichtung nicht überschritten werden, sofern wir uns auf Leckwellen beschränken. Hinsichtlich der Approximation (5.26) erkennen wir in Abbildung 5.6, dass diese im linearen Bereich der Kurven sehr gut mit den numerisch ermittelten Ergebnissen übereinstimmen. Im nicht-linearen Bereich zeigt sich insbesondere bei geringen Fensterlängen ( $\tilde{\xi} \lesssim 5$ ) zwar eine Diskrepanz, allerdings fällt diese marginal aus, wenn die damit korrespondierende Breite der Hauptkeule berücksichtigt wird.

Die bisher in der Literatur zu findenden analytischen Untersuchungen zum Einfluss der Begrenzung auf die Keulenbreite gehen im Ansatz davon aus, dass die Hauptstrahlungsrichtung *unabhängig* von der Länge der Struktur ist. Die

---

\*Es sei hier auf die Arbeit von Menzel [76] verwiesen, in der ähnliche Untersuchungen durchgeführt wurden, allerdings hat der Autor eine andere Form der Argumentation gewählt.



**Abbildung 5.6:** Hauptstrahlungsrichtung der begrenzten Struktur  $\hat{\theta}_w$  als Funktion von  $\hat{\theta} \approx \arcsin(K_x')$  bei unidirektionaler Wellenausbreitung mit  $K_x'' = 0.01$  und  $\tilde{\xi}$  variabel. Die durchgezogenen Kurven wurden numerisch aus (5.24) ermittelt [133]. Zum Vergleich sind die approximierten Verläufe nach (5.26) aufgetragen (gestrichelt).

Gültigkeit dieser Ausdrücke ist damit auf hinreichend ausgedehnte Strukturen begrenzt, d.h.,  $\tilde{\xi} \gtrsim 10$ . In diesem Fall können wir unter der Voraussetzung kleiner Perioden  $a \ll \lambda$  und  $K_x'' \ll 1$  die 3-dB Keulbreite über die Näherungsformel für uniforme Leckwellenantennen approximieren [13, S. 11-7]:

$$\Delta\theta \approx \frac{1}{\tilde{\xi} \cos \hat{\theta}} = \frac{1}{\tilde{\xi} \sqrt{1 - K_x'^2}}. \quad (5.27)$$

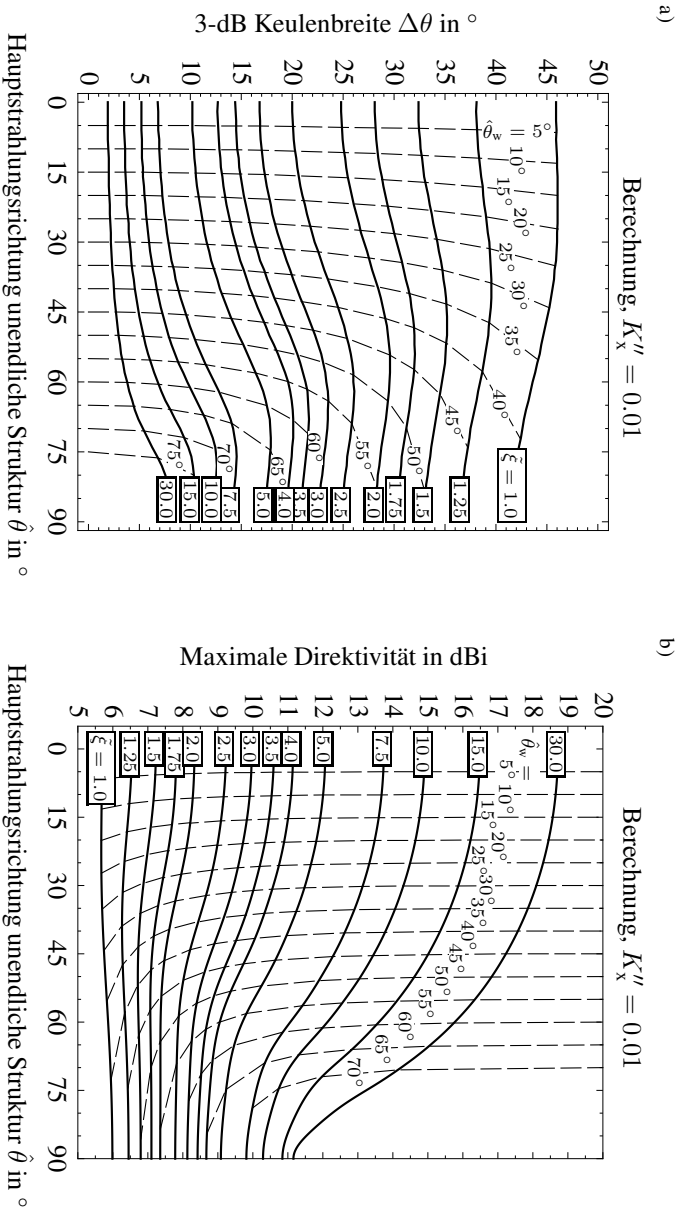
Eine genauere Approximation, in die auch die Dämpfungskonstante  $K_x''$  mit einfließt, findet sich in [59, S. 121]. Wird nun zusätzlich die Verschiebung der Hauptkeule berücksichtigt, die selbst nur approximiert werden kann, entstehen sehr komplexe Zusammenhänge. Daher wurde hier der Einfluss der Begrenzung auf  $\Delta\theta$  auf numerischem Wege mit Hilfe von (5.24) untersucht [133].

Das Ergebnis ist in Abbildung 5.7a aufgetragen, in der  $\Delta\theta$  als Funktion von  $\hat{\theta}$  für  $K'_x = 0.01$  dargestellt ist mit  $\tilde{\xi}$  als Parameter. Wir erkennen, dass  $\Delta\theta$  für  $\tilde{\xi} \gtrsim 15$  über dem gesamten betrachteten Intervall  $\hat{\theta} \in [0^\circ, 90^\circ]$  monoton steigend verläuft, wie aus (5.27) auch zu erwarten ist. Für geringere Fensterbreiten allerdings weist  $\Delta\theta$  auch einen monoton fallenden Bereich auf, der sich weder durch (5.27) noch den Ausdruck in [59, S. 121] vorhersagen lässt. Dieser Effekt wird durch die Bewertung des Spektrums  $\Psi_{\text{rad,w}}$  (5.23) mit dem Faktor  $\cos \theta$  hervorgerufen. Damit ist auch die Annäherung der Kurven an einen konstanten Wert für  $\hat{\theta} \rightarrow 90^\circ$  verbunden.

Zusätzlich zur Keulenbreite illustriert Abbildung 5.7a den Verlauf der tatsächlichen Hauptstrahlungsrichtung anhand von Isolinien (gestrichelt dargestellt). Mit Hilfe des Diagramms ist es daher möglich, die Auswirkung einer Variation von  $\hat{\theta}$  bzw.  $\tilde{\xi}$  auf die Parameter  $\Delta\theta$  und  $\hat{\theta}_w$  gleichzeitig zu bestimmen. Wir können aber auch den umgekehrten Weg gehen, der aus Sicht des Entwicklers von Interesse ist: Für vorgegebene Werte von  $\Delta\theta$  und  $\hat{\theta}_w$  sagt uns Abbildung 5.7a, wie  $\hat{\theta}$  und  $\tilde{\xi}$  zu wählen sind. Wird beispielsweise eine Antenne gewünscht, die ihr Direktivitätsmaximum bei  $\theta = 50^\circ$  mit einer Keulenbreite von  $\Delta\theta = 10^\circ$  aufweist, dann müssen wir die Struktur auf  $\tilde{\xi} = 7.5$  begrenzen, während die dispersiven Eigenschaften so anzupassen sind, dass mit der Arbeitsfrequenz eine Phasenkonstante von  $K'_x = \sin 51^\circ \approx 0.78$  korrespondiert. Hieran zeigt sich schließlich, dass die Länge der Struktur  $\tilde{\xi}$  als Freiheitsgrad dient. Inwieweit dieser zusätzliche Freiheitsgrad tatsächlich ausgenutzt werden kann, lässt sich ebenfalls aus Abbildung 5.7a schlussfolgern. So finden wir nicht für jedes beliebige Wertepaar  $(\Delta\theta, \hat{\theta}_w)$  geeignete Werte für  $\tilde{\xi}$  und  $\hat{\theta}$ . Somit lässt sich von vornherein abschätzen, ob eine bestimmte Richtcharakteristik realisierbar ist oder nicht.

Da die Breite der Hauptkeule unmittelbar mit der maximalen Direktivität verknüpft ist, können wir im Diagramm in Abbildung 5.7a anstelle von  $\Delta\theta$  auch  $D_{\text{max}}$  als Ordinate wählen, wie in Abbildung 5.7b dargestellt. Auch hier kennzeichnen Isolinien (gestrichelt dargestellt) die tatsächliche Hauptstrahlungsrichtung  $\hat{\theta}_w$ . Während  $D_{\text{max}}$  für  $\tilde{\xi} \gtrsim 10$  eine deutliche Abhängigkeit von  $\hat{\theta}$  und damit von  $K'_x$  aufweist, wirkt sich bei starker Begrenzung  $\tilde{\xi} < 3$  einer Veränderung der Phasenkonstante kaum auf die maximale Direktivität aus; schließlich ist in diesem Fall die Hauptkeule entsprechend breit.

Hinsichtlich der Direktivität bleibt noch ein abschließender Punkt zu erwähnen, der sich auf die Anpassung der Dispersion zur Kompensation der Verschiebung des Strahlungsmaximums bezieht. Ob eine Kompensation not-



**Abbildung 5.7:** 3-dB Keulenbreite  $\Delta\theta$  a) und maximale Direktivität b) einer begrenzten Struktur als Funktion von  $\hat{\theta}$  bei unidirektionaler Ausbreitung mit  $K_x'' = 0.01$  und  $\xi$  als Parameter (durchgezogene Linien). Die Kurven wurden numerisch aus (5.24) bzw. (5.25) für variierende  $K_x'$  und  $\xi$  ermittelt [133]. Die gestrichelt dargestellten Kurven sind Isolinien, die jeweils eine konstante Hauptstrahlungsrichtung  $\hat{\theta}_w$  kennzeichnen.

Beobachtungsrichtung $\theta = 50^\circ$ , $K_x'' = 0.01$		
$\tilde{\xi}$	Direktivität (dBi) <b>mit</b> Kompensation	Direktivität (dBi) <b>ohne</b> Kompensation
1.5	6.8	5.7
2	7.4	6.7
10	13.0	13.0

**Tabelle 5.1:** Maximale Direktivität einer begrenzten Leckwellenstruktur bei  $\theta = 50^\circ$  mit und ohne Kompensation der Verschiebung der Hauptstrahlungsrichtung.

wendig ist, hängt letztlich vom Verlust der Direktivität bei der gewünschten Hauptstrahlungsrichtung ab. Es stellt sich also die Frage, wieviel Einbuße müssen wir denn in Kauf nehmen, wenn die Dispersion gegenüber dem Fall einer unendlich ausgehten Struktur *nicht* angepasst wird? In Tabelle 5.1 sind für  $K_x'' = 0.01$  und  $\tilde{\xi} \in \{1.5, 2, 10\}$  die maximalen Direktivitäten mit und ohne Anpassung der Dispersion aufgetragen, die unter einem Winkel von  $\theta = 50^\circ$  erreicht werden. Wir erkennen, dass für  $\tilde{\xi} = 1.5$  mit einer Kompensation eine Verbesserung um 1.1 dB korrespondiert.\* Mit zunehmender Fensterbreite verringert sich dieser Gewinn allerdings, so zeigt sich beispielsweise bei  $\tilde{\xi} = 10$  kein Unterschied zwischen beiden Fällen. Eine Kompensation ist also insbesondere bei starker Begrenzung der Leckwellenstruktur vorteilhaft.

### Bidirektionale Ausbreitung

Mit (5.19b) erhalten wir für die Instrumentenfunktion

$$W(\kappa_x) = \frac{\sin(\pi \tilde{\xi} \kappa_x)}{\pi \kappa_x}. \quad (5.28)$$

---

\*Auch wenn ein Zuwachs von 1.1 dB wenig erscheinen mag, so sollte dieser Wert in Anbetracht der ohnehin geringen Direktivität nicht vernachlässigt werden. Soll eine derartige Struktur in einer Empfangsantenne für eine Rundfunkanwendung Einsatz finden, dann wirken sich solche geringen Werte im Link-Budget unter Umständen entscheidend aus—beispielsweise bei der Evaluierung der Parameter des Empfangsverstärkers, an den hinsichtlich der Rauschzahl bei einem erhöhten Gewinn der Antenne geringere Ansprüche gestellt werden können.

Damit ergibt sich das Spektrum der Belegung  $\psi_{\text{rad,w}}(\tilde{x})$  (5.21b) der begrenzten Struktur aus [144, Glg. (7)]\*

$$\begin{aligned}\Psi_{\text{rad,w}}(\kappa_x) &= j \frac{C}{\pi} \left( \frac{K_x}{\kappa_x^2 - K_x^2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{K_x \cos(\pi \tilde{\xi} \kappa_x) + j \kappa_x \sin(\pi \tilde{\xi} \kappa_x)}{\kappa_x^2 - K_x^2} \exp(-j \pi \tilde{\xi} K_x) \right) \\ &= \Psi_{\text{rad}}(\kappa_x) \left( 1 - \left[ \cos(\pi \tilde{\xi} \kappa_x) + j \frac{\kappa_x}{K_x} \sin(\pi \tilde{\xi} \kappa_x) \right] \exp(-j \pi \tilde{\xi} K_x) \right),\end{aligned}\tag{5.29}$$

das sich, wie im Fall der unidirektionalen Ausbreitung, aus dem Spektrum der unbegrenzten Struktur  $\Psi_{\text{rad}}(\kappa_x)$  (5.14) und einem zusätzlichen Term zusammensetzt. Die Strahlungscharakteristik im Fernfeld folgt schließlich aus

$$\left| \Psi_{\text{rad,w}}^{(\text{FF})}(\theta) \right|^2 = |\cos \theta \Psi_{\text{rad,w}}(\theta)|^2 = q \left| \Psi_{\text{rad}}^{(\text{FF})}(\theta) \right|^2 \tag{5.30a}$$

---

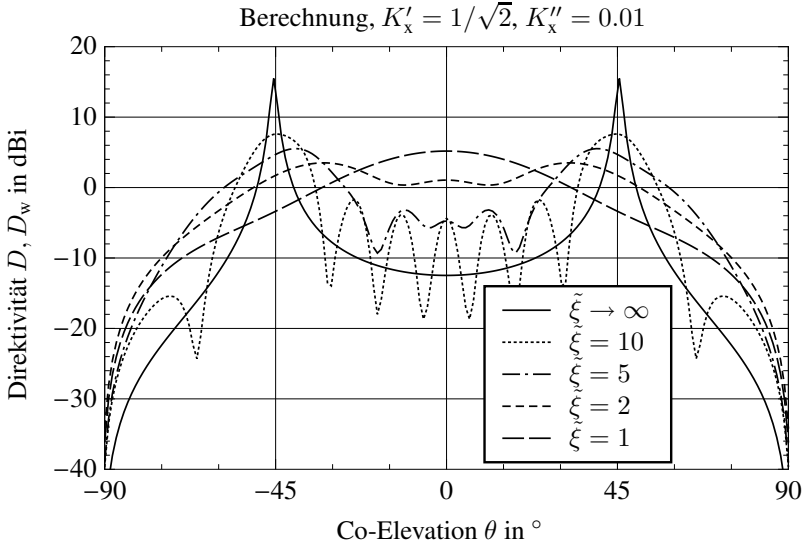
\*Die Gleichung in [144] ist fehlerhaft. Der 2. Summand in der Klammer ist mit  $-j$  zu multiplizieren.

mit

$$\begin{aligned}
 q = & \left\{ 1 - \exp(-\pi \tilde{\xi} K_x'') \left[ \cos(\pi \tilde{\xi} \sin\theta) \cos(\pi \tilde{\xi} K_x') \right. \right. \\
 & - \sin\theta \frac{K_x'}{|K_x|^2} \sin(\pi \tilde{\xi} \sin\theta) \sin(\pi \tilde{\xi} K_x') \\
 & \left. \left. + \sin\theta \frac{K_x''}{|K_x|^2} \sin(\pi \tilde{\xi} \sin\theta) \cos(\pi \tilde{\xi} K_x') \right] \right\}^2 \\
 & + \left\{ \exp(-\pi \tilde{\xi} K_x'') \left[ \cos(\pi \tilde{\xi} \sin\theta) \sin(\pi \tilde{\xi} K_x') \right. \right. \\
 & - \sin\theta \frac{K_x'}{|K_x|^2} \sin(\pi \tilde{\xi} \sin\theta) \cos(\pi \tilde{\xi} K_x') \\
 & \left. \left. - \sin\theta \frac{K_x''}{|K_x|^2} \sin(\pi \tilde{\xi} \sin\theta) \sin(\pi \tilde{\xi} K_x') \right] \right\}^2 .
 \end{aligned} \tag{5.30b}$$

Setzen wir dieses Ergebnis in (5.10) ein, dann erhalten wir einen Ausdruck für die Direktivität, der hier aus Gründen der Einfachheit nicht explizit aufgeführt ist.

Abbildung 5.8 zeigt exemplarisch den numerisch ermittelten Verlauf der Direktivität nach (5.30) und (5.10) als Funktion der Co-Elevation  $\theta$  für  $K_x' = 1/\sqrt{2}$  und  $K_x'' = 0.01$  mit  $\tilde{\xi}$  als Parameter [133]. Zusätzlich ist der Verlauf nach (5.16) für eine unendlich ausgedehnte Struktur aufgetragen (durchgezogene Linie). Aufgrund der bidirektionalen Ausbreitung finden wir im Fernfeld zwei Hauptmaxima, sofern die Struktur eine ausreichende Länge aufweist. Im Vergleich zur unendlich ausgedehnten Struktur sehen wir, dass, wie bei der unidirektionalen Ausbreitung, die Begrenzung eine geringere maximale Direktivität und dementsprechend breitere Hauptkeulen zur Folge hat. Die Nebenkeulen resultieren aus dem Verlauf der Instrumentenfunktion  $W$  (5.28). Weiterhin erkennen wir auch hier die Verschiebung der Hauptmaxima in Richtung Zenit  $\theta = 0^\circ$ , die mit einer abnehmenden Fensterlänge  $\tilde{\xi}$  einhergeht. Dieses Verhalten ist dabei deutlicher ausgeprägt als im Fall der unidirektionalen Ausbreitung, da sich bei der bidirektionalen Ausbreitung die Beträge der Wellen überlagern, die sich in positiver und negativer Rich-



**Abbildung 5.8:** Direktivität  $D$  (5.16) bzw.  $D_w$  nach (5.30) und (5.10) bei bidirektionaler Wellenausbreitung als Funktion von  $\theta$  mit  $K_x = 1/\sqrt{2} - j0.01$  und  $\tilde{\xi}$  als Parameter. Wie im Fall der unidirektionalen Ausbreitung geht im Grenzfall  $\tilde{\xi} \rightarrow \infty$  die Direktivität der begrenzten Struktur  $D_w$  in die Direktivität der unbegrenzten Struktur  $D$  über.

tung ausbreiten. Wird nun ein bestimmtes  $\tilde{\xi}$  unterschritten, dann überlagern sich beide Anteile im Fernfeld derart, dass schließlich eine einzelne Hauptkeule mit dem Maximum bei  $\theta = 0^\circ$  entsteht. Im Falle einer Begrenzung ist also die Bedingung  $K'_x \leq K''_x$  zur Ausprägung zweier Hauptmaxima im Gegensatz zum Fall einer unendlich ausgehten Struktur nicht hinreichend sondern lediglich *notwendig*. Ob sich tatsächlich zwei Hauptmaxima ausbilden, hängt neben  $K'_x$  von  $\tilde{\xi}$  ab [75].\*

Wir können die Bedingung zur Teilung der Hauptkeulen aus Abbildung 5.9 direkt ablesen. Die Abbildung zeigt die tatsächliche Hauptstrahlungsrichtung  $\hat{\theta}_w$  als Funktion von  $\hat{\theta}$  für  $K''_x = 0.01$  und  $\tilde{\xi} = \{1, 2, 5, 10, 30\}$ . Die Kurven wurden numerisch aus (5.30) ermittelt [133]. Wir erkennen,

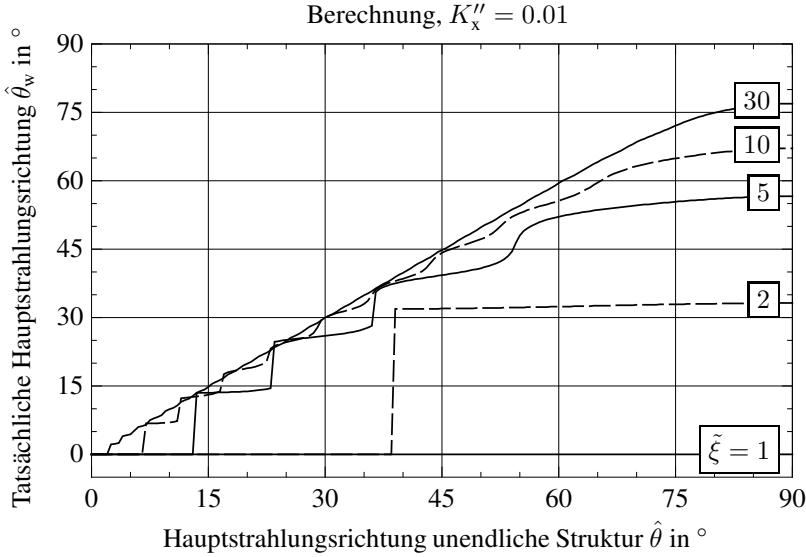
\* in der englischsprachigen Literatur als *beam-splitting condition* bekannt



dass für  $\tilde{\xi} = 1$ , d.h. eine starke Begrenzung, die Struktur unabhängig von  $\hat{\theta} \in [0, 90^\circ)$  eine konstante Hauptstrahlungsrichtung  $\hat{\theta}_w = 0^\circ$  aufweist— die Bedingung zur Teilung der Hauptkeule wird also an keiner Stelle im betrachteten Bereich erfüllt. Für  $\tilde{\xi} = 2$  hingegen beobachten wir eine Teilung der Hauptkeule bei  $\hat{\theta} \approx 38.7^\circ$ . Auffällig ist hierbei, dass oberhalb dieses Wertes die Richtung der Hauptmaxima nahezu konstant bleibt. Dieses Verhalten zeigt sich in ähnlicher Form auch bei größeren  $\tilde{\xi}$  an dem treppenförmigen Verlauf der einzelnen Kurven, wodurch eine akzeptable Näherungslösung der Form  $\hat{\theta}_w(\hat{\theta})$  sehr komplex und somit unpraktikabel ist. Für hinreichend kleine Strukturgrößen, d.h.,  $\tilde{\xi} < 5$ , bilden sich die Hauptmaxima scheinbar nur an bestimmten, gewissermaßen quasi-diskreten, Stellen aus. Die Anzahl dieser Stellen ist dabei umso größer, je länger die Struktur ist. Dabei „verwischt“ der treppenförmige Verlauf zunehmend mit steigendem  $\tilde{\xi}$  und die Kontinuität der Kurven zeichnet sich immer deutlicher ab. In diesem Zusammenhang muss beachtet werden, dass sich für „kleine“  $\tilde{\xi}$  zwar die Maxima scheinbar nur an bestimmten Stellen ausprägen, die Richtcharakteristik jedoch ändert sich auch weiterhin kontinuierlich mit  $\hat{\theta}$  bzw.  $K_x$  und somit mit der Frequenz  $f$ , wie im Fall unidirektionaler Ausbreitung.

Hinsichtlich der Keulenbreite gestaltet sich eine Untersuchung im Fall bidirektionaler Ausbreitung schwierig. So lässt sich  $\Delta\theta$  zwar formal bestimmen, allerdings umfasst der entsprechende Winkelbereich unter Umständen zwei Hauptmaxima, was mit dem „Zusammenwachsen“ der Hauptkeulen verbunden ist. Die Hauptkeulen können letztlich nur bei entsprechend großen Fenstern und bzw. oder großer Phasenkonstante klar identifiziert werden, während sich im Fall stark begrenzter Strukturen eine einzelne Keule mit zwei Maxima ausbilden kann. Wir beschränken uns daher auf die numerische Untersuchung zur maximalen Direktivität.

Abbildung 5.10 zeigt den Verlauf von  $D_{\max}$  als Funktion von  $\hat{\theta}$  für  $K_x'' = 0.01$  und mit  $\tilde{\xi}$  als Parameter. Aus Gründen der Übersichtlichkeit ist die Abhängigkeit von  $\tilde{\xi}$  nur für wenige Werte abgebildet. Außerdem beinhaltet das Diagramm im Gegensatz zu Abbildung 5.7b keine Linien konstanter Hauptstrahlungsrichtung. Wie im Fall der unidirektionalen Ausbreitung ist die Abhängigkeit von  $D_{\max}$  umso deutlicher ausgeprägt, je größer  $\tilde{\xi}$  ist. Die Unstetigkeiten in den einzelnen Kurven, die sich besonders für  $\tilde{\xi} < 10$  zeigen, korrespondieren mit den Sprungstellen, die im Verlauf von  $\hat{\theta}_w$  in Abbildung 5.9 zu sehen sind. Ein bemerkenswerter Effekt, den wir auch in Abbildung 5.8 beobachten, tritt bei starker Begrenzung der Struktur auf. So fällt

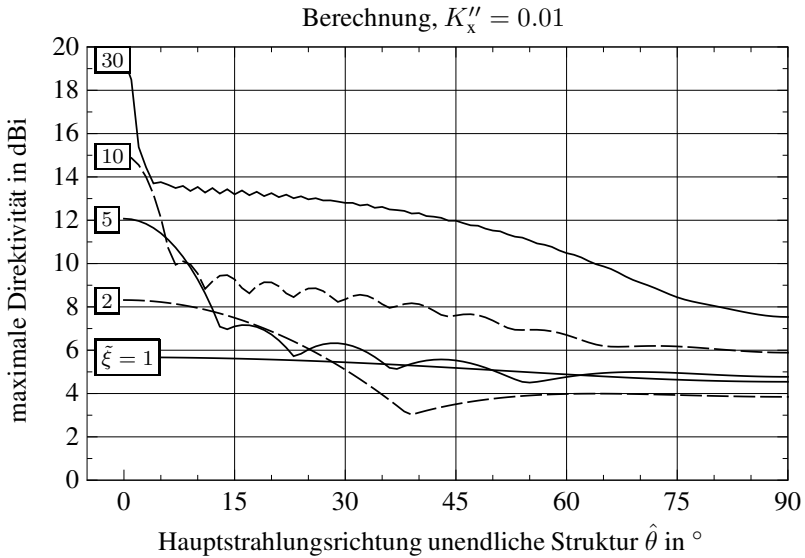


**Abbildung 5.9:** Hauptstrahlungsrichtung der begrenzten Struktur  $\hat{\theta}_w$  als Funktion von  $\hat{\theta} = \arctan(K_x')$  bei bidirektionaler Wellenausbreitung mit  $K_x' = 0.01$  und  $\tilde{\xi}$  variabel. Die Kurven wurden numerisch ermittelt [133].

die maximale Direktivität für  $\tilde{\xi} = 1$  stellenweise höher aus als für  $\tilde{\xi} = 2$  oder auch  $\tilde{\xi} = 5$ . Dies lässt sich darauf zurückführen, dass mit dem Fall  $\tilde{\xi} = 1$  eine konstante Hauptstrahlungsrichtung  $\hat{\theta}_w = 0^\circ$  einhergeht, dabei umfasst die einzelne Hauptkeule die gesamte abgestrahlte Leistung. Im Fall  $\tilde{\xi} = 2$  bzw.  $\tilde{\xi} = 5$  verteilt sich die abgestrahlte Leistung hingegen auf zwei Hauptkeulen,  $\hat{\theta}$  hinreichend groß vorausgesetzt.

### 5.3.3 Einfluss von Kanteneffekten

Entsprechend der Kirchhoff'schen Formulierung sind wir bisher davon ausgegangen, dass die Feldbelegung entlang der begrenzten Struktur direkt aus der Feldbelegung entlang der unbegrenzten Struktur bestimmt werden kann, indem das Feld außerhalb des betrachteten Intervalls, d.h. der Begrenzung, vernachlässigt wird. Damit bleiben allerdings auch Kanteneffekte unberück-

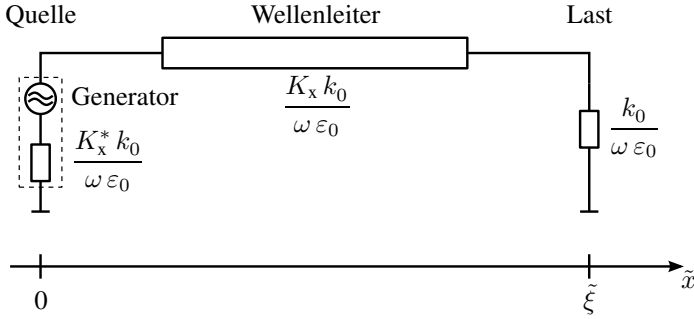


**Abbildung 5.10:** Maximale Direktivität einer begrenzten Struktur als Funktion von  $\hat{\theta}$  bei bidirektionaler Ausbreitung mit  $K_x'' = 0.01$  und  $\xi$  als Parameter. Die Kurven wurden numerisch aus (5.30) und (5.10) für variierende  $K_x'$  und  $\xi$  ermittelt [133].

sichtigt, die im Allgemeinen einen Einfluss auf die Fernfeldcharakteristik haben, sofern sie nicht durch zusätzliche Maßnahmen unterdrückt werden. Zu den Kanteneffekten zählen Reflexionen sowie Streuungs- bzw. Beugungserscheinungen.

### Reflexionen

Reflexionen sind die Folge einer Fehlanpassung am Übergang zwischen Struktur und Freiraum, die aus dem Kontrast zwischen der Wellenzahl der geführten Leckwelle  $k_x$  und der Wellenzahl im Freiraum  $k_0$  resultiert. Abbildung 5.11 zeigt das korrespondierende Netzwerkmodell für den Fall einer unidirektionalen Ausbreitung. Die Struktur wird durch eine Leitung repräsentiert, die am Ende  $\tilde{x} = \tilde{\xi}$  mit einer Last  $\frac{k_0}{\omega \varepsilon_0} = 120 \pi \Omega$  abgeschlossen ist. Der Generator, der hier stellvertretend für die Anregung steht, befindet sich an der Stel-



**Abbildung 5.11:** Netzwerkmodell zur Analyse der Reflexion bei  $\tilde{x} = \tilde{\xi}$ . Jedem Netzwerkelement wird eine charakteristische Impedanz zugeordnet.

le  $\tilde{x} = 0$  und sei perfekt an die Leitung angepasst. Entlang der Leitung breitet sich eine Welle mit der normierten Wellenzahl  $K_x$  aus. Ordnen wir der Leitung den Wellenwiderstand  $\frac{K_x k_0}{\omega \varepsilon_0}$  zu, dann ergibt sich für den Reflexionsfaktor an der Stelle  $\tilde{x} = \tilde{\xi}$

$$\Gamma_e = \frac{1 - K_x}{1 + K_x}. \quad (5.31)$$

Mit  $\psi_{\text{rad,w}}$  (5.21a) erhalten wir dann für die Belegung

$$\psi_{\text{rad,r}}(\tilde{x}) = \psi_{\text{rad,w}}(\tilde{x}) \left[ 1 + \Gamma_e \exp(j 4 \pi K_x [\tilde{x} - \tilde{\xi}]) \right], \quad (5.32)$$

wobei auch hier Anteile außerhalb des Intervalls  $0 \leq \tilde{x} \leq \tilde{\xi}$  vernachlässigt werden. Sofern  $\Gamma_e$  nicht verschwindet, bildet sich also entlang der begrenzten Struktur neben der gewünschten Wanderwelle  $\psi_{\text{rad,w}}$ , die in positiver  $x$ -Richtung fortschreitet, eine rücklaufende Welle aus, die ebenfalls den Charakter einer Leckwelle aufweist. Im Spektrum von  $\psi_{\text{rad,r}}$  (5.32)

$$\begin{aligned} \Psi_{\text{rad,r}}(\kappa_x) &= \Psi_{\text{rad,w}}(\kappa_x) + j \frac{C}{2 \pi} \frac{1 - \exp(j 2 \pi \tilde{\xi} [\kappa_x + K_x])}{\kappa_x + K_x} \Gamma_e \exp(-j 4 \pi \tilde{\xi} K_x) \end{aligned} \quad (5.33)$$

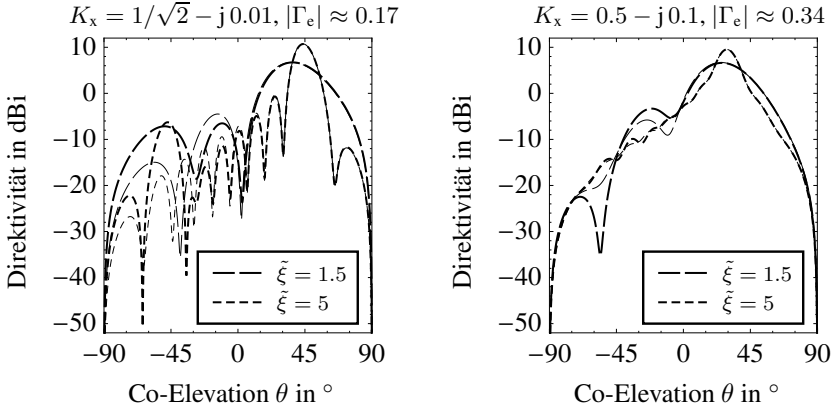
äußert sich das Auftreten einer Reflexion in einem Anteil, dessen Amplitudenmaximum *nicht* im Bereich  $[0, K'_x]$  zu finden ist, wie für den ersten Summanden  $\Psi_{\text{rad,w}}$ , sondern im Bereich  $[-K'_x, 0]$ , da sich der reflektierte Anteil in negativer x-Richtung ausbreitet.

Den Einfluss einer Reflexion am Ende der Struktur demonstriert Abbildung 5.12 exemplarisch für  $K_x = 1/\sqrt{2} - j 0.01$  (linke Seite) bzw.  $K_x = 0.5 - j 0.1$  (rechte Seite) mit  $\xi \in \{1.5, 5\}$  anhand der mit (5.33) korrespondierenden Direktivität (5.10) als Funktion von  $\theta$ . Zum Vergleich ist jeweils die Direktivität nach (5.25) aufgetragen, d.h. bei Vernachlässigung einer eventuell auftretenden Reflexion. Im linken Diagramm sehen wir, dass die rücklaufende Welle, die durch die Reflexion bei  $\tilde{x} = \tilde{\xi}$  hervorgerufen wird, eine starke Nebenkeule im Bereich  $-\arcsin(K'_x)$  verursacht. Im rechten Diagramm hingegen zeigt sich eine „Verschleifung“ der lokalen Minima, die im Fall ohne Reflexionen deutlicher in Erscheinung treten. An den gewählten Beispielen wird deutlich, dass ein betragsmäßig geringerer Reflexionsfaktor nicht zwangsläufig auch einen geringeren Einfluss des Fernfeldes zur Folge hat. So tritt der Unterschied im linken Diagramm zwischen der mit (5.33) einhergehenden Direktivität und (5.10) deutlicher in Erscheinung als im rechten Diagramm, obwohl bei letzterem mit einem etwa 6 dB höheren Reflexionsfaktor gerechnet wurde. Entscheidend ist vielmehr, inwieweit die gewünschte Wanderwelle  $\psi_{\text{rad,w}}$  bis zum Erreichen der Kante bereits abgeklungen ist. Bei entsprechend „großem“  $K''_x$  bzw.  $\tilde{\xi}$  trägt  $\psi_{\text{rad,w}}$  den maßgeblichen Anteil zum Fernfeld bei, so dass der Einfluss der rücklaufenden Welle selbst bei einer starken Reflexion vernachlässigt werden kann—dies führt uns erneut auf den Zusammenhang (5.1) auf Seite 123.

Bei der bidirektionalen Ausbreitung haben wir Reflexionen an zwei Kanten zu berücksichtigen. Mit (5.21b) erhalten wir für die Belegung

$$\psi_{\text{rad,r}}(\tilde{x}) = \psi_{\text{rad,w}}(\tilde{x}) \left[ 1 + \Gamma_e \exp \left( j 4 \pi K_x \left[ |\tilde{x}| - \frac{\tilde{\xi}}{2} \right] \right) \right], \quad (5.34)$$

## unidirektionale Ausbreitung



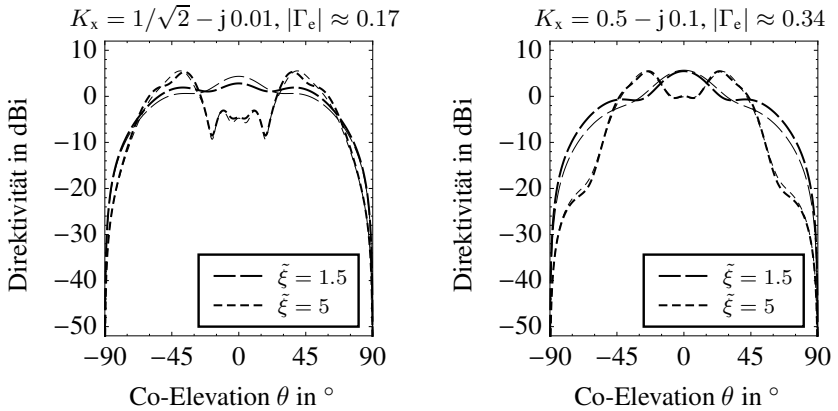
**Abbildung 5.12:** Berechnete Direktivität einer begrenzten Struktur als Funktion von  $\theta$  bei unidirektionaler Ausbreitung für  $K_x = 1/\sqrt{2} - j 0.01$  (links) bzw.  $K_x = 0.5 - j 0.1$  (rechts). Die fettgedruckten Kurven wurden aus (5.33) unter Berücksichtigung der Reflexion an der Kante  $\tilde{x} = \tilde{\xi}$  ermittelt. Die dünngedruckten Kurven zeigen den Verlauf nach (5.25) unter Vernachlässigung von Kanteneffekten.

die auf das Intervall  $-\frac{\tilde{\xi}}{2} \leq x \leq \frac{\tilde{\xi}}{2}$  begrenzt ist. Das Spektrum ergibt sich mit (5.29) aus

$$\Psi_{\text{rad,r}}(\kappa_x) = \Psi_{\text{rad,w}}(\kappa_x) - j \frac{C}{\pi} \frac{K_x \Gamma_e \exp(-j 2 \pi K_x \tilde{\xi})}{\kappa_x^2 - K_x^2} \left( 1 - \left[ \cos(\pi \tilde{\xi} \kappa_x) - j \frac{\kappa_x}{K_x} \sin(\pi \tilde{\xi} \kappa_x) \right] \exp(j \pi \tilde{\xi} K_x) \right) \quad (5.35)$$

Den exemplarischen Verlauf der mit dem Spektrum (5.35) korrespondierenden Direktivität nach (5.10) zeigt Abbildung 5.13. Zusätzlich ist jeweils die Direktivität nach (5.10) und (5.30) aufgetragen. Für die gewählten Parameter demonstriert der Vergleich, dass die Richtcharakteristik durch auftreten-

## bidirektionale Ausbreitung



**Abbildung 5.13:** Berechnete Direktivität einer begrenzten Struktur als Funktion von  $\theta$  bei bidirektionaler Ausbreitung für  $K_x = 1/\sqrt{2} - j0.01$  (links) bzw.  $K_x = 0.5 - j0.1$  (rechts). Die fettgedruckten Kurven wurden aus (5.35) unter Berücksichtigung der Reflexionen an den Kanten  $\tilde{x} = \pm\tilde{\xi}$  ermittelt. Die dünngedruckten Kurven zeigen den Verlauf nach (5.30) und (5.10) unter Vernachlässigung von Kanten-effekten.

de Reflexion kaum beeinflusst wird, was—ähnlich wie in Abbildung 5.12—insbesondere bei den Hauptmaxima und in deren unmittelbarer Umgebung gilt.

### Beugungseffekte

Das Problem der Beugung am Übergang zum Freiraum ist zwar auf dem Gebiet der Antennen ein bekanntes Phänomen—beispielsweise bei Patch-Antennen [107]—, allerdings ist es nur in Ausnahmefällen streng lösbar [79]. Die bisherigen Untersuchungen in diesem Abschnitt verlangten keine speziellen Annahmen bis auf jene, die eingangs auf Seite 128 f. getroffen wurden. Die Behandlung von Beugungseffekten erfordert jedoch eine genauere Beschreibung der tatsächlichen Anordnung. Um die Erkenntnisse in diesem Abschnitt

dennoch allgemein zu halten, werden wir hier das Problem nicht auf physikalisch strenge Weise behandeln.

Wir nehmen im Folgenden an, dass der Einfluss der Kante durch einen äquivalenten Strom beschrieben werden kann [93], der durch das Feld der Leckwelle hervorgerufen wird und der, wie das Feld, transversal zur Ausbreitungsrichtung (y-Richtung) konstant ist. Der Strom verursacht wiederum ein Feld, das von der Kante aus in den Freiraum abstrahlt. Im Gegensatz zur Ausbreitung entlang der Struktur, bei der lediglich die x-Richtung zu berücksichtigen ist, müssen wir nun allerdings die Ausbreitung innerhalb der gesamten x-z-Ebene  $y = 0$  berücksichtigen oder in einer hierzu parallel verlaufenden, da die Welle nicht mehr an einen Wellenleiter gebunden ist. Für die nachfolgenden Betrachtungen verschieben wir unser Koordinatensystem entlang der x-Achse so, dass die Kante, also der Übergang zwischen Struktur und Freiraum, durch den Ursprung der Ebene  $x' = 0, z = 0$  verläuft. Die Kante sei dabei durch die y-Achse beschrieben.

Da es sich nun prinzipiell um ein zweidimensionales Problem handelt, können wir zur Beschreibung der Wellenausbreitung die zweidimensionale Wellengleichung heranziehen. Wir wechseln dazu von kartesischen zu Zylinderkoordinaten, die wir wie folgt definieren:

$$r^2 = x'^2 + z^2 \quad \text{und} \quad \tan \alpha = \frac{z}{x'} . \quad (5.36)$$

Die homogene Wellengleichung lautet dann [21, S. 78]

$$\frac{\partial^2 \psi_{\text{rad,d}}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_{\text{rad,d}}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi_{\text{rad,d}}}{\partial \alpha^2} + k_0^2 \psi = 0 . \quad (5.37)$$

Zur Lösung der Gleichung gehen wir davon aus, dass die Wellenfunktion  $\psi_{\text{rad,d}}$  unabhängig vom Winkel  $\alpha$  ist. Außerdem nehmen wir an, dass der Übergang von der Struktur in den Freiraum stetig verläuft:

$$C_e = \psi_{\text{rad,d}} \Big|_{r=0} = \psi_{\text{rad,d}} \Big|_{x'=0, z=0} = \psi_{\text{rad,r}} \Big|_{x'=0, z=0} . \quad (5.38)$$

Damit ergibt sich die Lösung der Wellengleichung (5.37) aus [21, S. 78 ff.]

$$\psi_{\text{rad,d}}(r) = C_e J_0(k_0 r) \quad \text{bzw.} \quad \psi_{\text{rad,d}}(\tilde{r}) = C_e J_0(2\pi \tilde{r}) , \quad (5.39)$$



dabei ist  $J_0(\cdot)$  die Besselfunktion der Ordnung Null und  $\tilde{r} = r/\lambda$ .<sup>\*</sup> Physikalisch beschreibt  $J_0$  eine stehende Welle. Da uns jedoch die eine fortschreitende Welle interessiert, die ihren Ursprung auf der Kante hat, stellen wir die Besselfunktion als Summe einer hin- und einer rücklaufenden Welle dar [21, S. 82]:

$$J_0(2\pi\tilde{r}) = \frac{1}{2} \left[ H_0^{(1)}(2\pi\tilde{r}) + H_0^{(2)}(2\pi\tilde{r}) \right]. \quad (5.40)$$

$H_0^{(1)}$  und  $H_0^{(2)}$  stehen hier für die Hankelfunktionen erster und zweiter Art der Ordnung Null [64]. Beschränken wir uns nun noch auf die von der Kante fortlaufende Zylinderwelle, dann lautet die Lösung der Wellengleichung (5.37) schließlich

$$\psi_{\text{rad,d}}(\tilde{r}) = \frac{C_e}{2} H_0^{(2)}(2\pi\tilde{r}) \quad (5.41a)$$

bzw. für  $2\pi\tilde{r} \gg 1$  in asymptotischer Form

$$\psi_{\text{rad,d}}(\tilde{r}) \approx \frac{C_e}{2\pi} \frac{\exp(-j2\pi\tilde{r} + j\frac{\pi}{4})}{\sqrt{\tilde{r}}}. \quad (5.41b)$$

Das Ergebnis unserer Betrachtung ist also eine Zylinderwelle, deren Phasenzentrum mit der Kante zusammenfällt. Das asymptotische Abklingen der Amplitude in (5.41b) mit  $1/\sqrt{\tilde{r}}$  spiegelt die Strahlungsdivergenz der Welle wider. Dieses Verhalten, das in Übereinstimmung mit der geometrischen Theorie der Beugung ist [65],<sup>†</sup> resultiert daraus, dass die Wellenausbreitung nicht mehr nur auf eine Dimension beschränkt bleibt, wie bei der Betrachtung der Leckwelle entlang der Struktur, sondern sich auf eine Ebene ausdehnt—diese Situation stellte schließlich auch unseren Ausgangspunkt dar.

Mit Hilfe von (5.41) können wir nun die Aperturbelegung der Leckwellenstruktur über die Begrenzung hinaus erweitern, dabei brauchen wir lediglich die Variation in x-Richtung zu beachten. Wir gehen wieder zu unserem ursprünglichen Koordinatensystem zurück. Mit (5.32) bzw. (5.34) und (5.41a) ergibt sich

$$\psi_{\text{rad,e}}(\tilde{x}) = \psi_{\text{rad,r}}(\tilde{x}) + \frac{C_e}{2} \begin{cases} H_0^{(2)}(2\pi[\tilde{x} - \tilde{\xi}]) & \text{falls } \tilde{x} > \tilde{\xi} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.42a)$$

---

<sup>\*</sup>Allgemeiner hätten wir statt  $J_0(2\pi\tilde{r})$  auch  $Z(2\pi\tilde{r})$  schreiben können, wobei  $Z$  eine beliebige Zylinderfunktion repräsentiert.

<sup>†</sup>in der englischsprachigen Literatur unter *geometrical theory of diffraction* bzw. der Abkürzung GTD bekannt

bei unidirektionaler Ausbreitung bzw.

$$\psi_{\text{rad,e}}(\tilde{x}) = \psi_{\text{rad,r}}(\tilde{x}) + \frac{C_e}{2} \begin{cases} H_0^{(2)}(2\pi[\tilde{x} - \frac{\tilde{\xi}}{2}]) & \text{falls } \tilde{x} > \frac{\tilde{\xi}}{2} \\ H_0^{(2)}(-2\pi[\tilde{x} + \frac{\tilde{\xi}}{2}]) & \text{falls } \tilde{x} < -\frac{\tilde{\xi}}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.42b)$$

bei bidirektionaler Ausbreitung. Das Spektrum ist dann

$$\begin{aligned} \Psi_{\text{rad,e}}(\kappa_x) &= \Psi_{\text{rad,r}}(\kappa_x) + \frac{C_e}{2} \frac{\pi - \arccos \kappa_x}{\pi^2 \sqrt{1 - \kappa_x^2}} \exp(j 2 \pi \tilde{\xi} \kappa_x) \\ &\approx \Psi_{\text{rad,r}}(\kappa_x) + \frac{C_e}{2 \sqrt{2} \pi} \frac{\exp(j 2 \pi \tilde{\xi} \kappa_x)}{\sqrt{1 - \kappa_x}} \end{aligned} \quad (5.43a)$$

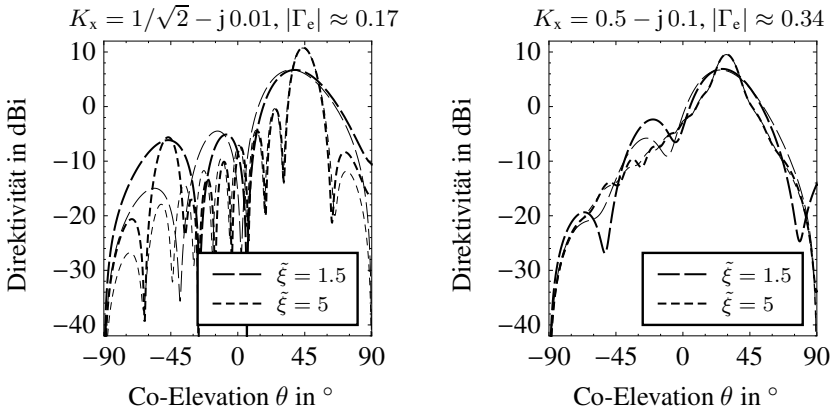
bei unidirektionaler Ausbreitung bzw.

$$\begin{aligned} \Psi_{\text{rad,e}}(\kappa_x) &= \Psi_{\text{rad,r}}(\kappa_x) + \frac{C_e}{2} \frac{\pi \exp(j \pi \tilde{\xi} \kappa_x) - j 2 \arccos \kappa_x \sin(\pi \tilde{\xi} \kappa_x)}{\pi^2 \sqrt{1 - \kappa_x^2}} \\ &\approx \Psi_{\text{rad,r}}(\kappa_x) + \frac{C_e}{2 \sqrt{2} \pi} \left[ \frac{\exp(j \pi \tilde{\xi} \kappa_x)}{\sqrt{1 - \kappa_x}} + \frac{\exp(-j \pi \tilde{\xi} \kappa_x)}{\sqrt{1 + \kappa_x}} \right] \end{aligned} \quad (5.43b)$$

bei bidirektionaler Ausbreitung mit  $\Psi_{\text{rad,r}}$  aus (5.33) bzw. (5.35). Die jeweilige Näherungslösung erhalten wir, sofern  $H_0^{(2)}$  in (5.42) durch die asymptotische Form (5.41b) ersetzt wird. Wir ziehen im Folgenden bei der Untersuchung der Strahlungscharakteristik begrenzter Strukturen auch tatsächlich die entsprechende Näherungslösung heran, um dem charakteristischen Amplitudenabfall mit  $1/\sqrt{\tilde{x}}$  gerecht zu werden, der sich bei der Beugung einer ebenen Welle an einer Kante ergibt [20, S. 217 ff.].

Abbildung 5.14 zeigt die mit (5.43a) korrespondierende Direktivität nach (5.10) als Funktion von  $\theta$  für  $K_x = 1/\sqrt{2} - j 0.01$  (linke Seite) bzw.  $K_x = 0.5 - j 0.1$  (rechte Seite) mit  $\tilde{\xi} \in \{1.5, 5\}$ . Außerdem ist die Direktivität (5.25) zum Vergleich aufgetragen bei Vernachlässigung von Kanteneffekten. Besonders deutlich wird der Einfluss der Beugung bei  $\theta \simeq 90^\circ$ , d.h., am Übergang zum unsichtbaren Bereich. Hier zeigt sich ein endlicher Pegel, während die Direktivität bei Vernachlässigung von Beugungseffekten

## unidirektionale Ausbreitung

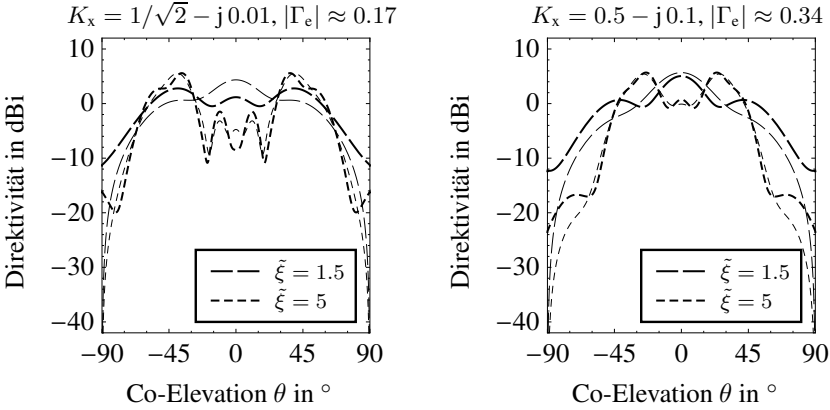


**Abbildung 5.14:** Berechnete Direktivität einer begrenzten Struktur als Funktion von  $\theta$  bei unidirektionaler Ausbreitung für  $K_x = 1/\sqrt{2} - j0.01$  (links) bzw.  $K_x = 0.5 - j0.1$  (rechts). Die fettgedruckten Kurven wurden aus (5.43a) unter Berücksichtigung von Kanteneffekten ermittelt. Die dünngedruckten Kurven zeigen den Verlauf nach (5.25) unter Vernachlässigung von Kanteneffekten.

bei  $\theta = 90^\circ$  eine Nullstelle aufweist, die aus der Wichtung mit dem Faktor  $\cos \theta$  resultiert. Im zweiten Summanden in (5.43a), der den Beugungsbeitrag widerspiegelt, hebt sich dieser Faktor bei  $\theta = 90^\circ$  jedoch auf aufgrund der Multiplikation mit  $1/\sqrt{1 - \kappa_x}$ . Auf die Direktivität am Hauptmaximum und auf dessen nähere Umgebung haben Beugungseffekte nur geringen Einfluss. So bleibt auch die Form der Hauptkeule gegenüber dem Fall ohne Kanteneffekte (5.25) nahezu unverändert.

Die Direktivität für den Fall der bidirektionalen Ausbreitung nach (5.43b) und (5.10) ist in Abbildung 5.15 als Funktion von  $\theta$  dargestellt für  $K_x = 1/\sqrt{2} - j0.01$  (linke Seite) bzw.  $K_x = 0.5 - j0.1$  (rechte Seite) mit  $\tilde{\xi} \in \{1.5, 5\}$ . Zum Vergleich zeigt die Abbildung die Direktivität nach (5.30) und (5.10) bei Vernachlässigung von Kanteneffekten. Wie im Fall der unidirektionalen Ausbreitung zeichnet sich hier der Einfluss der Beugung insbesondere beim Übergang zum unsichtbaren Bereich ab. Dabei ist nun so-

## bidirektionale Ausbreitung



**Abbildung 5.15:** Berechnete Direktivität einer begrenzten Struktur als Funktion von  $\theta$  bei bidirektionaler Ausbreitung für  $K_x = 1/\sqrt{2} - j 0.01$  (links) bzw.  $K_x = 0.5 - j 0.1$  (rechts). Die fettgedruckten Kurven wurden aus (5.43b) unter Berücksichtigung von Kanteneffekten ermittelt. Die dünngedruckten Kurven zeigen den Verlauf nach (5.30) unter Vernachlässigung von Kanteneffekten.

wohl bei  $\theta = 90^\circ$  als auch bei  $\theta = -90^\circ$  ein endlicher Pegel zu erkennen, da wir zwei Kanten zu berücksichtigen haben. Auch bei den Hauptmaxima und in deren unmittelbarer Umgebung werden die Auswirkungen der Kanteneffekte deutlich, sofern die Leckwellenamplitude an der Kante ausreichend hoch ist. Es sei hier explizit auf den Unterschied der Kurven für  $K_x = 1/\sqrt{2} - j 0.01$  und  $\tilde{\xi} = 1.5$  hingewiesen. Während bei Vernachlässigung von Kanteneffekten ein einzelnes Hauptmaximum bei  $\theta = 0^\circ$  zu finden ist, bilden sich unter Berücksichtigung von Kanteneffekten zwei Hauptmaxima abseits des Zenits aus. In Kapitel 6 werden wir diesen Effekt tatsächlich ausnutzen, um eine Richtcharakteristik mit zwei deutlich ausgebildeten Hauptkeulen zu erzeugen, während ohne Kanteneffekte lediglich ein Hauptmaximum bei  $\theta = 0^\circ$  entstehen würde.

Hinsichtlich der Ableitung des Spektrums (5.43a) bzw. (5.43b) sei erwähnt, dass der Anteil, der durch Beugungseffekte entsteht, eigentlich noch

mit einem Diffraktionskoeffizienten zu wichten ist. Dieser lässt sich allerdings nur im Sonderfall geschlossen ausdrücken, weshalb wir einen vereinfachten Ansatz gemacht haben. Der Diffraktionskoeffizient ist im Allgemeinen von der Beobachtungsrichtung  $\theta$  abhängig, dabei treten hohe Beiträge in der Umgebung des Übergangs zum Schattenbereich auf. Da wir uns bei der Beschreibung der Aperturbelegung auf die Ebene  $z = 0$  beschränken, werden wir entlang dieser nur dann einen hohen Beitrag zu erwarten haben, wenn  $\hat{\theta} = \arcsin K'_x \lesssim 90^\circ$ .

## 5.4 Anwendungsbeispiele begrenzter Strukturen

Nachdem wir ausführlich das Strahlungsverhalten begrenzter Strukturen mit eindimensionaler Wellenausbreitung behandelt haben, betrachten wir in diesem Abschnitt zwei Beispiele. Das erste Beispiel basiert auf einer periodisch belasteten Mikrostreifenleitung, deren fundamentaler Mode durch die Belastung in einem bestimmten Frequenzbereich den Charakter einer Leckwelle aufweist. Dieses Beispiel ist sehr gut dazu geeignet, die theoretischen Erkenntnisse, die wir in Abschnitt 5.3.2 gewonnen haben, experimentell zu verifizieren, da es fast vollständig analytisch beschrieben werden kann.

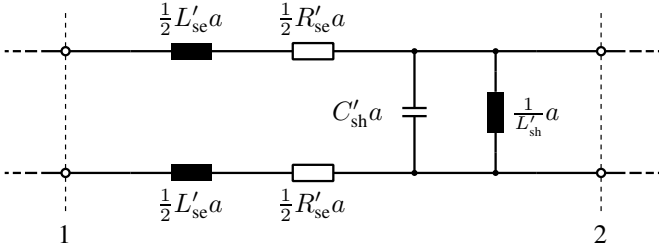
Im zweiten Beispiel befassen wir uns mit der Strahlungscharakteristik der Pilzstruktur mit Zwischenlage nach Abbildung 3.4a. In diesem Zusammenhang diskutieren wir, wie der Leckwellenmode überhaupt angeregt werden kann. Im Gegensatz zum ersten Beispiel, bei dem wir ausgehend von gegebener Hauptstrahlungsrichtung und Keulenbreite den Entwurf skizzieren, hat das zweite Beispiel mehr experimentellen Charakter.

### 5.4.1 Leckwellenantenne auf Basis periodisch belasteter Leitungen

Im Mittelpunkt dieses Unterabschnittes steht der Entwurf einer Leckwellenantenne, die eine einzelne Hauptkeule bei  $\hat{\theta}_w = 50^\circ$  mit einer 3-dB Keulenbreite von  $\Delta\theta = 30^\circ$  bei einer Arbeitsfrequenz von  $f = 2.33$  GHz aufweist [145].\* Die Antenne basiert auf einer Übertragungsleitung, die durch induktive Reaktanzen in Querrichtung periodisch mit der Periode  $a \ll \lambda$  belastet ist. Die Be-

---

\*Den gewählten Parameter liegt die Spezifikation des XM-Satellitenradios zu Grunde (<http://www.xmradio.com>).



**Abbildung 5.16:** Modell der Einheitszelle einer induktiv belasteten Leitung in differenzieller Form. Die Zelle wird als infinitesimal klein angenommen, daher sind alle Netzwerkelemente als Beläge zu verstehen.

lastung bewirkt eine Verringerung des kapazitiven Querbelags und somit einer Erhöhung der Phasengeschwindigkeit  $U_{L,0}$  des fundamentalen Modes der Mikrostreifenleitung. Diesen Ansatz haben wir im Grunde in Abschnitt 3.3.3 auf Seite 57 ff. kennengelernt, als wir die Ursache für die Ausbildung des Leckwellenbereiches anhand des Netzwerkmodells nach Abbildung 3.6 diskutiert haben [35, 104].

### Analyse

Das Modell einer Zelle der Leckwellenantenne in differenzieller Form zeigt Abbildung 5.16. Der induktive Längsbelag  $L'_{se}$  sowie der kapazitive Querbelag  $C'_{sh}$  charakterisieren die unbelastete Leitung. Die Querinduktivität  $L_{sh}$  ist hier ebenfalls als Belag  $L'_{sh} = L_{sh} a$  dargestellt. Im Gegensatz zum Modell nach Abbildung 3.6 umfasst das Modell in Abbildung 5.16 keine Längskapazität. Die mit der Abstrahlung der Leckwelle korrespondierende exponentielle Dämpfung der Welle wird durch den resistiven Längsbelag  $R'_{se}$  repräsentiert. Die Ausbreitungsrichtung der Welle sei  $x$ .

Entsprechend Abbildung 5.16 ergeben sich die Längsimpedanz  $Z'_{se}$  und die Queradmittanz  $Y'_{sh}$  aus

$$Z'_{se} = \frac{Z_{se}}{a} = R'_{se} + j \omega L'_{se} \quad \text{und} \quad Y'_{sh} = \frac{Y_{sh}}{a} = j \omega C'_{sh} \left( 1 - \frac{\omega_{sh}^2}{\omega^2} \right) \quad (5.44)$$

mit der Resonanzkreisfrequenz  $\omega_{\text{sh}} = 1/\sqrt{L'_{\text{sh}} C'_{\text{sh}}}$ . Aus (3.17) erhalten wir dann für die Wellenzahl

$$k_x = \omega \sqrt{L'_{\text{se}} C'_{\text{sh}}} \sqrt{1 - \frac{\omega_{\text{sh}}^2}{\omega^2}} \sqrt{1 - j \frac{R'_{\text{se}}}{\omega L'_{\text{se}}}} = k_{\text{L},0} \sqrt{1 - \frac{\omega_{\text{sh}}^2}{\omega^2}} \sqrt{1 - j \frac{R'_{\text{se}}}{\omega L'_{\text{se}}}}. \quad (5.45)$$

Die charakteristische Impedanz der belasteten Leitung ist

$$Z_{\text{L}} = \sqrt{\frac{L'_{\text{se}}}{C'_{\text{sh}}} \frac{1 - j \frac{R'_{\text{se}}}{\omega L'_{\text{se}}}}{1 - \frac{\omega_{\text{sh}}^2}{\omega^2}}} = Z_{\text{L},0} \sqrt{\frac{1 - j \frac{R'_{\text{se}}}{\omega L'_{\text{se}}}}{1 - \frac{\omega_{\text{sh}}^2}{\omega^2}}}. \quad (5.46)$$

$k_{\text{L},0} = \omega \sqrt{L'_{\text{se}} C'_{\text{sh}}}$  und  $Z_{\text{L},0} = \sqrt{L'_{\text{se}}/C'_{\text{sh}}}$  beschreiben die Wellenzahl und die Impedanz der unbelasteten Leitung.

Obwohl (5.45) und (5.46) den Charakter der belasteten Leitung exakt wiedergeben, erhalten wir für den Entwurf geeignetere Ausdrücke, wenn wir die realistische Annahme  $R'_{\text{se}} \ll \omega L'_{\text{se}}$  treffen. Wir können dann in (5.45) und (5.46) den Term  $1 - jR'_{\text{se}}/(\omega L'_{\text{se}})$  durch die ersten zwei Glieder seiner Maclaurin-Reihe ersetzen. Aus (5.45) und (5.46) wird somit

$$k_x \approx k_{\text{L},0} \sqrt{1 - \frac{\omega_{\text{sh}}^2}{\omega^2}} \left( 1 - j \frac{R'_{\text{se}}}{2 \omega L'_{\text{se}}} \right) \quad (5.47)$$

und

$$Z_{\text{L}} \approx \sqrt{\frac{L'_{\text{se}}}{C'_{\text{sh}}}} \frac{1 - j \frac{R'_{\text{se}}}{2 \omega L'_{\text{se}}}}{\sqrt{1 - \frac{\omega_{\text{sh}}^2}{\omega^2}}} = Z_{\text{L},0} \frac{1 - j \frac{R'_{\text{se}}}{2 \omega L'_{\text{se}}}}{\sqrt{1 - \frac{\omega_{\text{sh}}^2}{\omega^2}}}. \quad (5.48)$$

Entsprechend unserer Annahme folgt aus (5.47) unmittelbar  $k'_x > k''_x$  (bzw.  $k'_x \gg k''_x$ ). Dies ist die notwendige Bedingung für die Ausprägung des Hauptmaximums bei  $\hat{\theta}_w \neq 0^\circ$  [66]. Des Weiteren erkennen wir aus (5.47), dass, bei Vernachlässigung von  $R'_{\text{se}}$ , für  $\omega < \omega_{\text{sh}}$   $k_x$  rein imaginär ist, d.h., unterhalb von  $\omega_{\text{sh}}$  findet keine Wellenausbreitung statt.  $\omega_{\text{sh}}$  entspricht also der unteren Grenzfrequenz der belasteten Leitung. Lösen wir  $k'_x$  (5.47) nach der Querinduktivität auf, dann erhalten wir

$$L_{\text{sh}} = \frac{1}{a} \frac{1}{\omega^2 C'_{\text{sh}}} \frac{1}{1 - \left( \frac{k'_x}{k_{\text{L},0}} \right)^2}, \quad (5.49)$$

dabei ergibt sich  $C'_{\text{sh}} = 1/(Z_{\text{L},0} U_{\text{L},0})$  aus den Parametern der unbelasteten Leitung. Aus (5.47) und (5.48) folgt die charakteristische Impedanz der unbelasteten Leitung

$$Z_{\text{L},0} = Z_{\text{L}} \frac{k'_x}{k_{\text{L},0}}. \quad (5.50)$$

Wir erkennen, dass mit der Belastung der Leitung eine Erhöhung der charakteristischen Impedanz einhergeht, daher ist  $Z_{\text{L},0}$  geeignet anzupassen.  $Z_{\text{L}}$  wird in der Regel im Sinne einer optimalen Leistungsanpassung gewählt.

## Entwurf

Grundsätzlich kann für die Antenne eine beliebige Leitungsform gewählt werden. Es muss allerdings berücksichtigt werden, dass es sich um eine *offene* Variante handelt, um den Leistungsfluss in den Freiraum zu ermöglichen. Für unser Beispiel wählen wir eine Mikrostreifenleitung, da sie einerseits einfach hergestellt werden kann und andererseits einen flachen Aufbau erlaubt. Das Trägersubstrat besitzt eine nominale Höhe von 1.524 mm, eine relative Permittivität von 3.55 und einen dielektrischen Verlust von 0.0027 [131].\*

Für den Entwurf der Leitung müssen wir zunächst die Phasenkonstante  $K'_x = k'_x/k_0$  und die Länge  $\tilde{\xi}$  bestimmen. Mit den eingangs erwähnten Parametern  $\hat{\theta}_w = 50^\circ$  und  $\Delta\theta = 30^\circ$  finden wir aus Abbildung 5.7a  $K'_x \approx \sin 67^\circ = 0.92$  und  $\tilde{\xi} \approx 1.8$ . Im Sinne der Voraussetzung  $a \ll \lambda$  wählen wir die Periode  $a = \lambda/15 \approx 8.58$  mm bei 2.33 GHz. Die Antenne umfasst somit exakt 27 Einheitszellen.

Als nächstes bestimmen wir die Impedanz der unbelasteten Leitung. Mit  $k_{\text{L},0} = \omega \sqrt{\varepsilon_{\text{r},1,\text{eff}}}/c$  erhalten wir aus (5.48) den Zusammenhang

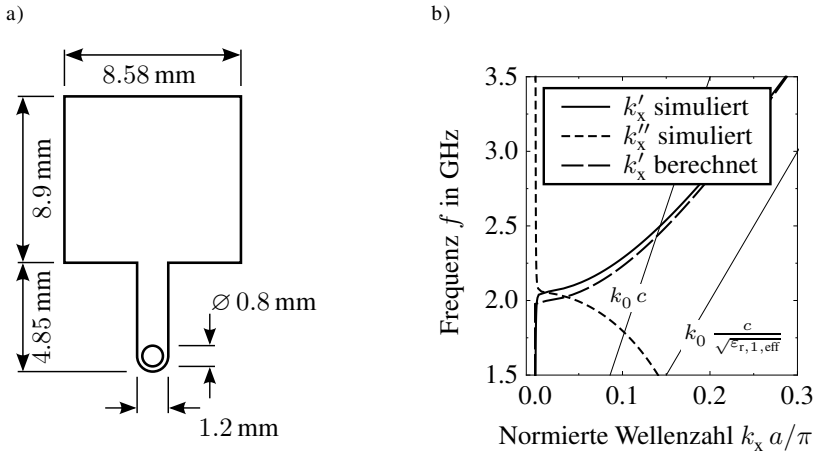
$$\text{Re}\{Z_{\text{L}}\} K'_x = Z_{\text{L},0}(w) \sqrt{\varepsilon_{\text{r},1,\text{eff}}(w)}, \quad (5.51)$$

dabei steht  $\varepsilon_{\text{r},1,\text{eff}}$  für die effektive relative Permittivität der unbelasteten Mikrostreifenleitung. Sowohl  $Z_{\text{L},0}$  als auch  $\varepsilon_{\text{r},1,\text{eff}}$  sind Funktionen der Weite  $w$  der Leitung, d.h., sie lassen sich nicht unabhängig voneinander bestimmen. Da die empirischen Ausdrücke für die Impedanz und die Dispersion einer Mikrostreifenleitung [67, 68] nicht explizit nach  $w$  ausgelöst werden können,

---

\*Substrat RO4003C von Rogers





**Abbildung 5.17:** Skizze der optimierten Einheitszelle a) und die simulierte und nach (5.47) berechnete Dispersion b). Zur Information sind zusätzlich die Dispersion im Freiraum und der unbelasteten Mikrostreifenleitung aufgetragen.

wurde eine Lösung auf numerischem Weg ermittelt [133]. Das Ergebnis lautet schließlich  $w \approx 8.7$  mm. Mit  $\text{Re}\{Z_L\} = 50 \Omega$  ergibt sich dann  $Z_{L,0} \approx 25.9 \Omega$  und  $\epsilon_{r,1,\text{eff}} \approx 3.06$ .

Wir können nun die Querinduktivität  $L_{\text{sh}}$  bestimmen. Aus (5.49) folgt mit  $C'_{\text{sh}} = \sqrt{\epsilon_{r,1,\text{eff}}}/(Z_{L,0} c)$  und  $k'_x/k_0 = K'_x/\sqrt{\epsilon_{r,1,\text{eff}}}$

$$L_{\text{sh}} = \frac{1}{a} \frac{Z_{L,0}}{\omega^2} \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{r,1,\text{eff}}}} \frac{1}{1 - \left( \frac{K'_x}{\sqrt{\epsilon_{r,1,\text{eff}}}} \right)^2}. \quad (5.52)$$

In unserem Beispiel beläuft sich  $L_{\text{sh}}$  auf etwa 3.30 nH.

Abbildung 5.17a zeigt eine Skizze der Einheitszelle, die hinsichtlich ihrer Abmessungen bereits mit Hilfe von Simulationen optimiert wurden [132].\* Die Weite der Leitung bedurfte einer geringen Modifizierung, um die gewünschte Phasenkonstante zu erreichen. Die Querinduktivität wurde als kurzgeschlossene Stichleitung implementiert, dabei muss berücksichtigt werden,

\* Simulationswerkzeug ADS von Agilent

dass auch die Durchkontaktierung einen induktiven Beitrag liefert [37]. Die Breite der Stichleitung sowie der Durchmesser der Durchkontaktierung wurden hinsichtlich einer einfachen Herstellbarkeit gewählt. Ein Ausschnitt des simulierten Dispersionsverhaltens der unendlich ausgedehnten Leitung ist in Abbildung 5.17b dargestellt, zusammen mit dem berechneten Verlauf  $f(k'_x)$  nach (5.47). Die Kurven der Phasenkonstanten zeigen eine gute Übereinstimmung. Wir erkennen deutlich die Hochpasscharakteristik der Struktur mit einer unteren Grenzfrequenz von  $f_{\text{sh}} \approx 1.99 \text{ GHz}$ . Laut Simulation beläuft sich die Dämpfungskonstante auf  $k''_x \approx 0.01 k_0$ . Damit korrespondiert nach (5.47) ein Reihenwiderstand je Länge von  $R'_{\text{se}} = 1.9 \Omega/\text{m}$ .

### Aufbau und Ergebnis

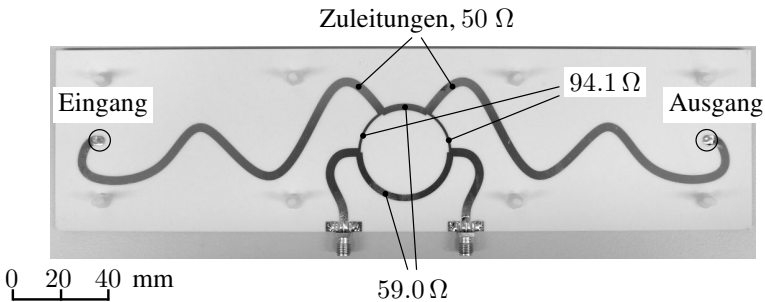
Ein Lichtbild der Antenne zeigt Abbildung 5.18a. Die Antenne wird auf der linken Seite von einer  $50 \Omega$  Mikrostreifenleitung gespeist. Das Ausgangstor auf der rechten Seite ist während der Messung des Fernfelds mit  $50 \Omega$  abgeschlossen. Lateral misst die Platine etwa  $267 \text{ mm} \times 75 \text{ mm}$ . Abbildung 5.18b zeigt eine mögliche Realisierung eines Speisernetzwerks, das auf der Unterseite der Antenne angebracht werden kann [145].

Den Verlauf der Direktivität bei  $2.33 \text{ GHz}$  als Funktion der Co-Elevation  $\theta$  illustriert Abbildung 5.19a. Zur Bestimmung der Direktivität aus den Messdaten wurde der Absolutwert aus den empfangenen Feldamplituden bei horizontaler und vertikaler Polarisation herangezogen. Der Vergleich mit der berechneten Direktivität (5.25) zeigt insbesondere bei der Hauptkeule eine gute Übereinstimmung beider Kurven. In der Messung wurde eine 3-dB Keulbreite von  $\Delta\theta \approx 28.5^\circ$  erreicht; die Hauptstrahlungsrichtung ist  $\hat{\theta}_w \approx 50.9^\circ$ . Aufgrund der Übereinstimmung mit der Berechnung können wir schlussfolgern, dass für die Ausprägung der Hauptkeule in erster Linie die tangentialen Feldkomponenten entlang der Apertur verantwortlich sind, die aus dem Strom entlang der Stichleitungen resultieren. Abseits der Hauptkeule hingegen erkennen wir eine Diskrepanz zwischen Berechnung und Messung, die auf den normal gerichteten Stromfluss entlang der Durchkontaktierungen zurückzuführen sind. Die Frequenzabhängigkeit der Direktivität verdeutlicht Abbildung 5.19b. Aufgrund der Begrenzung der Struktur ist der maximal erreichbare Wert der Hauptstrahlungsrichtung  $55.0^\circ$ , entsprechend unseren Erwartungen aus Abschnitt 5.3.2 (vgl. Abbildung 5.6, 138).

a)



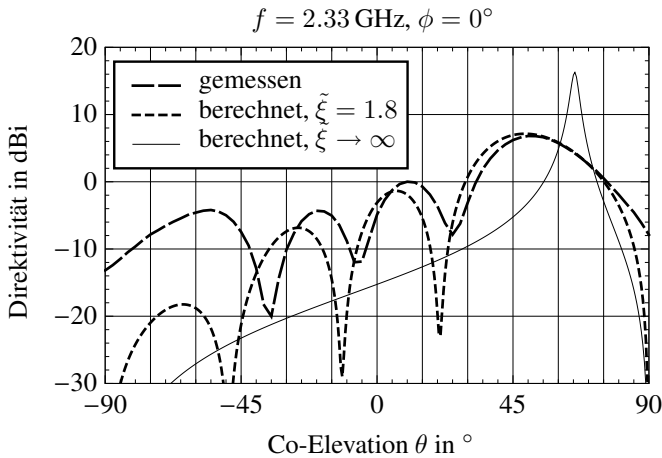
b)



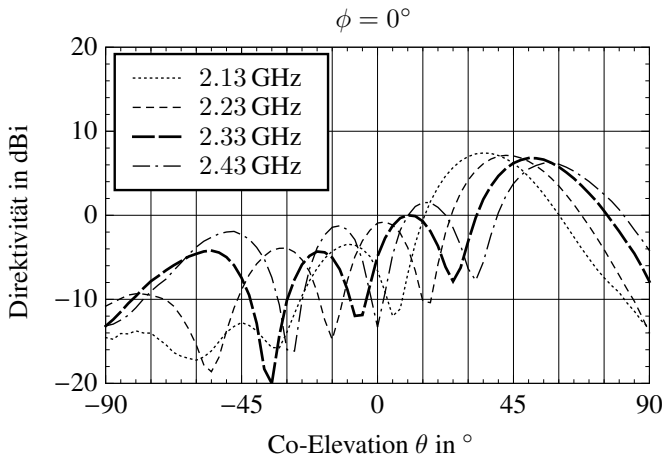
**Abbildung 5.18:** a) Lichtbild der Leckwellenantenne basierend auf einer belasteten Mikrostreifenleitung. Die coaxialen Messbuchsen wurden auf der Unterseite montiert. Die Leitung verläuft entlang der x-Achse. b) Lichtbild der Speisestruktur bestehend aus einem Ringkoppler mit asymmetrischer Leistungsteilung und zwei Spline-interpolierten Zuleitungen. Die Platine wird rücklinks auf der Unterseite der Antenne montiert. Im Gesamtaufbau sind die Speisetore voneinander entkoppelt. Bei Speisung am linken Tor wird eine Leckwelle erzeugt, die sich in positiver x-Richtung ausbreitet.

Die maximale Direktivität der Antenne beläuft sich auf 6.8 dBi, wobei hier lediglich der Schnitt bei  $\phi = 0^\circ$  und der Bereich  $-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$  berücksichtigt wurde, um die Vergleichbarkeit mit der Berechnung (5.25) zu gewährleisten. Beziehen wir den gesamten Raum in die Berechnung mit ein, dann erhalten wir für die maximale Direktivität etwa 10.7 dBi, woraus zusätzlich die Richtwirkung transversal zur Ausbreitungsrichtung der Leckwelle deutlich wird.

a)



b)



**Abbildung 5.19:** Direktivität der Antenne im Fernfeld als Funktion von  $\theta$  für  $\phi = 0^\circ$ . In a) wird das Ergebnis der Messung bei 2.33 GHz mit der Berechnung nach (5.25) verglichen; der Verlauf für  $\tilde{\xi} \rightarrow \infty$  dient zur Orientierung. In b) wird die Frequenzabhängigkeit des Fernfelds anhand ausgewählter Schnitte demonstriert: Mit zunehmender Frequenz wandert das Hauptmaximum in Richtung  $\theta = 90^\circ$ .

Der realisierte Gewinn der alleinstehenden Antenne, wie in Abbildung 5.18a dargestellt, fällt aufgrund der starken Begrenzung und der geringen Dämpfungskonstante gering aus, da ein Großteil der eingespeisten Leistung zum Ausgangstor der Antenne übertragen wird. Mit Hilfe eines geeigneten Speisenetzwerks (siehe Abbildung 5.18b) jedoch kann der Gewinn zumindest in einem schmalen Frequenzbereich deutlich erhöht werden. Anschaulich gesprochen führt das Speisenetzwerk die am Ausgang der Antenne empfangene Leistung wieder zum Eingang zurück. Wie in [145, Abschn. IV] gezeigt, konnte bei 2.33 GHz die Gesamteffizienz, die das Verhältnis zwischen der von der Anordnung akzeptierten und der verfügbaren Leistung beschreibt, von 0.2 auf 0.95 erhöht werden. Die Strahlungseffizienz, d.h. das Verhältnis aus abgestrahlter zu akzeptierter Leistung, belief sich innerhalb von 2.319 GHz und 2.347 GHz auf mindestens 0.5. Hinsichtlich des Entwurfs des Speisenetzwerks sei an dieser Stelle auf [145] verwiesen.

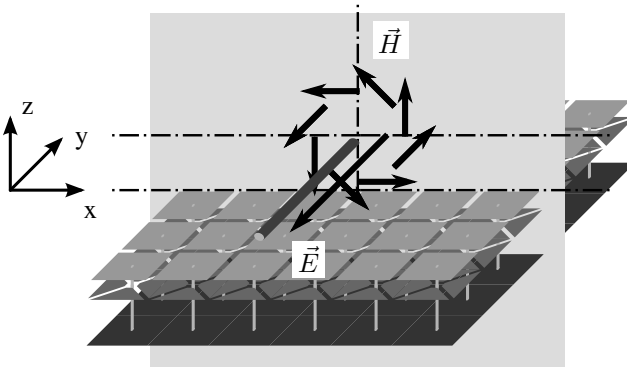
## 5.4.2 Leckwellenstruktur mit Dipolanregung

Wir befassen uns in diesem Unterabschnitt mit einer Leckwellenantenne, die auf der Pilzstruktur mit Zwischenlage nach Abbildung 3.4a basiert. Obwohl es sich dabei um eine Struktur mit zweidimensionaler Periodizität handelt, beleuchten wir lediglich den Fall einer eindimensionalen bidirektionalen Wellenausbreitung. Zunächst gehen wir auf die Art der Speisung ein, mit der der Leckwellenmode angeregt werden kann. Danach wird uns die Strahlungscharakteristik beschäftigen, wobei wir zwei Strukturen unterschiedlicher Länge untersuchen.

### Anregung

Wie bereits in Abschnitt 3.2.2 auf Seite 44 ff. und an weiteren Stellen ausgeführt, ist der Leckwellenmode der Pilzstruktur mit Zwischenlage vom TE-Wellentyp. Dementsprechend benötigen wir eine Form der Anregung, die diesen Wellentyp begünstigt. Als besonders geeignet haben sich hierbei horizontal, d.h. parallel zur Struktur, angeordnete Linearantennen wie der gefaltete Monopol („L“-Antenne) bzw. der Dipol herausgestellt oder auch der Schlitzstrahler als duales Gegenstück [127].

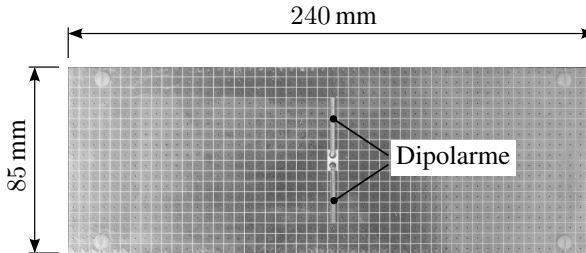
Abbildung 5.20 illustriert am Beispiel des Dipols die Richtung der elektrischen und magnetischen Feldkomponenten in Relation zur Oberfläche. Be-



**Abbildung 5.20:** Illustration zur Anregung einer Leckwelle mit Hilfe eines Dipols. Die Feldvektoren beziehen sich auf die Schnittebene, die senkrecht zur Dipolachse und zur Oberfläche verläuft. Der Strom sei entlang  $-y$  gerichtet.

trachten wir das Nahfeld auf der Ebene, die senkrecht zur Dipolachse steht und durch den Dipolmittelpunkt verläuft, dann finden wir eine parallel zum Dipol gerichtete Komponente des elektrischen Feldes  $\vec{E}$  sowie eine Komponente des magnetischen Feldes  $\vec{H}$ , die sich in der Ebene zirkular symmetrisch um die Dipolachse ausbildet [1, S. 408]. Die Projektion der Felder auf die Oberfläche ergibt dann, entsprechend dem in der Abbildung gewählten Koordinatensystem, die Komponenten  $E_y$ ,  $H_x$  und  $H_z$ . Somit zeigt sich in der Tat ein TE-Charakter im Nahfeld des Dipols, vorausgesetzt wir beschränken uns auf die Ausbreitung in positiver und negativer x-Richtung.

Als weitere Form der Anregung eignet sich die Vivaldi-Antenne [54], deren Grundmode ebenso wie die Schlitzantenne vom quasi-TE-Typ ist [23]. Allerdings fallen beide Varianten hinsichtlich ihrer Querabmessungen deutlich umfangreicher aus als ein Linearstrahler, woraus ein starker Einfluss auf die Fernfeldcharakteristik resultiert, da das Anregungselement zu einer Störung der Feldbelegung auf der Struktur führt [127]. Bei Leckwellenantennen, wie in Abbildung 5.2 dargestellt, wird dieses Problem umgegangen, indem das Anregungselement zwischen der obersten und der untersten Lage angeordnet wird. Diese Lösung ist aber in unserem Fall wenig praktikabel aufgrund der geringen Höhe der Struktur. Da das Element dabei sehr nahe der elektrisch leitenden unteren Lage platziert wäre, würde sich dessen Anpassung entspre-



**Abbildung 5.21:** Lichtbild der Leckwellenantenne mit Dipolanregung. Die Speisung des Dipols erfolgt von der Unterseite. Die Schrauben dienen der Montage.

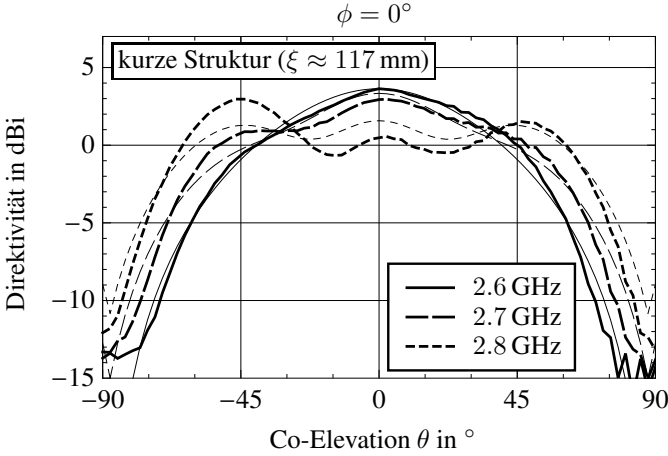
chend schwierig darstellen. Bei Anregung oberhalb der Struktur gestaltet sich das Problem der Anpassung deutlich einfacher, wie wir in Abschnitt 4.5.2 am Beispiel des Dipols gesehen haben.

### Aufbau und Ergebnis

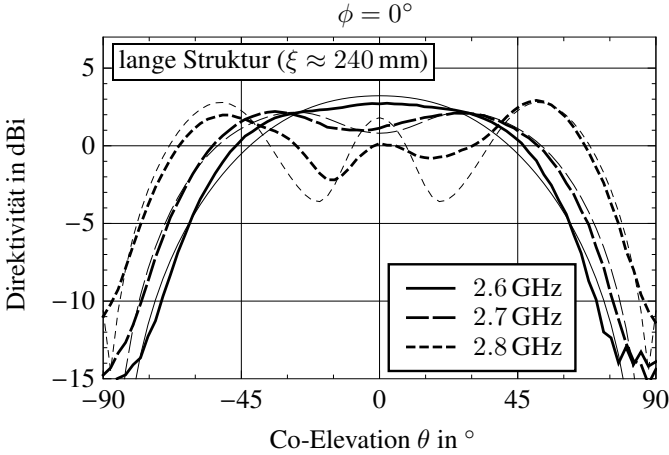
Zur Untersuchung der Strahlungscharakteristik der Pilzstruktur mit Zwischenlage wurden zwei Varianten unterschiedlicher Länge implementiert: 1) eine „kurze“ Struktur mit  $\xi \approx 117$  mm (25 Zellen) und 2) eine „lange“ Struktur mit  $\xi \approx 240$  mm (51 Zellen) Länge. Die Breite der Struktur beträgt in beiden Fällen etwa 85 mm (18 Zellen). Ein Lichtbild der Variante 2) ist in Abbildung 5.21 zu sehen. Als Anregung dient ein Dipol mit einer Länge von etwa 57 mm, der 2 mm über der Struktur angebracht ist.

Die Ergebnisse der Fernfeldmessung zeigt Abbildung 5.22, in der die Direktivität bezüglich der absoluten Feldamplitude als Funktion von  $\theta$  für  $f = \{2.6, 2.7, 2.8\}$  GHz und  $\phi = 0^\circ$  aufgetragen ist (fett gedruckt). Um die Vergleichbarkeit mit den theoretisch ermittelten Kurven nach (5.43b) (dünn gedruckt) zu gewährleisten, wurden zur Berechnung der Direktivität lediglich die Messdaten des entsprechenden Schnittes herangezogen. Beim Fernfeld der kurzen Struktur in a) erkennen wir, dass die Frequenzabhängigkeit zunächst gering ausgeprägt ist. Erst in der Nähe der oberen Grenzfrequenz des Leckwellenbereichs wird der dispersive Charakter der Struktur erkennbar. Bei der langen Struktur in b) hingegen zeichnet sich die Frequenzabhängigkeit der Richtcharakteristik bereits bei niedrigeren Frequenzen ab, wie beispielsweise anhand der Verläufe für 2.6 GHz und 2.7 GHz

a)



b)



**Abbildung 5.22:** Direktivität der Leckwellenantenne mit Dipolanregung als Funktion von  $\theta$  für  $\phi = 0^\circ$  und  $f = \{2.6, 2.7, 2.8\} \text{ GHz}$ : a) kurze Struktur, b) lange Struktur. Die fettgedruckten Kurven wurden aus der Fernfeldmessung extrahiert. Die berechneten Verläufe nach (5.43b) sind dünn dargestellt.



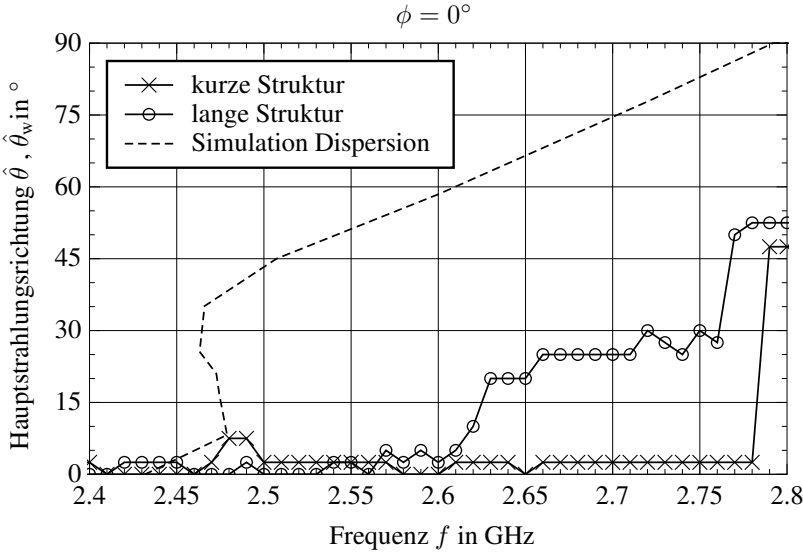
deutlich wird. Der Vergleich zwischen den gemessenen und den analytischen Kurven zeigt qualitativ eine gute Übereinstimmung. Quantitativ sind einige Unterschiede zu erkennen, die sich einerseits in der Asymmetrie der gemessenen Kurven begründen. Andererseits wurde zur Berechnung der Kurven nach (5.43b) der Dispersionsverlauf aus der Simulation herangezogen. Wie die Messungen in Abschnitt 5.2 (siehe Abbildung 5.3, S. 127) jedoch gezeigt haben, ist der tatsächliche Verlauf hinsichtlich der Frequenz nach oben verschoben. Grundsätzlich hätten diese Ergebnisse als Grundlage für die Berechnung der Richtcharakteristik dienen können, allerdings ist dazu auch die Dämpfungskonstante erforderlich, auf die sich mit den Reflexionsmessungen nicht unmittelbar schließen lässt. Ein weiterer Aspekt, der in der Berechnung nicht berücksichtigt wurde, ist der Einfluss des Dipols. Auf diesen Punkt werden wir in Abschnitt 5.5 eingehen.

Abschließend betrachten wir die Frequenzabhängigkeit der Hauptstrahlungsrichtung, die in Abbildung 5.23 für beide Strukturen aufgetragen ist zusammen mit dem theoretischen Verlauf  $\hat{\theta}(f)$  nach (5.18) (gestrichelt dargestellt), der sich aus der Dispersionssimulation der unendlichen Struktur ergibt. Bei der kurzen Struktur finden wir das Hauptmaximum nahezu über den gesamten Leckwellenbereich bei  $\theta \approx 0^\circ$ . Erst für  $f \geq 2.78$  GHz bilden sich zwei Maxima abseits des Zenits aus. Bei der langen Struktur erkennen wir einen treppenförmigen Verlauf, wodurch unsere Erwartungen aus Abschnitt 5.3.2 (S. 141 ff.) bestätigt werden. Dies zeigt sich auch daran, dass bei beiden Strukturen eine maximale Hauptstrahlungsrichtung existiert, die umso höher ausfällt, je größer die Struktur ist.

## 5.5 Einfluss der Anregung

Im Zusammenhang mit der Implementierung der Leckwellenantenne mit Dipolanregung, die wir in Abschnitt 5.4.2 diskutiert haben, sind wir auch auf den Aspekt der Anregung eingegangen. Wir sind dabei zum Schluss gekommen, dass das anregende Element oberhalb der Struktur zu platzieren ist. Dadurch vereinfacht sich zwar das Problem der Anpassung, allerdings ist auch mit einer Beeinflussung des Fernfeldes durch das Element selbst zu rechnen [69].

In diesem Abschnitt beschäftigen wir uns lediglich mit dem Fall der Dipolanregung, da er für die vorliegende Arbeit von erhöhter Bedeutung ist. Anhand der Simulation einer beispielhaften Implementierung diskutieren wir, inwie-



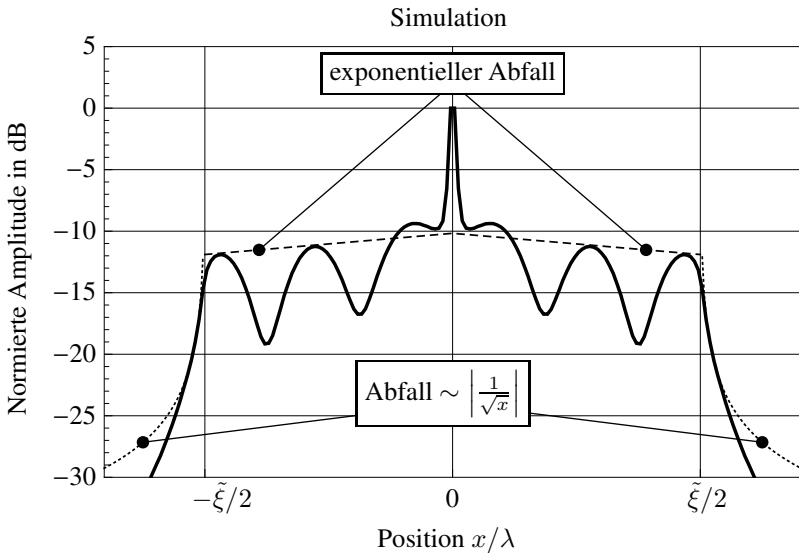
**Abbildung 5.23:** Gemessene Hauptstrahlungsrichtung  $\hat{\theta}_w$  der Leckwellenantenne mit Dipolanregung aufgetragen über der Frequenz  $f$  (durchgezogenen Linien). Die Markierungen kennzeichnen die gemessenen Frequenzpunkte, zwischen denen linear interpoliert wurde. Die gestrichelt dargestellte Kurve entspricht der Hauptstrahlungsrichtung  $\hat{\theta} \approx \arcsin K'_x$  der unbegrenzten Struktur, die sich aus der Simulation der Dispersion ergibt.

weit sich das Feld des Dipols auf das Fernfeld einer begrenzten Struktur auswirkt.\* Bei der Struktur handelt es sich um eine Variante der Pilzstruktur mit Zwischenlage, die *keine* Durchkontaktierung besitzt, so wie sie in Kapitel 6 zum Einsatz kommt. Der Dipol befindet sich 2.0 mm oberhalb der Struktur.

Wir betrachten zunächst das Feld entlang der Oberfläche. Abbildung 5.24 illustriert den Verlauf der Amplitude des elektrischen Feldes als Funktion des Ortes [135].† Die Schnittebene wurde senkrecht zur Struktur und zum Dipol

\*Eine analytische Beschreibung des Problems stellt sich außerordentlich komplex dar, insbesondere wenn sie allgemeingültig sein soll. Selbst im Falle kanonischer Beispiele sind numerische Berechnungen unumgänglich [69–72].

†Simulationswerkzeug CST Microwave Studio



**Abbildung 5.24:** Simulierte Momentaufnahme des elektrischen Feldes einer Leckwellenstruktur mit Dipolanregung auf der Oberfläche entlang der x-Achse. Die Dipolachse ist parallel zur y-Achse ausgerichtet mit dem Dipolzentrum in der x-z-Ebene (vgl. Abbildung 5.20).

gewählt und verläuft durch das Dipolzentrum. Die dominierende Feldkomponente ist in diesem Fall longitudinal zur Dipolachse bzw. transversal zur Ausbreitungsrichtung  $\pm x$  gerichtet (vgl. Abbildung 5.20). Die Struktur besitzt eine Länge von  $\tilde{\xi} = 2.94$ .<sup>\*</sup> Wir erkennen, dass die Amplitude bei  $x = 0$  und in der näheren Umgebung, d.h. an der Stelle der Anregung, einen impulsförmigen Verlauf annimmt. Dieser ist nicht auf die Leckwelle selbst zurückzuführen, deren charakteristischer, exponentieller Abfall erst abseits der Anregungsstelle deutlich wird, sondern auf die Anregung. Da die Ausdehnung des Impulses in Relation zur Länge der Struktur gering ausfällt, spiegelt sich die Anregung im Spektrum durch einen zusätzlichen nahezu konstanten Beitrag wider, sofern wir das resultierende Feld entlang der Struktur als Superposition

<sup>\*</sup>Dieser Wert korrespondiert mit einer Frequenz von 2.19 GHz. Insgesamt umfasst die Struktur in x-Richtung 64 Zellen mit  $a = 6.3$  mm.

betrachten zwischen dem Feld der Leckwelle auf der begrenzten Struktur und dem Feld, das der Dipol hervorruft. Zu jedem Spektralwert des Spektrums der Leckwelle addiert sich also ein und derselbe komplexe Wert. Eventuell auftretende Nullstellen im Spektrum der begrenzten Struktur werden daher aufgehoben, es können allerdings je nach Amplituden- und Phasenkonstellation auch neue Nullstellen bzw. lokale Minima entstehen.

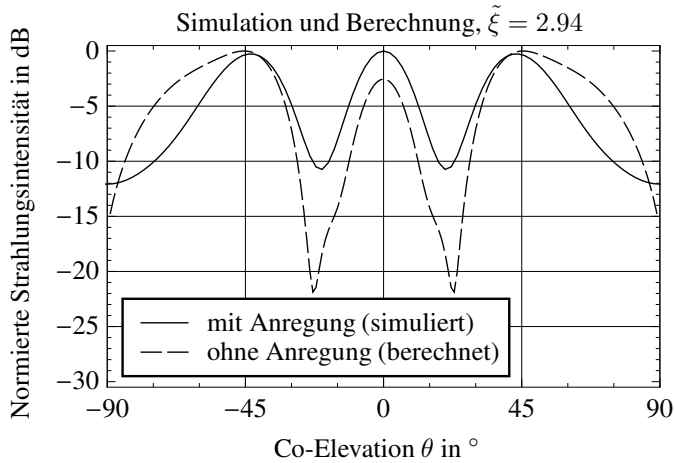
Die mit dem Feldverlauf nach Abbildung 5.24 korrespondierende Fernfeldcharakteristik als Funktion von  $\theta$  zeigt Abbildung 5.25a. Zum Vergleich ist der Verlauf nach (5.43b) (S. 154) mit  $K_x = 0.98 - j 0.02$  und  $\tilde{\xi} = 2.94$  aufgetragen, bei dem lediglich die Stelle der Anregung nicht jedoch die Anregung selbst berücksichtigt ist. In der Tat wird der Einfluss der Anregung an den Stellen der lokalen Minima deutlich, die im Verlauf ohne Anregung wesentlich stärker ausgeprägt sind. Aber auch bei den Hauptmaxima zeigen sich offensichtliche Unterschiede gegenüber dem berechneten Verlauf. Einerseits sehen wir, dass sich anstatt zweier Hauptmaxima abseits des Zenits lediglich ein einzelnes Hauptmaximum bei  $\theta = 0^\circ$  ausbildet, begleitet von zwei deutlich ausgeprägten Nebenmaxima. Andererseits fällt die Breite der Keulen bei  $\theta \neq 0^\circ$  geringer aus. Wählen wir eine wesentlich kürzere Struktur, zeigt sich ein anderes Bild, wie Abbildung 5.25b anhand der Richtcharakteristik für  $\tilde{\xi} = 1.38^*$  verdeutlicht. Hier erkennen wir im Gegensatz zum berechneten Verlauf einen *verringerten* Pegel in Zenitrichtung. Auf die Hauptkeulen ist abgesehen von einer leichten Verschiebung der Maxima nur eine geringe Auswirkung festzustellen. Eine Gemeinsamkeit mit dem Verlauf in a) besteht im gegenüber dem berechneten Verlauf höheren Pegel am Übergang zum unsichtbaren Bereich ( $|\theta| \lesssim 90^\circ$ ).

Aus den Ergebnissen können wir schlussfolgern, dass die Anregung durchaus Einfluss auf die Richtcharakteristik der Struktur hat. Inwieweit sich der Einfluss widerspiegelt, hängt von verschiedenen Parametern ab. Wie weitere Untersuchungen ergeben haben, sind dabei neben der Fensterlänge der Abstand zwischen Dipol und Oberfläche sowie die Wellenzahl der Leckwelle zu nennen.

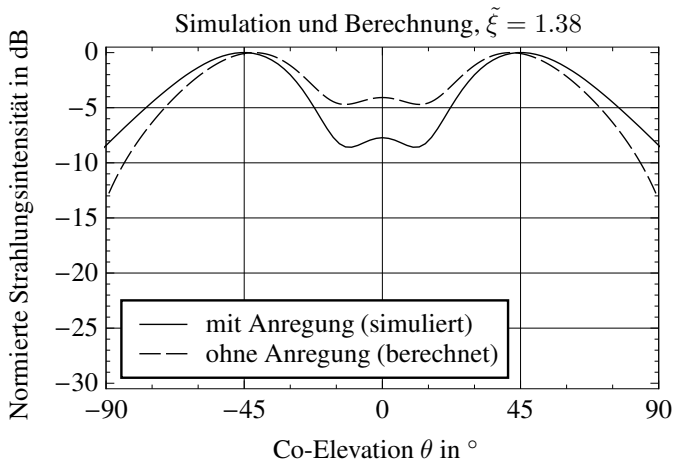
---

\* 30 Zellen

a)



b)



**Abbildung 5.25:** Simulierte Fernfeldcharakteristik einer Leckwellenstruktur mit Dipolanregung als Funktion von  $\theta$  im Vergleich zum berechneten Fernfeld (5.43b) unter Vernachlässigung der Anregung: a) lange Struktur, b) kurze Struktur. Die Kurven sind jeweils auf ihr Maximum normiert.

## 5.6 Strahlungsverhalten bei zweidimensionaler Wellenausbreitung

Nachdem wir das Strahlungsverhalten von Strukturen mit eindimensionaler Periodizität sehr ausführlich untersucht haben, betrachten wir nun das Verhalten von Strukturen, die eine Periodizität in  $x$ - und  $y$ -Richtung aufweisen. Die Periode sei in beide Richtungen  $a$ . Als Beispiel einer solchen Anordnung sei nochmals auf Abbildung 5.2 auf Seite 122 verwiesen.

Der formale Ansatz zur Lösung des Problems ist die auf zwei Dimensionen reduzierte Wellengleichung (2.17) (S. 20). Die Eigenwerte sind Bloch-Wellen (2.19), die sich entlang der ebenen Struktur ausbreiten. Wir werden den formalen Ansatz hier jedoch nicht näher beleuchten, sondern gehen stattdessen einen anderen Weg, der auf der Voraussetzung  $a \ll \lambda$  beruht. So können wir in diesem Fall die Struktur als *quasi-homogen* betrachten [3]. Wir nehmen also an, dass sich die Leckwelle *nicht* entlang einer Vorzugsrichtung ausbreitet. In Abbildung 5.2 auf Seite 122 ist dieser Fall anhand der konzentrischen Kreise angedeutet, die die Stellen konstanter Phase kennzeichnen. Die Leckwelle breitet sich demnach als Zylinderwelle aus, deren Ursprung praktisch mit der Anregungsstelle zusammenfällt. Es ist somit zweckmäßig, die zweidimensionale Wellengleichung mit Hilfe der Polarkoordinaten

$$r_t = x^2 + y^2 \quad \text{und} \quad \phi = \arctan \frac{y}{x} \quad (5.53)$$

auszudrücken:

$$\frac{\partial^2 \psi_{\text{rad}}}{\partial r_t^2} + \frac{1}{r_t} \frac{\partial \psi_{\text{rad}}}{\partial r_t} + k_t^2 \psi_{\text{rad}} = 0, \quad (5.54)$$

dabei beschreibt  $r_t$  den Abstand vom Ursprung tangential zur Oberfläche der Struktur und  $\phi$  den Azimuthwinkel. Wir betrachten hier ausschließlich die Oberfläche selbst und setzen voraus, dass diese mit der  $x$ - $y$ -Ebene zusammenfällt. Die Abhängigkeit der Wellenfunktion  $\psi_{\text{rad}}$  von  $\phi$  schließen wir in (5.54) im Sinne unserer Voraussetzung einer zylinderförmigen Ausbreitung aus, d.h.,  $\psi_{\text{rad}}(r_t, \phi) = \psi_{\text{rad}}(r_t)$ .

Als Lösung der Wellengleichung (5.54) wählen wir eine vom Ursprung fortschreitende Welle der Form (vgl. (5.41a))

$$\psi_{\text{rad}}(r_t) = \frac{C}{2} H_2^{(0)}(k_t r_t) \quad \text{bzw.} \quad \psi_{\text{rad}}(\tilde{r}_t) = \frac{C}{2} H_2^{(0)}(2\pi K_t \tilde{r}_t), \quad (5.55)$$

dabei steht  $K_t = K_t' - j K_t''$  für die auf  $k_0$  normierte tangentielle Wellenzahl der Leckwelle,  $C$  für die Amplitude und  $\tilde{r}_t = r_t/\lambda$ . Ausgehend von der Belegung (5.55) untersuchen wir im Folgenden die Strahlungscharakteristik einer zweidimensionalen Leckwellenstruktur. Zunächst betrachten wir den Fall einer unbegrenzten Struktur.

### 5.6.1 Unbegrenzte Struktur

Da  $\psi_{\text{rad}}$  (5.55) eine zirkular symmetrische Funktion ist, können wir das zugehörige Spektrum über

$$\Psi_{\text{rad}}(\kappa_t) = \int_0^\infty \psi_{\text{rad}}(\tilde{r}_t) J_0(2\pi\kappa_t\tilde{r}_t) \tilde{r}_t d\tilde{r}_t \quad (5.56)$$

bestimmen [28, S. 722]. (5.56) ist die Hankel-Transformation der Ordnung Null. Sie ergibt sich aus der zweidimensionalen Fourier-Transformation. Mit (5.55) erhalten wir [63, 133]

$$\Psi_{\text{rad}}(\kappa_t) = j \frac{C}{4\pi^3} \frac{1}{\kappa_t^2 - K_t'^2} \quad \text{für } \kappa_t > 0 \quad \text{und} \quad K_t'' > 0 \quad (5.57)$$

dabei ist

$$\kappa_t = \sin \theta = \sqrt{\kappa_x^2 + \kappa_y^2} \quad \text{mit} \quad \kappa_x = \kappa_t \cos \phi \quad \text{und} \quad \kappa_y = \kappa_t \sin \phi \quad (5.58)$$

die zu  $\tilde{r}_t$  gehörige Variable im Bildbereich. Die Beschränkung auf den Bereich  $\kappa_t > 0$  ist notwendig, um die Konvergenz des Integrals in (5.56) zu gewährleisten. Dies gilt auch für die Bedingung  $K_t'' > 0$ , die aber ohnehin inhärent mit der Ausbreitung einer Leckwelle verknüpft ist. Für  $\kappa_t = \kappa_x$  ist (5.57) äquivalent zum Spektrum (5.14) (S. 132), das wir für den Fall der bidirektionalen Ausbreitung entlang einer Struktur mit eindimensionaler Periodizität erhalten haben. Bildlich gesprochen ergibt sich (5.57), bis auf einen Vorfaktor, aus der Rotation von (5.14) um die Achse  $\theta = 0^\circ$ ; der Verlauf von (5.14) entspricht also einem Schnitt von (5.57). Die Strahlungscharakteristik im Fernfeld hinsichtlich der Leistung ergibt sich aus (vgl. (5.15))

$$\begin{aligned} |\Psi_{\text{rad}}^{(\text{FF})}(\theta)|^2 &= |\cos \theta \Psi_{\text{rad}}(\theta)|^2 \\ &= \cos^2 \theta \frac{|C|^2}{(4\pi^3)^2} \frac{1}{(K_t'')^2 + (\sin \theta - K_t')^2} \frac{1}{(K_t'')^2 + (\sin \theta + K_t')^2}. \end{aligned} \quad (5.59)$$

Bei der Berechnung der Direktivität muss berücksichtigt werden, dass zur Bestimmung der abgestrahlten Leistung über den Halbraum  $z \geq 0$  zu integrieren ist. Der Halbraum  $z < 0$  wird als feldfrei angenommen. Mit (5.59) erhalten wir für die Direktivität

$$D(\theta) = \frac{2\pi |\Psi_{\text{rad}}^{(\text{FF})}(\theta)|^2}{\int_0^{\pi/2} \int_{-\pi}^{\pi} |\Psi_{\text{rad}}^{(\text{FF})}(\theta)|^2 \sin \theta \, d\phi \, d\theta} = \frac{|\Psi_{\text{rad}}^{(\text{FF})}(\theta)|^2}{\int_0^{\pi/2} |\Psi_{\text{rad}}^{(\text{FF})}(\theta)|^2 \sin \theta \, d\theta} \quad (5.60a)$$

mit dem Integral im Nenner [133]

$$\begin{aligned} I &= \int_0^{\pi/2} |\Psi_{\text{rad}}^{(\text{FF})}(\theta)|^2 \sin \theta \, d\theta \\ &= j \frac{|C|^2}{(4\pi^3)^2} \left\{ \frac{\sqrt{1-K_t^2}}{4K_t'K_t''} \left[ 2 \operatorname{arccoth} \sqrt{1-K_t^2} - \operatorname{arctanh} \left( \frac{1-K_t}{\sqrt{1-K_t^2}} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \operatorname{arctanh} \left( \frac{1+K_t}{\sqrt{1-K_t^2}} \right) \right] + \frac{\sqrt{1-K_t^{*2}}}{4K_t'K_t''} \left[ 2 \operatorname{arccoth} \sqrt{1-K_t^{*2}} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \operatorname{arctanh} \left( \frac{1-K_t^*}{\sqrt{1-K_t^{*2}}} \right) - \operatorname{arctanh} \left( \frac{1+K_t^*}{\sqrt{1-K_t^{*2}}} \right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (5.60b)$$

Für  $|\sqrt{1-K_t^2}| < 1$  finden wir unabhängig von  $\phi$  zwei Hauptmaxima in Richtung  $\hat{\theta}$  (5.18), d.h., es bildet sich eine *konische Richtcharakteristik* aus. Ersetzen wir  $\theta$  durch  $\hat{\theta}$  in (5.60), dann ergibt sich ein Ausdruck für die maximale Direktivität, den wir hier nicht explizit aufführen. Für  $|\sqrt{1-K_t^2}| \geq 1$  bildet sich ein einzelnes Hauptmaximum bei  $\theta = 0^\circ$  mit der Direktivität  $D(0^\circ)$  aus.

### 5.6.2 Begrenzte Struktur

Die Begrenzung der Struktur modellieren wir, wie in Abschnitt 5.3.2, durch die Wichtung der Belegung der unendlichen Struktur  $\psi_{\text{rad}}$  (5.55) mit einer Fensterfunktion, die die Wellenfunktion außerhalb der Begrenzung ausblendet. Im Gegensatz zum eindimensionalen Fall allerdings kann die Fensterfunktion hier beliebig definiert werden, je nachdem welche Kontur die Struktur begrenzen soll. Wir setzen daher zunächst voraus, dass die Fensterfunktion



unabhängig vom Azimut  $\phi$  ist. Die Fensterfunktion lässt sich dann eindeutig definieren:

$$w(\tilde{r}_t) = \begin{cases} 1 & \text{falls } 0 \leq \tilde{r}_t \leq \frac{\tilde{\xi}}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} . \quad (5.61)$$

$w$  repräsentiert eine kreisförmiger Berandung mit dem auf  $\lambda$  normierten Durchmesser  $\tilde{\xi}$ . Mit (5.55) ergibt sich für die Belegung

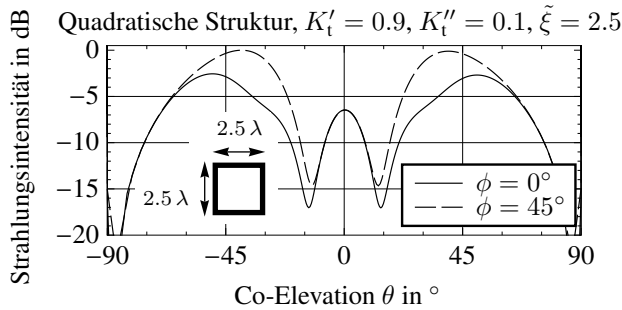
$$\begin{aligned} \psi_{\text{rad},w}(\tilde{r}_t) &= w(\tilde{r}_t) \psi_{\text{rad}}(\tilde{r}_t) \\ &= \frac{C}{2} H_2^{(0)}(2\pi K_t \tilde{r}_t) \begin{cases} 1 & \text{falls } 0 \leq \tilde{r}_t \leq \frac{\tilde{\xi}}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} . \end{aligned} \quad (5.62)$$

Die Fensterung der Belegung führt im Spektrum zu einer Faltung von  $\Psi_{\text{rad}}(\kappa_t)$  (5.57) mit der Instrumentenfunktion  $W(\kappa_t)$ , die sich ebenfalls mit Hilfe der Hankel-Transformation nullter Ordnung bestimmen lässt.

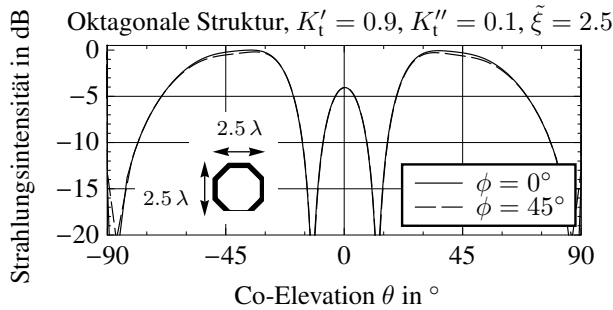
Den Einfluss der Begrenzung auf die Richtcharakteristik haben wir im Grunde bereits untersucht. Wie wir im vorangegangenen Unterabschnitt gesehen haben, ist bei einer unendlichen Struktur ein Fernfeldschnitt für  $\phi = \text{const.}$  äquivalent zum Fernfeld einer Struktur mit eindimensionaler Periodizität bei bidirektionaler Wellenausbreitung. Entsprechend sind auch im Falle einer Begrenzung keine anderen Ergebnisse zu erwarten als für die Struktur mit eindimensionaler Periodizität, wenigstens aus qualitativer Sicht.—Wir werden in Kapitel 6 sehen, dass das Fernfeld einer zweidimensionalen, begrenzten Struktur in der Tat sehr gut mit dem Ergebnis aus Abschnitt 5.3.2 übereinstimmt.

Bei der Struktur mit zweidimensionaler Wellenausbreitung ist die Richtcharakteristik allerdings nicht nur von der Fenstergröße abhängig sondern auch von der Form des Fensters—diese Frage hat sich bei der Struktur mit eindimensionaler Wellenausbreitung nicht gestellt. Wählen wir eine Berandung, die nicht kreisförmig ist, so „stören“ wir zwangsläufig die Kreis-symmetrie. Dies spiegelt sich im Fernfeld in einer azimutabhängigen Richtcharakteristik wider. Wie stark die Azimutabhängigkeit tatsächlich ausfällt, verdeutlicht Abbildung 5.26 exemplarisch anhand der numerisch ermittelten Richtcharakteristik für a) eine quadratische, b) eine oktagonale und c) eine runde Struktur mit  $K_x = 0.9 - j0.1$ . Zur Bestimmung der Richtcharakteristik wurde zunächst die Aperturbelegung der begrenzten Struktur abgetastet und anschließend mit Hilfe der schnellen Fourier-Transformation

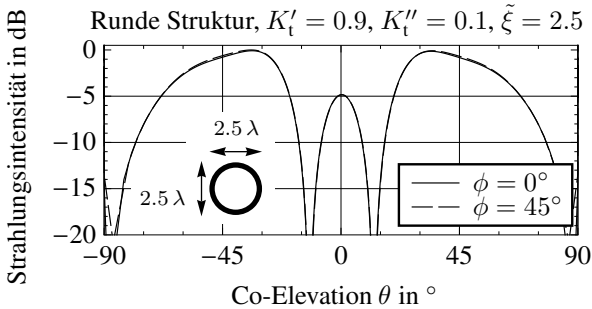
a)



b)



c)



**Abbildung 5.26:** Numerisch berechnete Fernfeldcharakteristik bei zylinderförmiger Leckwellenausbreitung einer begrenzten Struktur mit a) quadratischer, b) oktagonaler bzw. c) kreisförmiger Berandung für  $K_t = 0.9 - j0.1$ .

das Spektrum ermittelt [133]. Die Diagramme zeigen jeweils zwei Schnitte für  $\phi = 0^\circ$  und  $\phi = 45^\circ$  [141]. Die Fläche der quadratischen Struktur beträgt  $2.5 \lambda \times 2.5 \lambda$ , die Flächen der oktagonalen und kreisförmigen Struktur ergeben sich entsprechend. Bei der quadratischen Struktur in a) erkennen wir, dass die Azimutabhängigkeit deutlich ausgeprägt ist, so treten Schwankungen der Amplitude bis zu 5.0 dB auf. Bei der oktagonalen Struktur in b) hingegen sehen wir nahezu überhaupt keine Schwankungen der Amplitude über  $\phi$ . Die Richtcharakteristik unterscheidet sich nur marginal von der der runden Struktur in c). Das Beispiel zeigt also, dass auch mit einer Berandung, die nicht kreisförmig ist, eine nahezu ideale zirkular symmetrische Richtcharakteristik erreichbar ist. Dabei kann die Kontur neben einer oktagonalen auch die Form anderer regulärer Polygone annehmen wie dem Dekagon oder dem Dodekagon [146].

### 5.6.3 Bemerkungen zum Einfluss von Kanteneffekten

Eine Analyse zum Einfluss der Kanteneffekten für eine Struktur zweidimensionaler Periodizität, wie wir sie in Abschnitt 5.3.3 auf Seite 146 ff. für eine Struktur eindimensionaler Periodizität diskutiert haben, wurde im Rahmen dieser Arbeit nicht durchgeführt. Hinsichtlich des Entwurfs einer Leckwellenantenne war diese aber auch nicht notwendig. So haben eigene Untersuchungen ergeben, dass die Ergebnisse, die wir für den Fall einer Struktur mit eindimensionaler Periodizität und bidirektionaler Wellenausbreitung gefunden haben, bereits eine sehr gute Übereinstimmung mit den Messungen zeigen, die für Strukturen mit zweidimensionaler Periodizität aufgenommen wurden, eine zylinderförmige Leckwellenausbreitung vorausgesetzt.

Formal kann eine analytische Beschreibung des Problems über die Zerlegung der Zylinderwelle (5.55) in ein Spektrum ebener Wellen gefunden werden, wie es beispielsweise in [80] definiert wurde. Für jede einzelne Spektralkomponente ist dann der Einfluss von Reflexionen und Beugungen an der Kante zu ermitteln. Aus der Superposition aller Lösungen folgt schließlich das Ergebnis für den Fall einer Zylinderwelle. Gehen wir von einer kreisförmigen Begrenzung aus, dann bietet dieser Ansatz den Vorteil, dass sich bereits Lösungen in der Literatur finden lassen, die vergleichbare Probleme beschreiben, wie beispielsweise die Beugung einer ebenen Welle an einer undurchlässigen (perfekt elektrisch leitenden) Kreisscheibe [20, 93]. Auch wenn die Randbe-

dingungen unseres Problems anders gestellt werden müssen, so stellt dieser kanonische Fall zumindest einen Ausgangspunkt für die Analyse dar.

Aus der Art des Problems können wir jedoch bereits im Voraus etwas über die Lösung bei kreisförmiger Berandung aussagen. So ist zunächst aufgrund der Kreissymmetrie keine Abhängigkeit vom Azimut  $\phi$  zu erwarten. Tritt eine Reflexion der Zylinderwelle an der Kante auf, dann besitzt auch der reflektierte Anteil ebenso wie das durch Beugung hervorgerufene Feld den Charakter einer Zylinderwelle, da nur diese als Eigenwerte der zugehörigen Wellengleichung (5.54) auftreten. Weiterhin wird sich die Amplitude des gebeugten Feldes umgekehrt proportional zur Entfernung zwischen Beobachtungspunkt und Kante verhalten, da die Strahlungsdivergenz, die auf der Struktur in einer Ebene auftritt, außerhalb der Struktur im gesamten Raum zu beobachten ist [20, S. 185 ff.].

## 5.7 Abschließende Bemerkungen

Im Vordergrund dieses Kapitels stand die Untersuchung der Strahlungscharakteristik von Leckwellenstrukturen, zu denen auch die Pilzstruktur nach Abbildung 3.3a sowie die Pilzstruktur mit Zwischenlage nach Abbildung 3.4a zu zählen sind. Beide Strukturen weisen einen Leckwellenbereich auf, der die Dispersions- und Reflexionseigenschaften miteinander in Verbindung setzt.

Besonderes Augenmerk wurde auf den Einfluss der Begrenzung gelegt. Wir haben gesehen, dass die Charakteristik einer unbegrenzten Struktur bei einer Begrenzung durch zusätzliche Terme zu erweitern ist. Das resultierende Spektrum setzt sich aus einer Summe zusammen, die sich in vier Teilspektren zerlegen lässt:

1. dem Spektrum der unbegrenzten Struktur,
2. dem gewichteten Spektrum der unbegrenzten Struktur hervorgerufen durch die Begrenzung der Apertur,
3. dem Spektrum des an der Kante bzw. den Kanten reflektierten Anteils und
4. dem Spektrum des an der Kante bzw. den Kanten gebeugten Anteils.

Berücksichtigen wir zudem ein Anregungselement, ist noch ein weiterer Beitrag hinzuzufügen. Die Untersuchungen zum Einfluss der Begrenzung hatten

stets die Intention, die Frage zu klären, wie die Dispersion der unbegrenzten Struktur im Hinblick auf eine bestimmte Richtcharakteristik angepasst werden muss.

Mit Hilfe der abgeleiteten Ausdrücke sind wir nun in der Lage, eine Antenne auf Basis einer Leckwellenstruktur zu entwerfen, dabei ergibt sich durch die Begrenzung ein zusätzlicher Freiheitsgrad in Form der Fensterlänge  $\xi$ . Mit diesem Parameter und der Wellenzahl der Leckwelle können wir die Hauptstrahlungsrichtung und die Keulenbreite der Antenne einstellen.

Grundsätzlich lassen sich mit Leckwellenstrukturen auch Anwendungen adressieren, bei denen bisher vorwiegend resonante Antennenstrukturen zum Einsatz kommen. Stark begrenzte Leckwellenantennen zeigen Direktivitäten, die mit denen von Patch-Antennen oder Dipolen über einer Massefläche vergleichbar sind. Der Vorteil gegenüber diesen Antennen besteht im dispersiven Verhalten der Leckwellenstruktur, das eine Variation der Hauptstrahlungsrichtung erst ermöglicht. Auch im Vergleich zu Mehrantennenanordnungen ist der Einsatz einer Leckwellenstruktur unter Umständen vorteilhaft. Sofern sich die gewünschte Richtcharakteristik mit einer Leckwellenantenne realisieren lässt, kann diese in der Tat eine Alternative sein, da hier nicht mehrere Antennen zu speisen sind, sondern lediglich ein Anregungselement. Dadurch reduziert sich schließlich der Aufwand bei der Speisung.

Wir müssen uns allerdings auch der Einschränkungen bewusst sein, die insbesondere mit einer starken Begrenzung einhergehen. Zunächst ist hier der Wertebereich der Hauptstrahlungsrichtung zu nennen, dessen obere Grenze mit der Fensterlänge abnimmt; die Eigenschaft des *frequency scanning* zeigt sich dementsprechend nur noch in verminderter Form. Außerdem sind die hohen Nebenkeulen zu erwähnen, die für bestimmte Anwendungen unter Umständen nicht tolerierbar sind. Bei der Leckwellenantenne basierend auf einer periodisch belasteten Mikrostreifenleitung (Abschnitt 5.4.1) beispielsweise belief sich der Pegel der ersten Nebenkeule auf etwa  $-7.0$  dB gegenüber dem Hauptmaximum. Eine verbesserte Nebenkeulenunterdrückung lässt sich durch einen zugeschnittenen Amplitudenverlauf entlang der Struktur erreichen [45]. Die Zielstellung besteht dabei in der Realisierung einer *ortsabhängigen* Dämpfungskonstante bei gleichzeitig *ortsunabhängiger* Phasenkonstante der Leckwelle—dies ist unter Umständen schwierig zu erreichen. Mathematisch kann dieser Fall durch eine modifizierte Fensterfunktion formuliert werden, auf Basis derer der Einfluss der Begrenzung auf ähnliche Weise untersucht werden kann, wie in Abschnitt 5.3 und 5.6 ausgeführt.



# Kapitel 6

## Entwurf einer Leckwellenantenne mit konischer Richtwirkung

Im vorangegangenen Kapitel haben wir ausführlich die Strahlungseigenschaften begrenzter Leckwellenstrukturen untersucht. Mit Hilfe der gewonnenen Erkenntnisse werden wir uns in diesem Kapitel mit dem Entwurf einer Antenne für eine bestimmte Anwendung beschäftigen. Die Antenne wird auf den Empfang zirkular polarisierter Satellitensignale zugeschnitten, die bei einer vorgegebenen Elevation eintreffen. Wir gehen von einem mobilen Szenario aus, d.h., es ist eine azimutunabhängige und somit konische Richtcharakteristik erforderlich. Die Antenne basiert auf einer periodisch strukturierten Oberfläche, die durch eine gekreuzte Dipolanordnung angeregt wird.

Nachdem wir die Anforderungen an die Antenne definiert haben, konzentrieren wir uns auf die Aspekte, die für den Entwurf relevant sind. Dies schließt insbesondere den Entwurf der periodisch strukturierten Oberfläche ein. Danach befassen wir uns mit der messtechnischen Charakterisierung der Antenne, bevor wir uns zum Abschluss des Kapitels mit der Bewertung der erreichten Ergebnisse beschäftigen. In diesem Zusammenhang gehen wir auch auf den Vergleich mit anderen Formen der Implementierung ein.

## 6.1 Anforderungen

Einsatzbereich der Antenne ist der mobile Empfang des digitalen Satellitenrundfunks „DVB-SH“. Das Akronym steht dabei für *digital video broadcasting-satellite services to handhelds*. Die Anforderungen an die Antenne lassen sich dem entsprechenden Leitfaden zur Implementierung [134] entnehmen. Für unser Anwendungsbeispiel wählen wir die folgende Antennenspezifikation:

Frequenzbereich:	2.17 GHz–2.20 GHz
Polarisation:	rechtshändig und linkshändig zirkular
Hauptstrahlungsrichtung:	$\hat{\theta}_w = 45^\circ$
3-dB Keulenbreite:	$\Delta\theta \geq 30^\circ$
maximaler Gewinn:	2.0 dBi–8.0 dBi

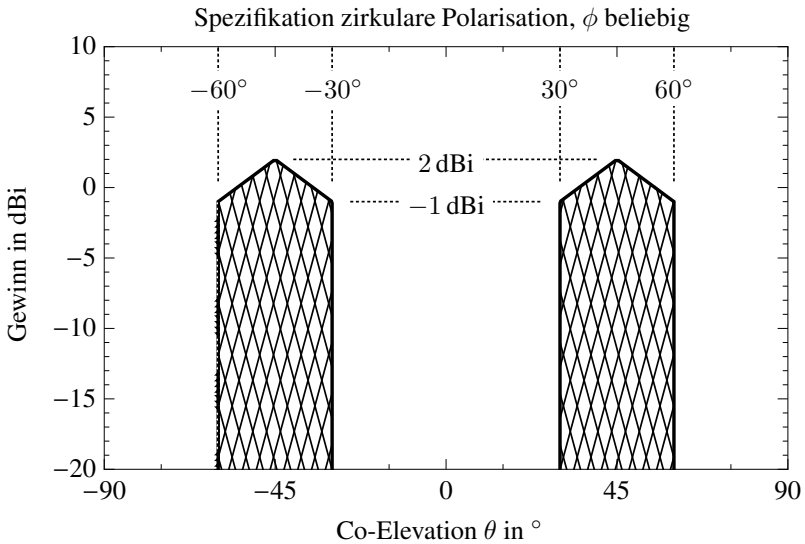
Abbildung 6.1 veranschaulicht die Gewinnspezifikation über der Co-Elevation  $\theta$  bei beliebigem Azimut  $\phi$ . Durch die schraffierten Bereiche werden die Mindestanforderungen hinsichtlich Gewinn und Keulenbreite gekennzeichnet. Im Sinne einer konischen Richtcharakteristik finden wir im Idealfall zwei Hauptmaxima bei  $\theta = 45^\circ$  und  $\theta = -45^\circ$ , deren Pegel unabhängig von  $\phi$  sind.

## 6.2 Entwurf der periodisch strukturierten Oberfläche

Nachdem wir die Spezifikationen der Antenne kennen, können wir nun die periodisch strukturierte Oberfläche entwerfen. Entsprechend der gewünschten Strahlungscharakteristik ist eine Struktur erforderlich, die eine zweidimensionale, zylindrische Leckwellenausbreitung unterstützt. Um diesem Anspruch gerecht zu werden, ist eine Einheitszelle mit einer möglichst kleinen Periode zu wählen. Daher sind Strukturen mit einer einzigen periodischen Lage wie die Pilzstruktur nach Abbildung 3.3a weniger geeignet als Strukturen mit zwei periodischen Lagen, bei denen die Querabmessungen aufgrund der stärkeren Verkopplung benachbarter Zellen geringer ausfallen.

Prinzipiell sind verschiedene Realisierungen möglich, sofern diese eine Homogenisierung der Struktur tatsächlich erlauben und das gewünschte Dispersionsverhalten aufweisen. So könnte auch die Pilzstruktur eingesetzt wer-





**Abbildung 6.1:** Graphische Darstellung der Gewinnspezifikation für die Antenne. Der Gewinn als Funktion der Co-Elevation  $\theta$  soll außerhalb der schraffierten Bereiche verlaufen.

den, deren Querabmessungen gegenüber der Freiraumwellenlänge bei hoher Substratpermittivität ebenfalls gering sind. Damit geht allerdings eine stark ausgeprägte Dispersion einher, was im Sinne einer gegenüber Herstellungstoleranzen robusten Struktur nachteilig ist. Des Weiteren muss beachtet werden, dass bei Simulationen der Antenne, die unter Umständen viele Einheitszellen umfasst, ein hoher Zeit- und Ressourcenaufwand notwendig ist, der umso höher ausfällt, je detaillierter die Einheitszelle selbst und schließlich die gesamte Struktur ausgeführt ist.

Basierend auf den genannten Aspekten wurde die Pilzstruktur mit Zwischenlage nach Abbildung 3.4a gewählt, deren Einheitszelle einfach aufgebaut ist und geringe Querabmessungen besitzt. Im Gegensatz zu einer Ausführung, bei der die Zwischenlage zwar versetzt jedoch nicht verdreht ist, muss dabei allerdings mit einem erhöhten Simulationsaufwand gerechnet werden. Dies gilt insbesondere bei Anwendung der *Finite-Differenzen-Methode im Zeitbe-*

*reich*,\* bei der das Simulationsobjekt in eine kartesische Gitterstruktur zerlegt wird [29, S. 154]: Zum Koordinatensystem schräg verlaufende Kanten müssen dabei sehr fein abgetastet werden, was eine hohe Anzahl an Gitterzellen zur Folge hat. Der Nachteil der Pilzstruktur mit nicht-verdrehter Zwischenlage ist die starke Dispersion—wie eigene Untersuchungen gezeigt haben (vgl. auch [127, Abb. 14])—, was entsprechend obiger Ausführung nachteilig ist.

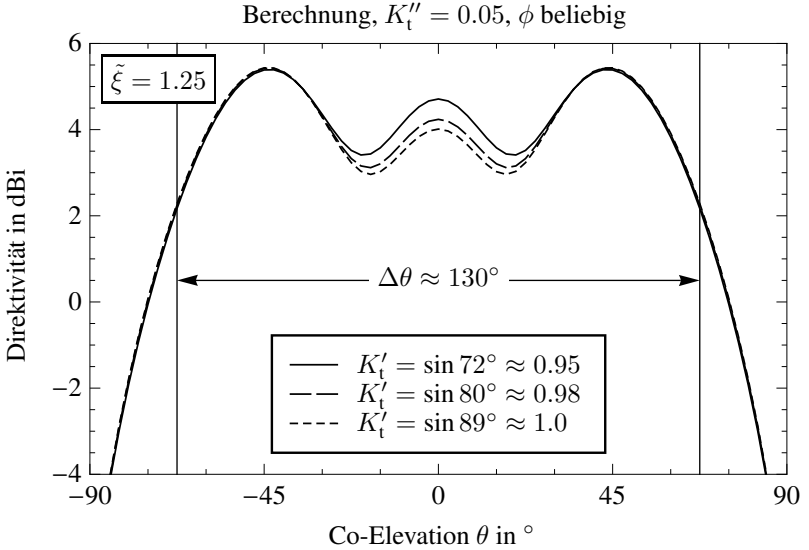
## 6.2.1 Bestimmung der Phasenkonstante und Fenstergröße

Bevor wir die Struktur dimensionieren, bestimmen wir die normierte Phasenkonstante  $K'_t$  und die normierte Fenstergröße  $\xi$ . Da die minimale Keulbreite mit  $\Delta\theta = 30^\circ$  relativ breit ausfällt, müssen wir die Struktur stark begrenzen. Um dabei die gewünschte Hauptstrahlungsrichtung zu erreichen, ist eine Kompensation der Verschiebung der Hauptkeulen in Richtung  $\theta = 0^\circ$  notwendig. Aufgrund der vorgegebenen Elevation der Hauptmaxima ist hier mit einer deutlichen Abweichung der Phasenkonstante  $K'_t$  gegenüber dem Fall einer unendlichen Struktur zu rechnen, d.h.,  $K'_t$  wird einen Wert von  $\sin 45^\circ = 1/\sqrt{2}$  erkennbar überschreiten. Entsprechend (3.3) gehen wir daher von einer kleinen Dämpfungskonstante  $K''_t < 0.1$  bzw.  $K''_t \ll 1$  aus. Mit  $\hat{\theta}_w = 45^\circ$  und  $K''_t = 0.05$  finden wir in Abbildung A.12 auf Seite 235 für die Größe der Struktur  $\xi = 1.25$ . Hinsichtlich der Hauptstrahlungsrichtung kann die Phasenkonstante beliebig innerhalb des Intervalls  $\sin 72^\circ \lesssim K'_t < 1$  gewählt werden. Damit korrespondiert nach Tabelle A.20 eine maximale Direktivität von 5.4 dBi. Aufgrund der geringen Fensterlänge ergibt sich allerdings eine enorme 3-dB Keulbreite  $\Delta\theta$  von etwa  $130^\circ$ . Wie wir aus dem berechneten Fernfeldschnitt in Abbildung 6.2 erkennen, bildet sich neben den Hauptkeulen bei  $\theta \approx \pm 45^\circ$  eine weitere Keule in Zenitrichtung aus, deren Pegel selbst für  $K'_t \rightarrow 1$  lediglich 1.3 dB unter dem Pegel der Hauptmaxima liegt. Zur Berechnung der Direktivitätsverläufe wurde die Beziehung (5.43b) herangezogen, die wir für den Fall einer eindimensionalen Leckwellenstruktur und bidirektionaler Wellenausbreitung abgeleitet haben. Die Begrenzung der Struktur wurde somit als kreisförmig angenommen.

Um die Nebenkeule bei  $\theta = 0^\circ$  abzuschwächen, ist eine Vergrößerung der Struktur notwendig. Dies führt allerdings entsprechend Abbildung A.12 zu

---

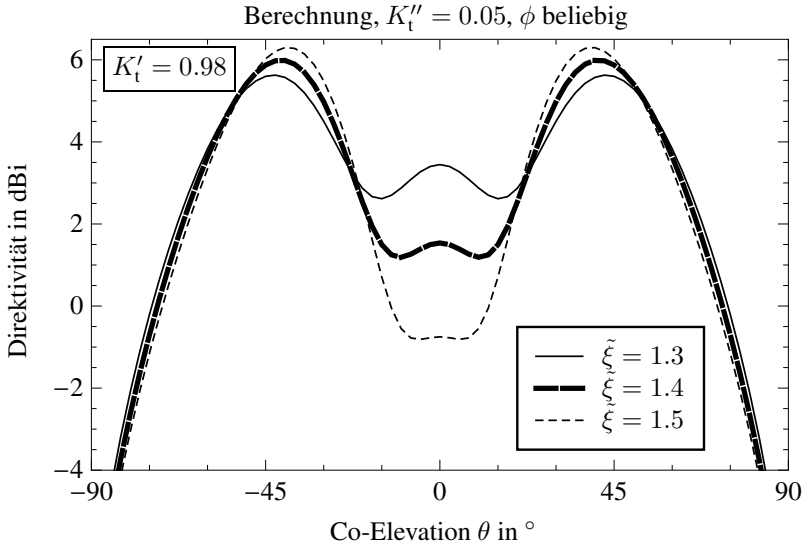
\*in der englischsprachigen Literatur unter *finite-difference time-domain method* bzw. der Abkürzung FDTD bekannt



**Abbildung 6.2:** Direktivität einer begrenzten Leckwellenstruktur nach (5.43b) und (5.10) als Funktion von  $\theta$  für  $K_t'' = 0.05$  und  $\tilde{\xi} = 1.25$  mit  $K_t'$  als Parameter. Die vertikalen Linien kennzeichnen die Winkel, bei denen die Direktivität um 3.0 dB gegenüber den Hauptmaxima abgefallen ist.

einer Verschiebung der Hauptkeulen in Richtung Zenit, sofern  $\tilde{\xi} \leq 2$ . Abbildung 6.3 zeigt den Verlauf der Direktivität nach (5.43b) als Funktion von  $\theta$  für  $K_t' = 0.98 \approx \sin 80^\circ$  und  $\tilde{\xi} = \{1.3, 1.4, 1.5\}$ . Für  $\tilde{\xi} = 1.3$  fällt die 3-dB Keulenbreite sehr groß aus, so umfasst dieser Winkelbereich noch immer beide Hauptkeulen und die Nebenkeule bei  $\theta = 0^\circ$ . Für  $\tilde{\xi} = 1.5$  erkennen wir, dass die Nebenkeule nahezu verschwunden ist und sich nun die Keulenbreite separat für die beiden Hauptkeulen ermitteln lässt. Die Abweichung der Hauptmaxima von der gewünschten Hauptstrahlungsrichtung  $\hat{\theta}_w = 45^\circ$  wird allerdings sichtbar. Für  $\tilde{\xi} = 1.4$  zeigt sich die Abweichung weniger deutlich, der Pegel bei  $\theta = 0^\circ$  fällt jedoch um 2.2 dB höher aus als für  $\tilde{\xi} = 1.5$ . Die Keulenbreite beläuft sich auf  $\Delta\theta = 43.0^\circ$ , womit eine maximale Direktivität von etwa 5.9 dBi korrespondiert (vgl. Tabelle A.20).

Basierend auf den gefundenen Ergebnissen erscheinen die Werte  $\tilde{\xi} = 1.4$



**Abbildung 6.3:** Direktivität einer begrenzten Leckwellenstruktur nach (5.43b) als Funktion von  $\theta$  für  $K_t' = 0.98$  und  $K_t'' = 0.05$  mit  $\tilde{\xi}$  als Parameter.

und  $K_x' = 0.98$  als Ausgangspunkt für den Entwurf der Struktur am besten geeignet zu sein. Grundsätzlich können wir die Struktur auch auf eine Größe von  $\tilde{\xi} = 1.5$  begrenzen—der Direktivitätsverlust bei  $\theta = \pm 45^\circ$ , der mit der Verschiebung der Hauptkeulen einhergeht, ist marginal. Da die in Abschnitt 6.1 definierten Anforderungen aber einen mobilen Einsatz der Antenne implizieren, ist die Fenstergröße im Sinne möglichst geringer Lateralabmessungen zu wählen.

## 6.2.2 Dimensionierung der Einheitszelle

Bei der Dimensionierung der Einheitszelle haben wir diverse Parameter zu berücksichtigen. Dazu zählen neben der Gitterkonstanten  $a$  die Höhen  $h_1$  und  $h_2$  und die relativen Permittivitäten  $\varepsilon_{r,1}$  und  $\varepsilon_{r,2}$  der Substratschichten sowie die Spaltbreiten  $g$  und  $g_1$  zwischen benachbarten Elementen der strukturierten Lagen (vgl. Abschnitt 4.2.2, S. 83 ff.).

Hinsichtlich der Substrathöhen sind wir an die Werte gebunden, die herstellerseitig zur Verfügung stehen bzw. die durch Schichtung mehrerer Lagen genormter Höhe realisiert werden können. Bei der Substratschicht, die die obere von der inneren Lage isoliert, ist im Sinne einer kleinen Gitterkonstanten auch eine möglichst dünne Substratschicht zu verwenden. Die Höhe der zweiten Substratschicht, die sich zwischen der inneren und der unteren Lage befindet, ist hingegen ausreichend groß zu wählen. Eine dünne Substratschicht zieht eine flache Dispersionskurve nach sich, was die Struktur gegenüber eventuell auftretenden Ungenauigkeiten beim Fertigungsprozess anfällig macht.

Ebenso wie die Höhen sind auch die Permittivitäten der Substrate nicht frei wählbar. Grundsätzlich ist darauf zu achten, dass möglichst verlustarme Materialien zum Einsatz kommen, um eine hohe Strahlungseffizienz zu erreichen. Nachteilig sind hohe Permittivitäten, so lassen sich dadurch zwar sehr kleine Gitterkonstanten realisieren, allerdings führen diese auch zu sehr flachen Dispersionskurven.

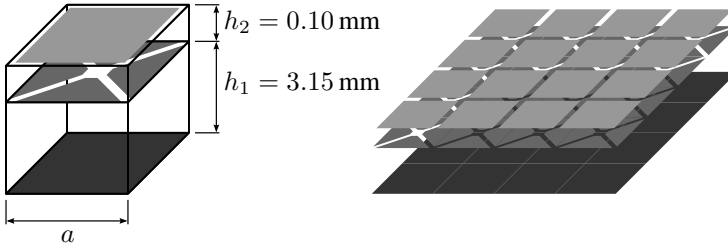
Die Spaltbreiten sind möglichst klein zu wählen, da wir eine kleine Gitterkonstante anstreben. Im Hinblick auf die Fertigung der Struktur müssen jedoch Mindestabstände zwischen den einzelnen Elementen der strukturierten Lagen eingehalten werden. Ein aus praktischer Sicht günstiger Wert ist  $g = g_1 = 0.2 \text{ mm}$ .\*

Als Substrat wurde „RO4003C“ gewählt mit einer relativen Permittivität von 3.55 und einem dielektrischen Verlustfaktor von 0.0027 [131] (Nominalwerte). Die Substrathöhen betragen  $h_1 = 3.15 \text{ mm}$  und  $h_2 = 0.10 \text{ mm}$  (vgl. Abbildung 3.4a, S. 45). Abbildung 6.4 zeigt eine Skizze der Einheitszelle, die im Gegensatz zur Zelle in Abbildung 3.4a *keine* Durchkontaktierung besitzt. Diese hat nahezu keine Auswirkung auf die Ausprägung bzw. den dispersiven Verlauf des Leckwellenmodes, wie wir nachfolgend noch sehen werden.

Als letzter Parameter der Einheitszelle bleibt noch die Gitterkonstante  $a$  zu bestimmen. Entsprechend des Zusammenhangs zwischen Dispersion *entlang* der Oberfläche und Reflexion an der Oberfläche, mit dem wir uns in Abschnitt 5.2 beschäftigt haben, können wir  $a$  mit Hilfe der Beziehungen ermitteln, die wir in Abschnitt 4.2.2 auf Seite 83 ff. im Anschluss an die Analyse des Reflexionsverhaltens gefunden haben. Auch deshalb erweist sich die Wahl der Pilzstruktur mit Zwischenlage als günstig, da wir

---

\*Welcher Wert zu zuverlässigen Ergebnissen führt, hängt letztlich vom jeweiligen Hersteller ab.



**Abbildung 6.4:** Periodisch strukturierte Oberfläche: Auf der linken Seite ist die Einheitszelle zu sehen, auf der rechten Seite ein Ausschnitt der Struktur. Im Gegensatz zur Pilzstruktur mit Zwischenlage nach Abbildung 3.4a besitzt die Struktur hier keine Durchkontaktierungen.

auf entsprechende Entwurfsvorschriften zurückgreifen können. Dabei ist jedoch zu beachten, dass diese für den Fall eines Feldeinfalls aus Normalenrichtung gültig sind, d.h. für  $K'_l = 0$ . Wir müssen somit zunächst die untere Grenzfrequenz des Leckwellenbereichs abschätzen. Wir gehen dazu vom simulierten Dispersionsdiagramm der Pilzstruktur mit Zwischenlage in Abbildung 3.4b aus. Der Leckwellenbereich erstreckt sich hier über den Frequenzbereich von  $f_{\text{res}} = 2.42 \text{ GHz}$  bis  $f_0 = 2.78 \text{ GHz}$  mit  $f_0 = c/\lambda$  der Frequenz, bei der sich die Kurve des Leckwellenmodes und die Lichtlinie schneiden. Dies entspricht einer relativen Bandbreite  $\frac{f_0 - f_{\text{res}}}{f_{\text{res}}}$  von 0.15. Nehmen wir an, dass sich der Leckwellenbereich der Struktur in Abbildung 6.4 über dieselbe relative Bandbreite erstreckt, dann erhalten wir als untere Grenzfrequenz  $f_{\text{res}} = 1.90 \text{ GHz}$ ; vorausgesetzt wir setzen die obere Grenzfrequenz  $f_0$  mit der Bandmittenfrequenz der Antenne von  $2.185 \text{ GHz}$  gleich, was aufgrund der Phasenkonstanten von  $k'_l = 0.98 k_0$  gerechtfertigt ist. Mit (4.15) erhalten wir schließlich aus (4.19) für die Gitterkonstante  $a \approx 5.24 \text{ mm}$ .

### 6.2.3 Simulation der Dispersion

Wir haben bereits in Abschnitt 4.2.2 am Beispiel der Zelle nach Abbildung 3.4a gesehen, dass die analytisch gefundene Gitterkonstante als Approximation zu verstehen ist und lediglich als Ausgangspunkt beim Entwurf dient.

$$K'_t = 0.98, f_{\text{des}} = 2.185 \text{ GHz}$$

Iteration $i$	Gitterkonstante $a^{(i)}$ in mm	Istfrequenz $f^{(i)}(K'_t)$ in GHz	Differenz $ f^{(i)} - f_{\text{des}} $ in GHz
1	5.24	2.415	0.230
2	5.79	2.140	0.045
3	<b>5.67</b>	2.186	0.001

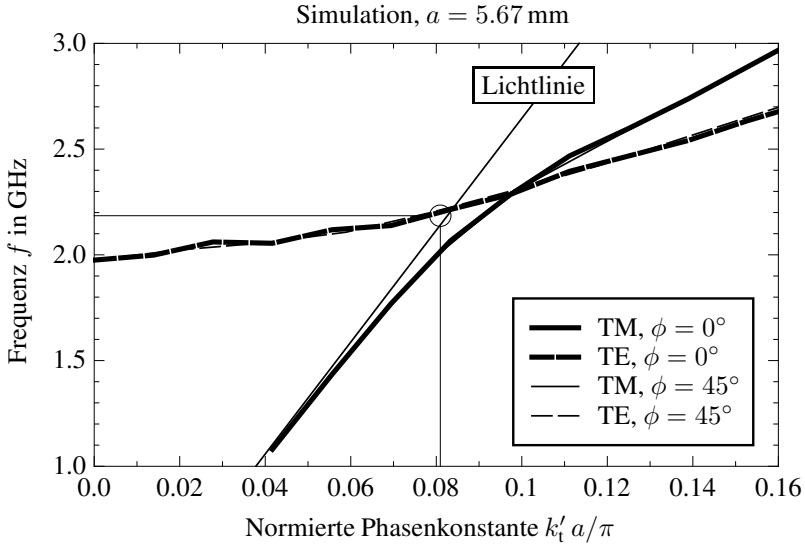
**Tabelle 6.1:** Ergebnisse der iterativen Suche nach der optimalen Gitterkonstante  $a$  mit Hilfe von Simulationen der Einheitszelle.

Um das Ergebnis zu verbessern, sind wir auf Simulationen des Dispersionsverhaltens angewiesen, bei denen beispielsweise iterativ nach dem optimalen  $a$  gesucht wird. Eigene Untersuchungen haben gezeigt, dass unter der Annahme einer einfachen umgekehrten Proportionalität zwischen der Gitterkonstante und der Frequenz, bei der die gewünschte Phasenkonstante  $K'_t$  der Leckwelle auftritt, bereits nach wenigen Iterationen ein optimaler Wert gefunden werden kann. Die Vorgehensweise lässt sich wie folgt beschreiben:

1. Simulation der Zelle mit dem analytisch ermittelten Wert für  $a^{(1)}$ , wobei die hochgestellte (1) die 1. Iteration kennzeichnet,
2. Bestimmung der Frequenz  $f^{(1)}(K'_t)$ ,
3. Bestimmung von  $a^{(2)} = a^{(1)} f^{(1)} / f_{\text{des}}$  für die 2. Iteration, dabei steht  $f_{\text{des}}$  für die Zielfrequenz, und
4. Simulation der modifizierten Zelle.

Nach der Simulation im 4. Schritt erfolgt im 2. Schritt ein Vergleich mit der Zielfrequenz, wobei der Grad der Iteration um Eins zu erhöhen ist. Bei einer Differenz mit der tatsächlichen Frequenz wird gemäß Schritt 3 ein neuer Wert für die Gitterkonstante ermittelt und die modifizierte Zelle erneut simuliert. Diese Abfolge wiederholt sich solange, bis die absolute Differenz zwischen Soll- und Istfrequenz bei  $K'_t$  einen maximal zulässigen Fehler unterschreitet.

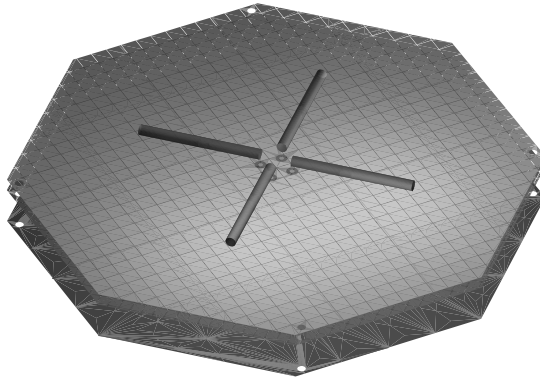
Die Ergebnisse der einzelnen Iterationen sind Tabelle 6.1 zu entnehmen. Bereits nach der 3. Iteration ist eine ausreichende Annäherung an die Zielfrequenz zu erkennen. Die Gitterkonstante ist in diesem Fall  $a = 5.67$  mm.



**Abbildung 6.5:** Ausschnitt aus dem simulierten Dispersionsdiagramm der Leckwellenstruktur nach Abbildung 6.4 mit  $a = 5.67 \text{ mm}$ . Aufgetragen sind die ersten beiden Moden für  $\phi = 0^\circ$  (fett dargestellt) und  $\phi = 45^\circ$  (dünn dargestellt). Der Kreis umschließt die Region, in der die gewünschte Phasenkonstante bei 2.185 GHz zu finden ist.

Das Ergebnis der Simulation des Dispersionsverhaltens zeigt Abbildung 6.5 [130]. Aufgetragen sind jeweils die Kurven der ersten beiden Moden für die Ausbreitung in Richtung  $\phi = 0^\circ$  bzw.  $\phi = 45^\circ$ , d.h. entlang der Kante  $\Gamma \rightarrow X$  bzw.  $\Gamma \rightarrow M$ . Wir erkennen, dass sich zwischen beiden Kurven *keine* Bandlücke ausbildet, was auf das Fehlen der Durchkontaktierung zurückzuführen ist. Ein Leckwellenbereich bildet sich dennoch aus, wofür, in Anlehnung an die Diskussion in Abschnitt 3.3.3 auf Seite 57 ff., die kapazitive Längskopplung zwischen den Zellen verantwortlich ist. Eine Abhängigkeit vom Azimutwinkel lässt sich innerhalb des dargestellten Bereiches nicht erkennen, dies gilt sowohl für die Kurve der TM- als auch für die der TE-Moden.





**Abbildung 6.6:** Dreidimensionale Darstellung der Leckwellenantenne bestehend aus einer periodisch strukturierten Oberfläche und zwei gekreuzten Dipolen zur Anregung [146]. Die Abbildung zeigt die drei metallisierten Lagen der periodisch strukturierten Oberfläche sowie die Dipole, die unmittelbar über der Oberfläche angeordnet sind. Die vier Löcher an den Rändern dienen der Montage.

## 6.3 Simulation

Nachdem wir den Entwurf der periodisch strukturierten Oberfläche diskutiert haben, können wir nun zum nächsten Schritt übergehen und uns mit der Untersuchung der gesamten Anordnung bestehend aus der begrenzten Struktur sowie den Anregungselementen beschäftigen. Abbildung 6.6 zeigt die Anordnung [146]. Die Struktur besitzt die Form eines Oktagons. Die Anregung erfolgt durch zwei Dipole, die gekreuzt angeordnet sind.

Zur Simulation kam ein Werkzeug zum Einsatz, das mit Hilfe der FDTD-Methode arbeitet [135]. Um den Simulationsaufwand zu verringern, wurde die Symmetrie der Anordnung ausgenutzt. Abbildung 6.7 skizziert das Vorgehen. Durch die Struktur werden eine elektrische und eine magnetische Wand gelegt, dadurch wird das zu untersuchende Gebiet um den Faktor 4 reduziert. Bei Speisung des verbleibenden Arms (hervorgehoben in Abbildung 6.7 links)

ergibt sich in der Simulation das Feld für den Fall einer kreuzpolarisierten Anregung. Da wir am Empfang zirkular polarisierter Wellen interessiert sind, ist prinzipiell eine weitere Simulation erforderlich, bei der die elektrische und magnetische Wand ihrer Rollen tauschen. Aus Symmetriegründen kommt die Vertauschung allerdings einer einfachen Rotation um  $90^\circ$  um die Oberflächennormale gleich, d.h., das Feld lässt sich aus der ersten Simulation bereits extrahieren. Das Feld bei Speisung eines einzelnen Dipols erhalten wir schließlich aus der komponentenweisen Addition bzw. Subtraktion beider Ergebnisse, wie in Abbildung 6.7 illustriert. Daraus lässt sich schließlich auch die Feldcharakteristik im Fall einer rechts- bzw. linkshändigen Polarisation bestimmen.

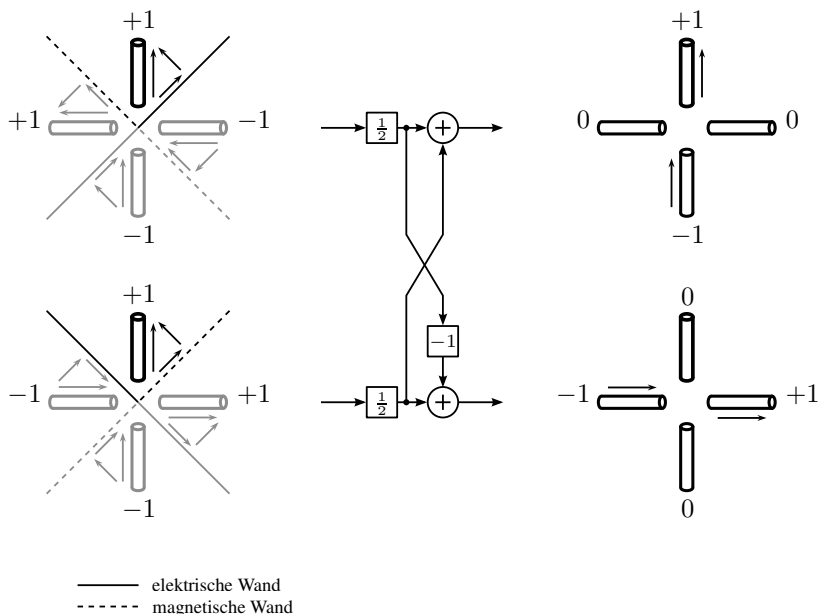
Wir betrachten zunächst die Ergebnisse für das Nahfeld, mit deren Hilfe die Periode  $a$  der Struktur angepasst wurde. Anschließend gehen wir auf die simulierte Fernfeldcharakteristik ein.

### 6.3.1 Nahfeld; Anpassung der Gitterkonstanten

Bei der Simulation der Antenne wurde die Einheitszelle zunächst entsprechend dem Entwurf in Abschnitt 6.2 dimensioniert. Die Ergebnisse für das Nahfeld haben allerdings gezeigt, dass die Phasenkonstante der Leckwelle mit diesen Abmessungen wesentlich geringer ausfällt als angestrebt. Dies ist gemäß dem Monontieverhalten der Dispersion auf eine zu geringe Gitterkonstante zurückzuführen, obwohl bei den Untersuchungen der periodischen Struktur selbst das gewünschte Ergebnis erreicht wurde. An diesem Beispiel wird besonders deutlich, wie schwierig sich der Prozess des Entwurfs tatsächlich gestaltet und wie schwierig es ist, zuverlässige Ergebnisse bei der Simulation des Dispersionsverhaltens zu erhalten, das aus den Simulationsergebnissen der unendlichen Struktur hervorgeht [105].

Mit Hilfe des Iterationsverfahrens, das wir in Abschnitt 6.2.2 besprochen haben, wurde ein optimales  $a$  gesucht, wobei hier anstatt der Dispersion der Einheitszelle das Nahfeld der Gesamtanordnung zur Bestimmung der relativen Phasenkonstante diente. Für  $a = 6.35$  mm zeigte sich schließlich der gewünschte Wert von  $K'_l = 0.98$ . Die Struktur umfasst entlang der x- bzw. y-Achse 30 Zellen, damit beläuft sich die Fensterlänge auf  $\tilde{\xi} \approx 1.39$  bei 2.185 GHz.

Die Verteilung des elektrischen Feldes entlang der Oberfläche illustriert Abbildung 6.8 für den Fall einer rechtshändigen zirkular polarisierten Welle bei 2.19 GHz. Schließen wir den Bereich in unmittelbarer Nähe der Dipole aus

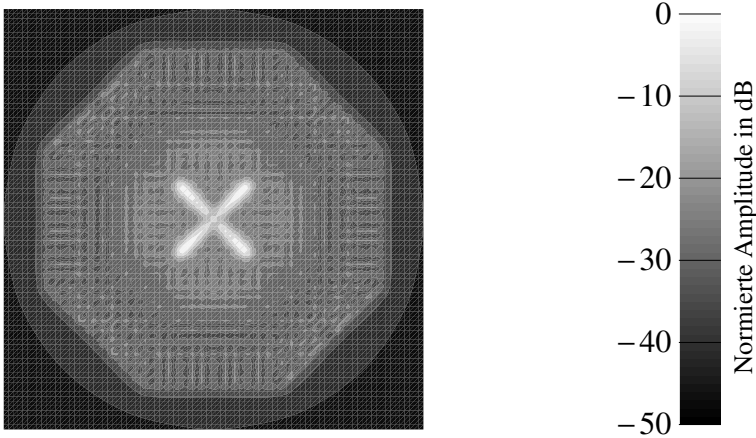


Kreuzpolarisation  
(dual-lineare Polarisation)

lineare Polarisation

**Abbildung 6.7:** Skizze zur Vorgehensweise bei der Simulation. Durch Einfügen von Symmetrieebenen in Form einer magnetischen und einer elektrischen Wand lässt sich die Komplexität um den Faktor 4 reduzieren, wie im linken Teil der Abbildung schwarz hervorgehoben. Die Felder bei linearer Polarisation (im rechten Teil skizziert) ergeben sich aus der geeigneten Kombination der Ergebnisse, hier durch den Signalfussgraph in der Mitte verdeutlicht. Die Vektoren kennzeichnen die Stromflussrichtung entlang der Dipole und deren Projektionen auf die Symmetrieebenen.

Simulation elektrisches Nahfeld, rechtshänd. zirk. Pol., 2.19 GHz

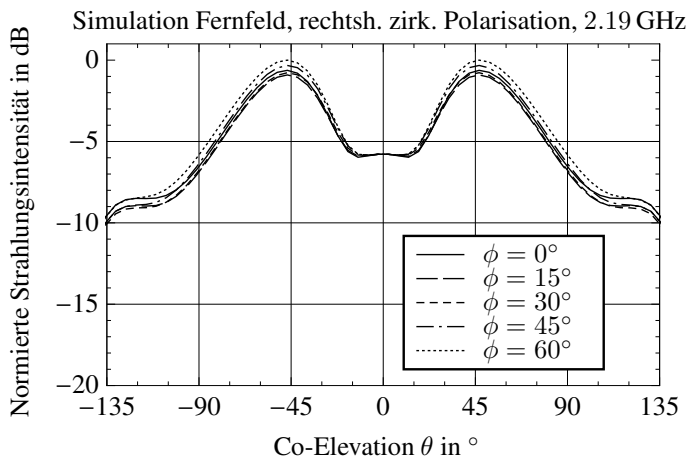


**Abbildung 6.8:** Momentaufnahme der Amplitudenverteilung des elektrischen Feldes unmittelbar auf der Oberfläche bei zirkular polarisierter Speisung für  $f = 2.19$  GHz. Die oktagonale Berandung zeichnet sich deutlich ab. Die Amplitude ist im logarithmischen Maßstab aufgetragen nomiert auf das Maximum. Die Dynamik beträgt 50 dB.

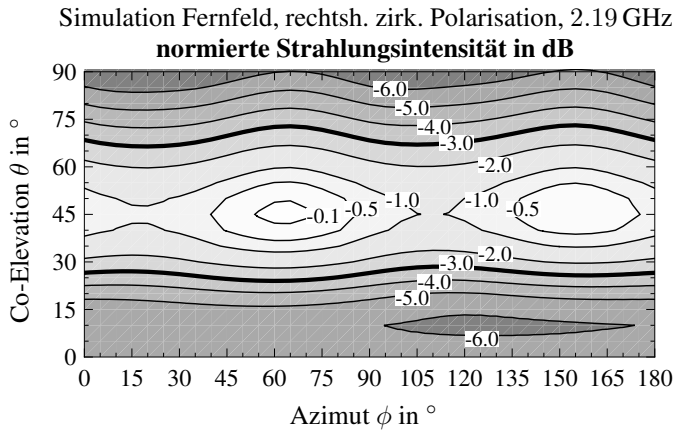
den Betrachtungen aus, dann erkennen wir, dass sich das Feld nahezu zylinderförmig ausbreitet; die Abhängigkeit vom Azimutwinkel  $\phi$  ist nur marginal ausgeprägt. Die Begrenzung auf eine oktagonale Form zieht zwar zwangsläufig eine Störung der Kreissymmetrie nach sich—die hinsichtlich der Wellenausbreitung ohnehin nur angenähert gilt—, viel deutlicher tritt jedoch die Störung durch die Dipole hervor. Inwieweit dadurch das Fernfeld beeinflusst wird, diskutieren wir im Folgenden.

### 6.3.2 Fernfeld

Abbildung 6.9 zeigt die simulierte Fernfeldcharakteristik bei 2.19 GHz für den Fall einer rechtshändigen zirkularen Polarisation. Aufgetragen ist die Strahlungsintensität als Funktion der Co-Elevation  $\theta$  für  $\phi = \{0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ\}$ . In der Simulation wird eine nahezu ideal



**Abbildung 6.9:** Simulierte Fernfeldcharakteristik der Antenne nach Abbildung 6.6 bei 2.19 GHz als Funktion von  $\theta$  im Fall rechtshändiger zirkularer Polarisation mit  $\phi$  variabel.



**Abbildung 6.10:** Simulierte Fernfeldcharakteristik der Antenne nach Abbildung 6.6 bei 2.19 GHz als Funktion von  $\theta$  und  $\phi$  im Fall rechtshändiger zirkularer Polarisation. Die fettgedruckten Konturlinien kennzeichnen den Abfall um 3.0 dB vom Hauptmaximum.

konische Richtcharakteristik erreicht. Die Hauptmaxima sind bei  $\theta \approx \pm 45.0^\circ$  zu finden. Die maximale Variation des Pegels in Hauptstrahlungsrichtung mit dem Azimut beläuft sich auf 1.0 dB. Die 3-dB Keulenbreite bewegt sich in Abhängigkeit von  $\phi$  zwischen  $\Delta\theta \approx 48.1^\circ$  und  $\Delta\theta \approx 49.2^\circ$ .\*

Zur Verdeutlichung der geringen Azimutabhängigkeit sind in Abbildung 6.10 die Höhenlinien der normierten Amplitude im Fernfeld als Funktion von  $\theta$  und  $\phi$  aufgetragen. Die zwei hervorgehobenen Konturen kennzeichnen den Abfall um 3 dB bezogen auf das Maximum. Beide variieren nur geringfügig mit  $\phi$ . Die Mindestanforderung von  $\Delta\theta = 30^\circ$  wird über den gesamten Azimutbereich erreicht.

## 6.4 Aufbau und Messung

Im Anschluss an die Simulation wurde die Antenne implementiert. Abbildung 6.11 zeigt ein Lichtbild der Gesamtanordnung. Die vier Speiseelemente, die den Armen der beiden Dipole entsprechen, befinden sich etwa 1 mm über der Struktur. Sie werden jeweils separat von der Unterseite der Struktur über koaxiale Messbuchsen gespeist; formal handelt es sich also um ein Viertor. Die Länge eines Dipols bestehend aus zwei gegenüber liegenden Elementen beträgt einschließlich des Spalts zwischen den Armen etwa 70.5 mm. Die Antenne misst eine Höhe von 5.5 mm, dies entspricht etwa  $\lambda/25$  bei 2.185 GHz.

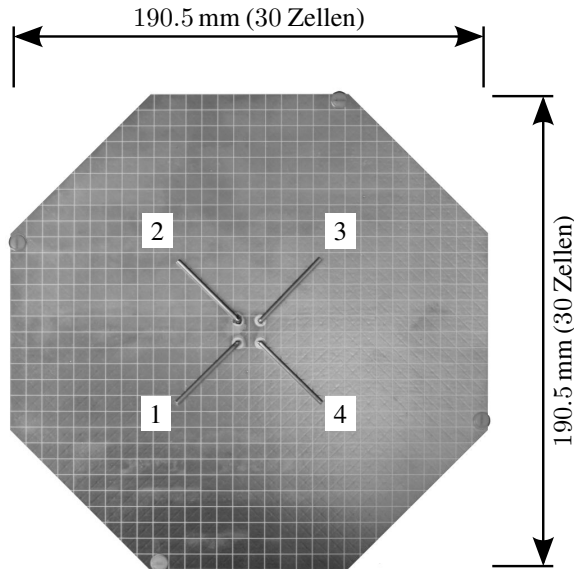
Die Antenne wurde sowohl hinsichtlich ihrer Streuparameter als auch hinsichtlich ihrer Fernfeldcharakteristik messtechnisch untersucht. Im Folgenden diskutieren wir die erreichten Ergebnisse.

### 6.4.1 Streuparameter

Zunächst gehen wir auf die Messung der Streuparameter ein, wobei insbesondere die Anpassung von Interesse ist. Da es sich um eine Mehrtorantenne handelt, hängt das Verhältnis von reflektierter Leistung zu verfügbarer Leistung von der Speisung ab, d.h., wie stehen die Amplituden und Phasen der einzelnen Tore zueinander.

---

\*Diese Werte wurden anhand der interpolierten Fernfelddaten ermittelt [133].



**Abbildung 6.11:** Lichtbild der implementierten Antenne. Die virtuelle Fläche der Struktur beträgt  $(30 a)^2 = 190.5 \text{ mm} \times 190.5 \text{ mm}$ . Die Speisung der vier Anregungselemente 1, 2, 3 und 4 erfolgt von der Unterseite, auf der koaxiale Messbuchsen montiert sind. Aufgrund der Buchsen entsteht ein Spalt zwischen gegenüber liegenden Elementen. Die Schrauben dienen der Befestigung auf einer Halterung.

Zur Bestimmung der Reflexion definieren wir die hermitesche Matrix [24, S. 111]

$$\tilde{H}_{\text{acc}} = \tilde{I} - \tilde{S}^H \tilde{S} \quad (6.1)$$

mit der Streumatrix der Antenne  $\tilde{S}$  und der  $4 \times 4$  Einheitsmatrix  $\tilde{I}$ .  $\tilde{S}^H$  steht für die hermitesch Transponierte von  $\tilde{S}$ . Wir verstehen  $\tilde{H}_{\text{acc}}$  hier als *Matrix der akzeptierten Leistung*.<sup>\*</sup> Die von der Antenne reflektierte Leistung ergibt sich aus

$$P_r = \vec{a}^H \vec{a} - \vec{a}^H \tilde{H}_{\text{acc}} \vec{a} = P_{\text{av}} - P_{\text{acc}} \quad (6.2)$$

---

<sup>\*</sup>In [78] wird  $\tilde{H}_{\text{acc}}$  als *Strahlungsmatrix* geführt, da sie ein Maß für die abgestrahlte Leistung darstellt, eine verlustlose Antenne vorausgesetzt.

dabei beschreibt  $\vec{a}$  den Vektor der zum Mehrtor hinlaufenden Wellen.  $P_{av} = \vec{a}^H \vec{a}$  steht für die verfügbare Leistung,  $P_{acc} = \vec{a}^H \tilde{H}_{acc} \vec{a}$  für die von der Antenne aufgenommene bzw. akzeptierte Leistung. Für den Reflexionsfaktor erhalten wir schließlich

$$\Gamma_{in}(\vec{a}) = \sqrt{\frac{P_r}{P_{av}}} = \sqrt{\frac{P_{av} - P_{acc}}{P_{av}}} = \sqrt{\frac{\vec{a}^H \vec{a} - \vec{a}^H \tilde{H}_{acc} \vec{a}}{\vec{a}^H \vec{a}}}. \quad (6.3)$$

Abbildung 6.12 illustriert den Amplitudenfrequenzgang des Reflexionsfaktors  $\Gamma_{in}(\vec{a})$  für den Fall einer zirkularen Polarisation mit  $\vec{a} = (1 \ j \ -1 \ -j)^T$ . Zusätzlich zeigt das Diagramm den Amplitudenverlauf von  $s_{11}$ ,  $s_{21}$  und  $s_{31}$ , die repräsentativ der Messung der Streuparameter entnommen wurden; die übrigen Parameter lassen sich aus Symmetriegründen aus jenen ableiten. Innerhalb der interessierenden Bandbreite von 2.17 GHz bis 2.20 GHz ist die Kopplung zwischen benachbarten Anregungselementen nahezu verschwindend, wie wir aus dem Verlauf von  $s_{21}$  erkennen. Dies gilt in ähnlicher Form auch bei gegenüber liegenden Elementen, auch wenn die Kopplung  $|s_{31}|$  hier stärker ausfällt. Die Reflexion  $|\Gamma_{in}|$  bzw.  $|s_{11}|$  fällt zwar mit  $-5.4$  dB bei Bandmitte unerwünscht hoch aus, allerdings ist dies in erster Linie auf einen erhöhten Wirkanteil der Elemente zurückzuführen, der durch die Struktur hervorgerufen wird (vgl. Abschnitt 4.5.2). Mit Hilfe eines geeigneten Netzwerks lässt sich zumindest innerhalb des Arbeitsfrequenzbereiches der Antenne eine akzeptable Anpassung erreichen.\* Dabei können die einzelnen Tore aufgrund der geringen Kopplung separat angepasst werden.

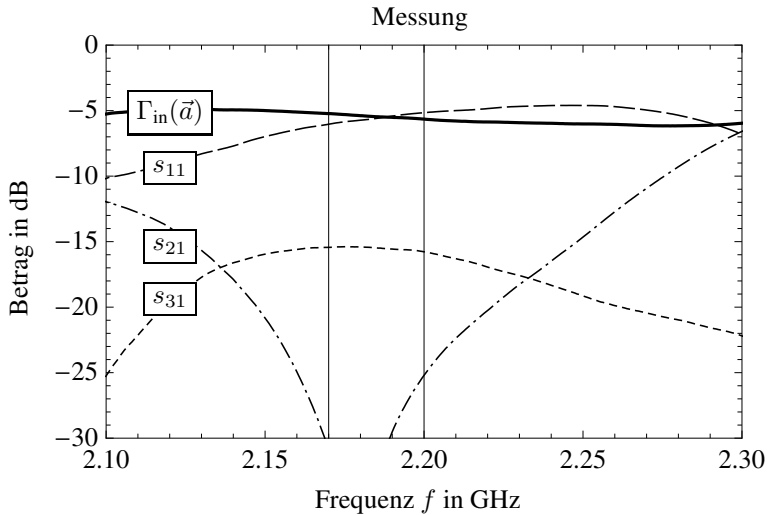
## 6.4.2 Fernfeldcharakteristik

Die Bestimmung des Fernfelds teilt sich in vier einzelne Messungen auf, bei denen jeweils ein Tor gespeist wurde, während die übrigen Tore mit einer  $50\ \Omega$ -Last abgeschlossen waren. Somit konnten auch Unsymmetrien im Aufbau erfasst werden. Das Fernfeld bei zirkularer Polarisation lässt sich schließlich durch die gewichtete Überlagerung der Daten aus den vier Messungen extrahieren.

---

\*Ein Anpassungsnetzwerk wurde im Rahmen der Arbeit nicht implementiert.





**Abbildung 6.12:** Ergebnisse der Streuparametermessung der implementierten Antenne.  $s_{11}$ ,  $s_{21}$  und  $s_{31}$  wurden direkt aufgenommen.  $\Gamma_{\text{in}}(\vec{a})$  (6.3) entspricht dem Verlauf bei rechtshändiger zirkularer Polarisierung. Die Kurve wurde aus der Messung extrahiert. Die vertikalen Linien kennzeichnen den Arbeitsfrequenzbereich.

Abbildung 6.13a zeigt die Direktivität\* bei rechtshändig zirkularer Polarisierung als Funktion von  $\theta$  bei 2.185 GHz mit  $\phi$  als Parameter. Wir erkennen für jeden einzelnen Schnitt die konische Richtcharakteristik, allerdings schwankt der Pegel im Gegensatz zu den Simulationsergebnissen deutlich mit dem Azimut, so ist bei  $\theta = 45^\circ$  eine Variation von etwa 5.1 dB über  $\phi$  zu verzeichnen. Nachfolgende Simulationen haben gezeigt, dass hier die Lage der Durchführungen zur Speisung der Elemente offenbar einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss hat, auch wenn im ungünstigsten Fall nicht derartige Schwankungen des Pegels beobachtet wurden wie in der Messung. Durch einen überarbeiteten Entwurf lässt sich der Einfluss der Durchführungen verringern, diese sind dazu möglichst nahe dem Zentrum der Struktur zu platzieren. Des Weiteren sei hier nochmal auf die Simulation des Nahfeldes verweisen. Wie wir in Abbil-

\*Die abgestrahlte Leistung wurde aus den Messdaten mit Hilfe der Simpson-Regel berechnet [25, S. 37 ff.].

dung 6.8 beobachten, tritt an den diagonalen Kanten scheinbar eine Felderhöhung auf, die sich bei den übrigen Kanten nicht zeigt. Diese offensichtliche Störung der Kreissymmetrie hat sich zwar in der Simulation nicht negativ auf die Fernfeldcharakteristik ausgewirkt, inwieweit jedoch die Messung davon betroffen ist, lässt sich schwer abschätzen. Als weitere Ursache für die Schwankungen der Amplitude können die Schrauben in Frage kommen bzw. deren azimuthale Lage. Der Einfluss der Anregungselemente konnte durch weitere Experimente als Ursache ausgeschlossen werden.

Der Vergleich mit der berechneten Fernfeldcharakteristik nach (5.43b) in Abbildung 6.13a zeigt in Hauptstrahlungsrichtung und in deren unmittelbarer Umgebung eine gute Übereinstimmung. In Zenitrichtung sowie bei  $|\theta| \lesssim 90^\circ$  sind allerdings quantitative Unterschiede zu erkennen.

Die maximale Direktivität der Antenne beläuft sich auf etwa 6.6 dBi bei der Bandmittelfrequenz; sie fällt damit um 0.7 dB höher als in der Analyse.\* Die minimal angestrebte 3-dB Keulenbreite von  $30^\circ$  konnte über alle  $\phi$  erreicht werden, so bewegt sich diese im Bereich zwischen  $38.8^\circ$  und  $52.5^\circ$ . Der maximal realisierte Gewinn der Antenne bei 2.185 GHz beträgt 3.9 dBi. Die Gesamteffizienz  $\eta_{\text{tot}}$ , definiert als das Verhältnis zwischen der von der Antenne abgestrahlten Leistung  $P_{\text{rad}}$  und der verfügbaren Leistung  $P_{\text{av}}$ , ist 0.54. Wir müssen allerdings berücksichtigen, dass in diesem Wert auch die „Verluste“ durch Fehlanpassungen berücksichtigt sind, die aufgrund des Reflexionsfaktors von  $-5.4$  dB entsprechend hoch ausfallen.

Die Strahlungseffizienz der Antenne ergibt aus

$$\eta_{\text{rad}} = \frac{P_{\text{rad}}}{P_{\text{acc}}} = \frac{P_{\text{rad}}}{P_{\text{acc}}} \cdot \frac{P_{\text{av}}}{P_{\text{av}}} = \frac{\eta_{\text{tot}}}{\frac{P_{\text{acc}}}{P_{\text{av}}}}. \quad (6.4)$$

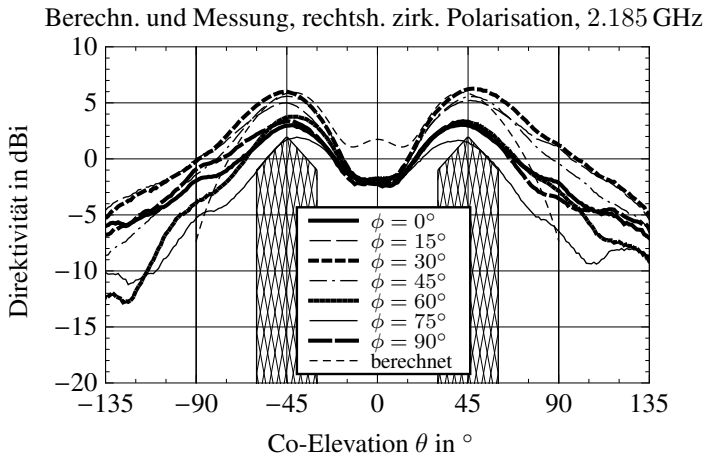
Mit der Anpassungseffizienz

$$\frac{P_{\text{acc}}}{P_{\text{av}}} = \frac{\vec{a}^H \tilde{H}_{\text{acc}} \vec{a}}{\vec{a}^H \vec{a}} \quad (6.5)$$

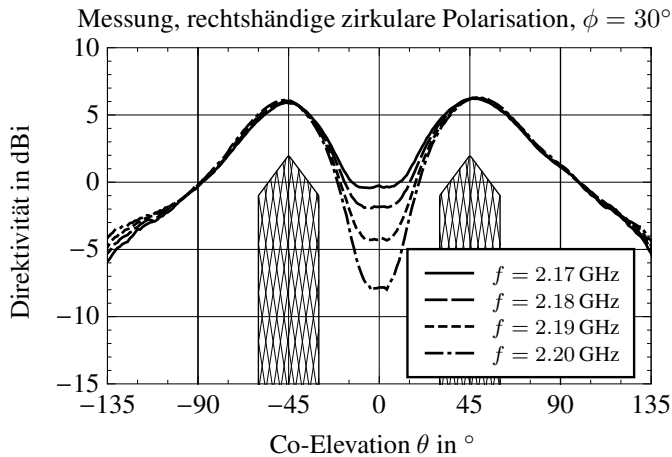
---

\*Hierbei ist allerdings zu berücksichtigen, dass anhand der Messung über die Felder bei  $\theta = 180^\circ$  und Umgebung keine Aussage getroffen werden kann, da der direkte Pfad zwischen Sende- und Empfangsantenne in diesem Bereich durch den Positionierer gestört bzw. unterbrochen wird. Die abgestrahlte Leistung fällt daher unter Umständen geringer aus, was zu einer erhöhten Direktivität führt.

a)



b)



**Abbildung 6.13:** Gemessene Direktivität als Funktion von  $\theta$  bei rechtshängiger zirkularer Polarisation. a) zeigt die Fernfeldcharakteristik bei 2.185 GHz für variables  $\phi$  im Vergleich zur Berechnung nach (5.43b); die hervorgehobenen Vertikalen kennzeichnen die Grenze des sichtbaren Bereichs. b) illustriert die Frequenzabhängigkeit exemplarisch anhand des Schnittes bei  $\phi = 30^{\circ}$ . Die Spezifikationen hinsichtlich des Gewinns sind schraffiert dargestellt (vgl. Abbildung 6.1).

rechtshändige zirkulare Polarisation					
Frequenz $f$ in GHz	maximale Direktivität in dBi	maximaler realisierter Gewinn in dBi	Gesamt- effizienz $\eta_{\text{tot}}$	maximaler Gewinn in dBi	Strahlungs- effizienz $\eta_{\text{rad}}$
2.17	6.5	3.9	0.55	5.5	0.78
2.18	6.6	4.0	0.55	5.4	0.77
2.19	6.6	4.1	0.57	5.5	0.79
2.20	6.6	4.1	0.57	5.5	0.78

**Tabelle 6.2:** Ausgewählte Messergebnisse der implementierten Antenne für den Fall rechtshändiger zirkularer Polarisation.

ist dann

$$\eta_{\text{rad}}(\vec{a}) = \eta_{\text{tot}} \frac{\vec{a}^H \vec{a}}{\vec{a}^H \tilde{H}_{\text{acc}} \vec{a}}. \quad (6.6)$$

Für den Fall einer zirkularen Polarisation beläuft sich die Strahlungseffizienz der Antenne auf  $\eta_{\text{rad}} = 0.76$  bei der Bandmittenfrequenz. Somit erhalten wir einen maximalen Gewinn von 5.4 dBi.

Die Variation der Fernfeldcharakteristik mit der Frequenz illustriert Abbildung 6.13b, in der die Direktivität bei rechtshändiger zirkularer Polarsiation über  $\theta$  für  $\phi = 30^\circ$  und  $f = \{2.17, 2.18, 2.19, 2.20\}$  GHz aufgetragen ist. In Hauptstrahlungsrichtung und in deren Umgebung erkennen wir nur unwesentliche Änderungen über  $f$ , so wird eine nahezu konstante maximale Direktivität innerhalb des Arbeitsfrequenzbereichs erreicht. Lediglich in Zenitrichtung zeigt sich eine ausgeprägte Abhängigkeit von der Frequenz.

In Tabelle 6.2 sind die wesentlichen Parameter der Antenne bei  $f = \{2.17, 2.18, 2.19, 2.20\}$  GHz für den Fall einer zirkularen Polarisation aufgelistet. Die Werte bestätigen die Stabilität gegenüber der Frequenz.

## 6.5 Abschließende Bemerkungen

Wir haben uns in diesem Kapitel ausführlich mit dem Entwurf einer Antenne beschäftigt, die auf einer begrenzten periodisch strukturierten Oberfläche basiert. Die Ergebnisse haben gezeigt, dass Leckwellenantennen auch in Anwendungen Einsatz finden können, in denen derartige Antennen eher eine Aus-

nahme sind. Sofern eine Richtcharakteristik angestrebt wird, die mit Hilfe einer Leckwellenstruktur realisierbar ist, stellen begrenzte Leckwellenantennen durchaus eine Alternative dar. Gegenüber weiteren Formen der Implementierung bieten sie den Vorteil, dass mit der Dispersion ein mächtiger Freiheitsgrad beim Entwurf zur Verfügung steht. So wäre eine konische Richtwirkung, wie in unserem Beispiel gewünscht, beispielsweise auch mit Hilfe einer höhermodigen Patch-Antenne erreichbar [106], allerdings lässt sich die Hauptstrahlungsrichtung hier kaum variieren.

Ein weiterer Vorteil der Antenne ist ihre geringe Höhe. Sie lässt sich daher an ebene Oberflächen, wie beispielsweise an das Dach eines Fahrzeugs, anpassen bzw. in diese einbetten [146]. Mit Hilfe geeigneter, d.h. flexibler bzw. formbarer, Substratmaterialien sind auch konforme Implementierungen möglich.

Der planare Aufbau der Antenne schlägt sich in größeren Querabmessungen nieder. So fällt zwar die Höhe gegenüber anderen Implementierungen [77, 109], die eine ähnliche Anwendung adressieren, mindestens um den Faktor 2 geringer aus, der Durchmesser hingegen mindestens um den Faktor 2 höher. Letztlich muss also bei der Wahl einer Realisierung zwischen beiden Parametern abgewogen werden.

Hinsichtlich der Strahlungscharakteristik haben wir in der Messung eine deutliche Abhängigkeit vom Azimut festgestellt, die in den Simulationen bisher nicht vollständig nachvollzogen werden konnte. Des Weiteren bleibt zu klären, mit welcher Phasenkonstanten sich die Leckwelle entlang der Struktur tatsächlich ausbreitet. Die deutliche Differenz der Ergebnisse aus der Simulation des Dispersionsverhaltens und der Simulation der gesamten Anordnung erlaubt keine verlässliche Aussage über die tatsächliche Phasenkonstante. Wie die nachträgliche Simulation der Dispersion der Einheitszelle mit einer modifizierten Gitterkonstante von  $a = 6.35$  mm ergeben hat, die aus der Simulation der Gesamtanordnung (Abschnitt 6.3) ermittelt wurde, wird die Struktur innerhalb des Arbeitsfrequenzbereichs der Antenne bereits im Oberflächenwellenbereich der TE-Moden betrieben.

Dass die Richtung der Hauptkeulenmaxima dennoch sehr gut mit der gewünschten Hauptstrahlungsrichtung übereinstimmt, ist auf die starke Begrenzung zurückzuführen. Wie wir in Abschnitt 5.3.2 bei der Diskussion zu Abbildung 5.9 (S. 146) erörtert haben, ist die Hauptstrahlungsrichtung bei einer stark begrenzten Struktur und bidirektionaler Ausbreitung stückweise nahezu unabhängig von der Phasenkonstante. Damit erweist sich die Begrenzung in

diesem Sinne als hilfreich, da dadurch beispielsweise auch Fertigungsungenauigkeiten toleriert werden können, die im Vergleich zum Nominalwert eine abweichende Phasenkonstante zur Folge haben. Letztlich ist aber eine möglichst genaue Übereinstimmung zwischen gewünschtem und tatsächlichem Wert anzustreben, da die Strahlungscharakteristik der Antenne natürlich kontinuierlich mit der Phasenkonstante variiert. Außerdem muss auch die Effizienz berücksichtigt werden. Eine Verschiebung von  $K'_l$  in Richtung Eins oder sogar darüber hinaus führt im Spektrum zu einer kontinuierlichen Verschiebung der Leistungsanteile hinaus aus dem sichtbaren hinein in den unsichtbaren Bereich. Die gespeicherte Energie im Nahfeld nimmt dementsprechend zu und die zugehörige Leistung wird entweder dissipiert oder als Reflexion am Speisepunkt der Antenne sichtbar. Bereits unter diesem Gesichtspunkt erscheint ein überarbeiteter Entwurf der hier vorgestellten Antenne im Hinblick auf eine Optimierung der Phasenkonstante erstrebenswert, da dies voraussichtlich zu einer höheren Effizienz und einem besseren Anpassungsverhalten führt.

# Kapitel 7

## Zusammenfassung und Ausblick

Periodisch strukturierte Oberflächen wurden seit ihrer Einführung ausführlich analysiert. In der Literatur existieren zahlreiche Beispiele aus dem Bereich der Hochfrequenz- und Mikrowellentechnik, bei denen der Nutzen dieser Strukturen experimentell nachgewiesen wurde. Im Bereich der Leckwellenantennen hingegen sind periodisch strukturierte Oberflächen kaum in Erscheinung getreten. Dabei bieten diese die Möglichkeit, *planare* und *effizient* strahlende Antennen zu realisieren, wie in der vorliegenden Arbeit gezeigt wurde.

Eine wichtige Eigenschaft periodisch strukturierter Oberflächen ist die Dispersion, die die Wellenausbreitung entlang der Oberfläche charakterisiert. Wir haben gesehen, dass sich aus dem Dispersionsverhalten verschiedene Bereiche extrahieren lassen, wie ein oder mehrere Bandlückenbereiche, ein Vorwärtswellenbereich, ein Rückwärtswellenbereich und ein Leckwellenbereich. Die Ursachen für die Ausbildung dieser Bereiche wurden anhand eines einfachen Modells erläutert, woraus Gesichtspunkte für den Entwurf einer periodisch strukturierten Oberfläche abgeleitet werden können.

Während die dispersiven Eigenschaften mit heutigen elektromagnetischen Simulationswerkzeugen mit geringem Aufwand nachvollzogen und optimiert werden können, stellt sich die Situation bei der messtechnischen Charakterisierung deutlich schwieriger dar. Häufig beschränken sich Messungen auf den Nachweis der Bandlücke, die zwischen dem Rückwärts- und dem Vorwärtswellenbereich auftritt. Doch selbst hier ist ein quantitativer Vergleich mit der Simulation schwierig, da die wohl definierten Grenzfrequenzen aus der Mes-

sung des Amplitudengangs der Transmission nicht eindeutig identifiziert werden können. Wird der Phasengang herangezogen, dann lässt sich zwar das disperse Verhalten durchaus nachvollziehen, doch auch hier sind in erster Linie nur qualitative Vergleiche mit den Simulationsergebnissen möglich.

Im Leckwellenbereich allerdings lassen sich Simulation und Messung sehr wohl miteinander vergleichen—qualitativ *und* quantitativ. Die Messung der Reflexionseigenschaften an der Oberfläche bei variierendem Einfallswinkel und variierender Frequenz erlaubt eine genaue Charakterisierung des Dispersionsverhaltens im Leckwellenbereich. Der Aufwand bei der Messung sollte dabei jedoch nicht unterschätzt werden, so sind im Hinblick auf exakte Ergebnisse mehrere Aspekte zu berücksichtigen wie unter anderem die Freifelddämpfung und Mehrwegeausbreitungen—ohne eine zusätzliche Signalverarbeitung nach der eigentlichen Messung muss mit Verfälschungen der Ergebnisse gerechnet werden.

Die Reflexion wurde neben der Dispersion als zweiter wichtiger Aspekt bei der Untersuchung der Wechselwirkung zwischen elektromagnetischen Wellen und periodisch strukturierten Oberflächen identifiziert. Dabei sind die Reflexionseigenschaften nicht nur aus Sicht der Messung der Leckwellendispersion von Bedeutung. Aufgrund des Zusammenhangs zwischen Reflexion und Dispersion, der durch den Leckwellenbereich gegeben ist, spielt die Reflexion auch beim *Entwurf* von Leckwellenstrukturen eine wichtige Rolle, wie am Beispiel der planaren Leckwellenantenne aus Kapitel 6 verdeutlicht wurde. Die Entwurfsvorschriften, die wir in Verbindung mit der Modellierung der Strukturen hinsichtlich der Reflexion in Abschnitt 4.2 entwickelt haben, konnten hier unmittelbar zur Anwendung kommen.

Bevor die Leckwellenstruktur allerdings dimensioniert werden kann, sind die Ausbreitungskonstante  $k_t$  und die Größe  $\xi$  der Struktur zu bestimmen, die sich aus der gewünschten Fernfeldcharakteristik ergeben. Beide Parameter lassen sich unmittelbar aus der Hauptstrahlungsrichtung und der 3-dB Keulenbreite ermitteln, jedoch *nur*, sofern damit eine ausreichend *große* Struktur korrespondiert, d.h.  $\xi \geq 10 \lambda$ . Misst die Struktur hingegen nur *wenige* Wellenlängen ( $\xi \leq 3 \lambda$ ), so muss der Einfluss der Begrenzung explizit mit berücksichtigt werden. Dies setzt eine ausführliche Analyse des Strahlungsverhaltens begrenzter periodisch strukturierter Oberflächen voraus, mit der wir uns in Kapitel 5 auseinandergesetzt haben. Ausgehend von der Strahlungscharakteristik einer unendlichen Struktur wurden zusätzliche, durch die Begrenzung hervorgerufene, Beiträge bestimmt, wobei die endgültige Strahlungscharakteristik



der begrenzten Struktur schließlich als Superposition aller Beiträge aufgefasst werden kann. Basierend auf den Ergebnissen der Untersuchungen zum Strahlungsverhalten ist es möglich, eine unendliche Struktur derart zu entwerfen, dass sie im Falle der Begrenzung die gewünschte Charakteristik aufweist. Der Vorteil in dieser Herangehensweise hängt mit der Simulation zusammen: Da sich das Problem der unendlichen Struktur aufgrund des Bloch'schen Theorems (2.20) auf die Betrachtung einer einzelnen Zelle reduziert, lässt sich die numerische Optimierung der Struktur mit geringem Zeitaufwand durchführen. Bei der Simulation der begrenzten Struktur hingegen muss mit einem deutlich höheren Zeitaufwand gerechnet werden; eine Vereinfachung des Problems ist hier allenfalls durch Ausnutzung eventueller Symmetrien im Aufbau möglich. Ein weiterer Vorteil der beschriebenen Herangehensweise liegt darin, dass die Entwurfsvorschriften für eine unendliche Struktur, wie sie in Abschnitt 4.2 für die Pilzstruktur und die Pilzstruktur mit Zwischenlage abgeleitet wurden, unmittelbar angewendet werden können. Somit ermöglichen die hier vorgestellten Analysen den Entwurf einer Leckwellenantenne basierend auf einer periodisch strukturierten Oberfläche, der weitgehend ohne zeitaufwendige numerische Untersuchungen auskommt.

Es sei an dieser Stelle angemerkt, dass der Entwurf einer Leckwellenstruktur natürlich auch rein numerisch erfolgen kann. Die Optimierung hinsichtlich verschiedener Kriterien ist mit heute verfügbaren Simulationswerkzeugen ohne weiteres möglich. Es sollte dabei allerdings berücksichtigt werden, dass die Simulation einer begrenzten Struktur, die viele Zellen je Wellenlänge umfasst, ein sehr komplexes Problem darstellt und eines enormen Zeit- und Ressourcenaufwands bedarf. Daher empfiehlt es sich, die wichtigsten Parameter und deren Einfluss auf die Strahlungscharakteristik bereits von vornherein zu kennen, um die Anzahl der verschiedenen Simulationsdurchläufe auf ein Minimum zu reduzieren. Auch in diesem Sinne tragen die hier durchgeführten Untersuchungen zu einem schnelleren Entwurfsprozess bei.

Der Entwurf einer planaren Leckwellenantenne mit konischer Richtwirkung wurde ausführlich in Kapitel 6 am Beispiel erläutert. Basierend auf der Vorgabe der Hauptstrahlungsrichtung und des Gewinns wurden die einzelnen Schritte von der Bestimmung der Ausbreitungskonstante bis zur Implementierung der Antenne dargelegt. Dabei wurde auch auf eventuell auftretende Schwierigkeiten beim Entwurf aufmerksam gemacht. Die Antenne ist für den Empfang digitaler Rundfunksignale von einem Satelliten ausgelegt, eine Anwendung, die als außergewöhnlich für den Einsatz von Leckwellenantennen

angesehen werden kann. Wie das Beispiel jedoch gezeigt hat, sind stark begrenzte Leckwellenantennen sehr wohl für derartige Anwendungen geeignet. Der Vorteil gegenüber anderen Antennenformen, wie einem Dipol über Masse oder einer Patch-Antenne, besteht in dem zusätzlichen Freiheitsgrad, den das dispersive Verhalten der Struktur zur Folge hat. Die geringe Höhe der Antenne wird allerdings durch größere Lateralabmessungen erkauft, wie auch der Vergleich mit Implementierungen ähnlicher Zielstellungen ergeben hat. Zusätzlich zur Dispersion kann auch die Begrenzung als Freiheitsgrad ausgenutzt werden, sofern deren Einfluss auf das Strahlungsverhalten bekannt ist. Bei einer Struktur mit bidirektionaler bzw. zirkularer Wellenausbreitung hat die Begrenzung außerdem Auswirkungen hinsichtlich der Frequenzstabilität, schließlich korrespondiert mit der Begrenzung eine im Vergleich zur unbegrenzten Struktur verringerte Frequenzabhängigkeit der Hauptstrahlungsrichtung. Auch wenn sich die tatsächliche Richtcharakteristik kontinuierlich mit der Frequenz ändert, so kann über moderate Bandbreiten zumindest eine nahezu konstante Direktivität und Hauptstrahlungsrichtung erreicht werden, ein Effekt, der mit „langen“ Strukturen ausgeschlossen ist.

Neben der Leckwellenantenne aus Kapitel 6 wurden in der vorliegenden Arbeit eine Reihe weiterer Beispiele planarer Antennen vorgestellt. Im Zusammenhang mit den Untersuchungen zur Dispersion und Reflexion wurden auch zwei Implementierungen diskutiert, in denen das Leckwellenverhalten nicht im Mittelpunkt der Betrachtungen stand. Beide Beispiele belegen letztlich die Vielseitigkeit periodisch strukturierter Oberflächen, die bereits mehrfach angedeutet wurde. Die Implementierungen, die in Kapitel 5 diskutiert wurden, dienten zur Verifizierung der Ergebnisse, die bei den Untersuchungen zum Strahlungsverhalten ermittelt wurden. Mit der Leckwellenantenne basierend auf einer periodisch belasteten Leitung wurde dabei eine Implementierung vorgestellt, die mit einer Höhe von etwa  $\lambda/80$  bei der Mittenfrequenz besonders flach ausfällt. Diese Variante eignet sich auch für den Aufbau auf flexiblen Substraten, mit denen sich *konforme* Antennen realisieren lassen, die an gekrümmte Oberflächen angepasst werden können. Dies wäre ebenfalls für die weiteren hier gezeigten Implementierungen denkbar. Grundsätzlich sollte dabei allerdings beachtet werden, dass das ohnehin schon komplexe Problem einer begrenzten periodisch strukturierten Oberfläche im Falle einer konformen Realisierung weiter verschärft wird. Ein Ansatz über konforme Abbildungen [30], mit Hilfe derer die hier vorgestellten Ergebnisse für ebene Struk-

turen auf konforme Flächen abgebildet werden können, ist hier unter Umständen zielführender als aufwendige Simulationen der konformen Struktur selbst.

Eine besondere Stellung im gesamten Verlauf der Arbeit nahm die messtechnische Charakterisierung ein. Sowohl bei den Untersuchungen zur Dispersion als auch bei denen zur Reflexion wurden Ansätze vorgestellt, mit denen eine Verifizierung der theoretischen und numerischen Ergebnissen möglich ist. Insbesondere bei der Messung des Reflexionsverhaltens wurden Aspekte beleuchtet, die in der Literatur nach Kenntnis des Autors nicht ausgeführt sind. Letztlich war es nur aufgrund des hohen Aufwands bei der Messung der Reflexion möglich, genaue Aussagen über das dispersive Verhalten im Leckwellenbereich treffen zu können. Die Messmethode lässt sich auch zur Charakterisierung im Oberflächenwellenbereich heranziehen. Die Anpassung der tangentialen Komponenten des Wellenvektors der einfallenden Welle an die Wellenzahl eines Oberflächenwellenmodes ist beispielsweise mit Hilfe eines Prismas\* möglich, das mit einer Fläche plan auf der Oberfläche aufliegt. Effektiv trifft die Welle also dabei aus einer Richtung mit komplexem Einfallswinkel auf die Oberfläche, der einerseits mit der Frequenz und andererseits mit der Position der Beleuchtungsantenne variiert. Diese Methode wird in der Physik bei der Untersuchung zur Ausbreitung von Oberflächenplasmonen an Grenzschichten angewendet [18]. Eine Adaption an die hier beschriebene Problematik ist eine noch offene Aufgabenstellung.

Neben der Erweiterung bestehender und Entwicklung neuer Messmethoden kann zukünftig auch über weiterführende Untersuchungen hinsichtlich der Implementierung periodisch strukturierter Oberflächen nachgedacht werden. Da die vorliegende Arbeit den Nachweis von Prinzipien und den sich daraus ergebenden Anwendungen adressiert, wurden lediglich Implementierungen mit einfachen Strukturierungen ausgewählt, die in der Literatur wohl bekannt sind. Wie aber im Zusammenhang mit der Einführung periodisch strukturierter Oberflächen angedeutet, sind diverse Formen der Strukturierung vorstellbar. Implementierungen bestehend aus neuen Strukturformen, Kombinationen aus verschiedenen Strukturformen oder auch Implementierungen mit drei oder mehr strukturierten Lagen weisen unter Umständen wesentlich komplexere Dispersioncharakteristiken als die hier gezeigten Beispiele auf.

Zu welchen Ergebnissen die Untersuchungen derartiger Implementierung führen werden und welche neuen Anwendungsgebiete sich daraus ergeben,

---

\*als Äquivalent eines optischen Prismas für den Hochfrequenz- und Mikrowellenbereich

kann vom Autor bisher kaum abgeschätzt werden. Doch besonders im Bereich der Antennenentwicklung, die sich mit dem Vormarsch der Funk- und Kommunikationstechnik ständig neuen Herausforderungen gegebenüber gestellt sieht, sind immer wieder neuartige Konzepte gefragt. Periodisch strukturierte Oberflächen mit komplex aufgebauten Einheitszellen können hier ein Ausgangspunkt sein, den Herausforderungen bei der Entwicklung zu begegnen.

Die vorliegende Arbeit leistet einen Beitrag zum umfangreichen Gebiet periodischer Strukturen mit dem Schwerpunkt auf planaren Antennen. Die vorgestellten Ergebnisse dienen als Hilfsmittel beim Entwurf einer planaren Antenne basierend auf einer periodisch strukturierten Oberfläche. Die umfangreichen Untersuchungen zum Strahlungsverhalten helfen dabei auch bei der Beantwortung der Frage, ob ein derartiger Ansatz für eine gegebene Anwendung überhaupt geeignet ist? Da Leckwellenantennen allerdings mehr Anwendungspotential bieten, als bisher erkannt wurde, eröffnen sich zukünftig unter Umständen neue Perspektiven für den Einsatz im Antennenbereich, so dass die Frage dann vielleicht häufiger mit „Ja“ beantwortet werden kann.

# Anhang A

## Entwurfsdiagramme und -tabellen

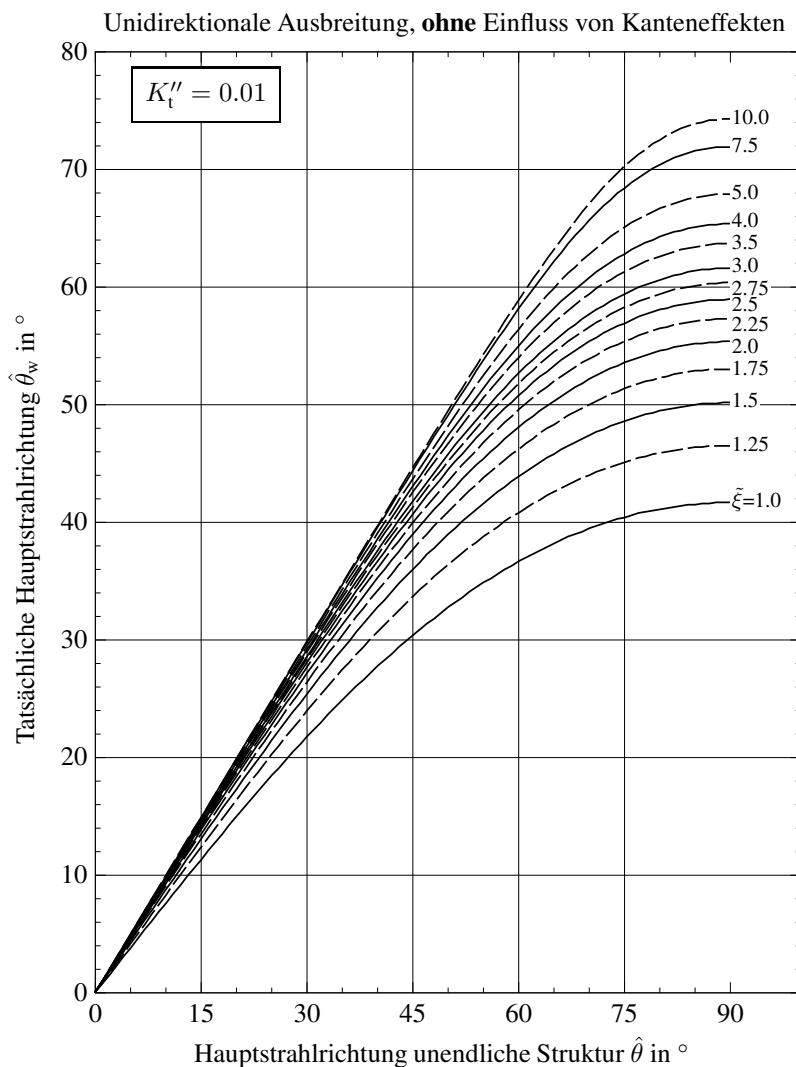
In diesem Anhang werden Tabellen und Diagramme bereitgestellt, die beim Entwurf einer Leckwellenantenne herangezogen werden können. Sie sind als Ergänzung zu den Untersuchungen des Strahlungsverhaltens begrenzter Leckwellenstrukturen in Kapitel 5 zu verstehen.

Zunächst werden die Ergebnisse für den Fall einer unidirektionalen Wellenausbreitung aufgelistet *ohne* und *mit* Berücksichtigung von Kanteneffekten. Anschließend folgen die Ergebnisse für die bidirektionale und die zirkulare Wellenausbreitung. Als Variationsparameter dienen die auf die Wellenlänge normierte Lateralabmessung der Struktur repräsentiert durch  $\tilde{\xi}$  und die normierte Wellenzahl der Leckwelle  $K_t$  bzw. die damit korrespondierende Hauptstrahlungsrichtung der unendlich ausgedehnten Struktur  $\hat{\theta}$ . Die Parameter werden auf die tatsächliche Hauptstrahlungsrichtung  $\hat{\theta}_w$  und die maximale Direktivität abgebildet.

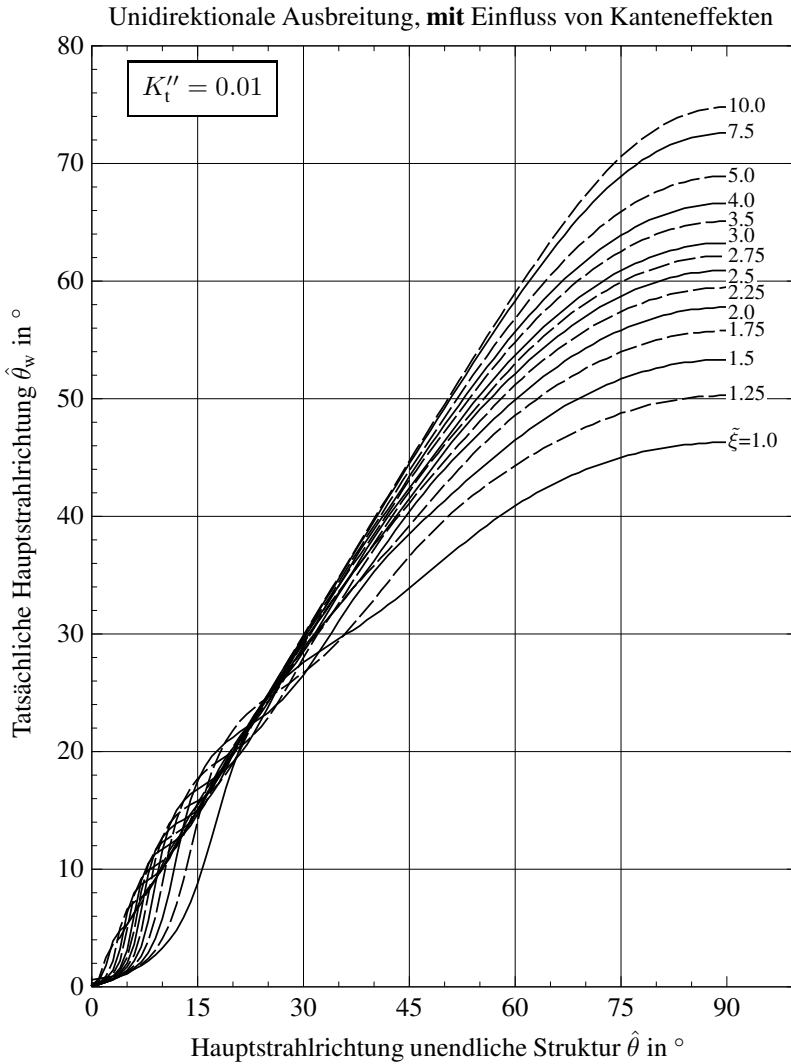
### A.1 Unidirektionale Ausbreitung

Abbildung A.1–A.8 (S. 215–222) zeigt die tatsächliche Hauptstrahlungsrichtung  $\hat{\theta}_w$  als Funktion der Hauptstrahlungsrichtung der unendlichen Struktur  $\hat{\theta}$  ohne und mit Berücksichtigung von Kanteneffekten mit  $\tilde{\xi}$  als Parameter und  $K'_t = \{0.01, 0.05, 0.1, 0.2\}$ .  $\hat{\theta}$  wurde numerisch aus (5.23) bzw. (5.43a) ermittelt [133].

Tabelle A.1–A.8 (S. 223–230) zeigt die maximale Direktivität einer begrenzten Struktur bei unidirektionaler Ausbreitung für  $K_x'' \in \{0.01, 0.05, 0.1, 0.2\}$  ohne und mit Berücksichtigung von Kanten-  
effekten. Die Direktivitätswerte wurden aus (5.10) mit (5.23) bzw. (5.43a) numerisch ermittelt [133].

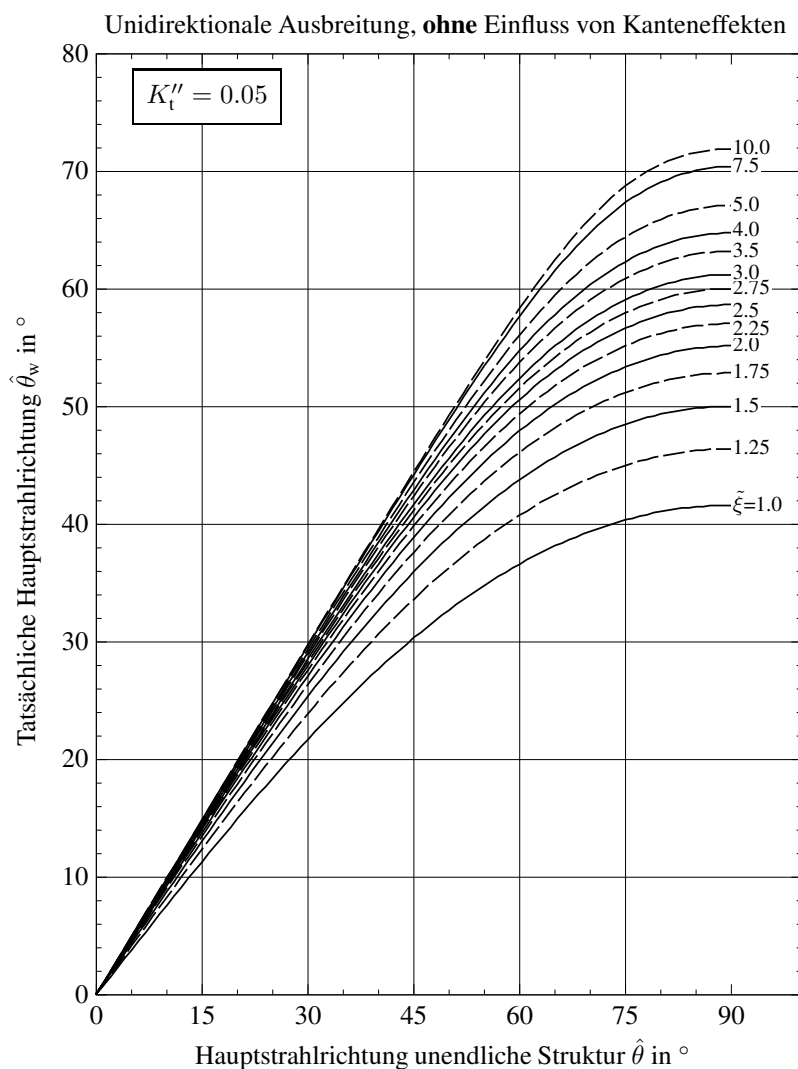


**Abbildung A.1:** Tatsächliche Hauptstrahlungsrichtung  $\hat{\theta}_w$  als Funktion von  $\hat{\theta}$  einer begrenzten Struktur bei unidirektionaler Ausbreitung ohne Berücksichtigung von Kanteneffekten mit  $K_t'' = 0.01$  und  $\tilde{\xi}$  variabel.

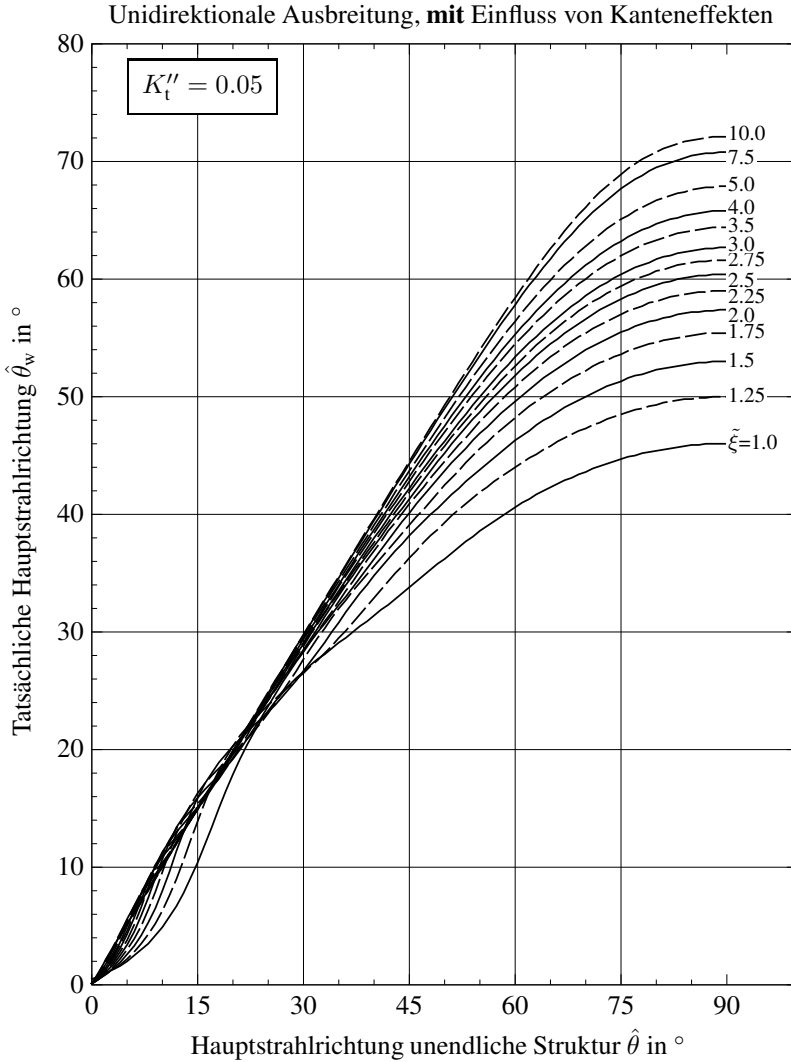


**Abbildung A.2:** Tatsächliche Hauptstrahlungsrichtung  $\hat{\theta}_w$  als Funktion von  $\hat{\theta}$  einer begrenzten Struktur bei unidirektionaler Ausbreitung unter Berücksichtigung von Kanteneffekten mit  $K_t'' = 0.01$  und  $\tilde{\xi}$  variabel.

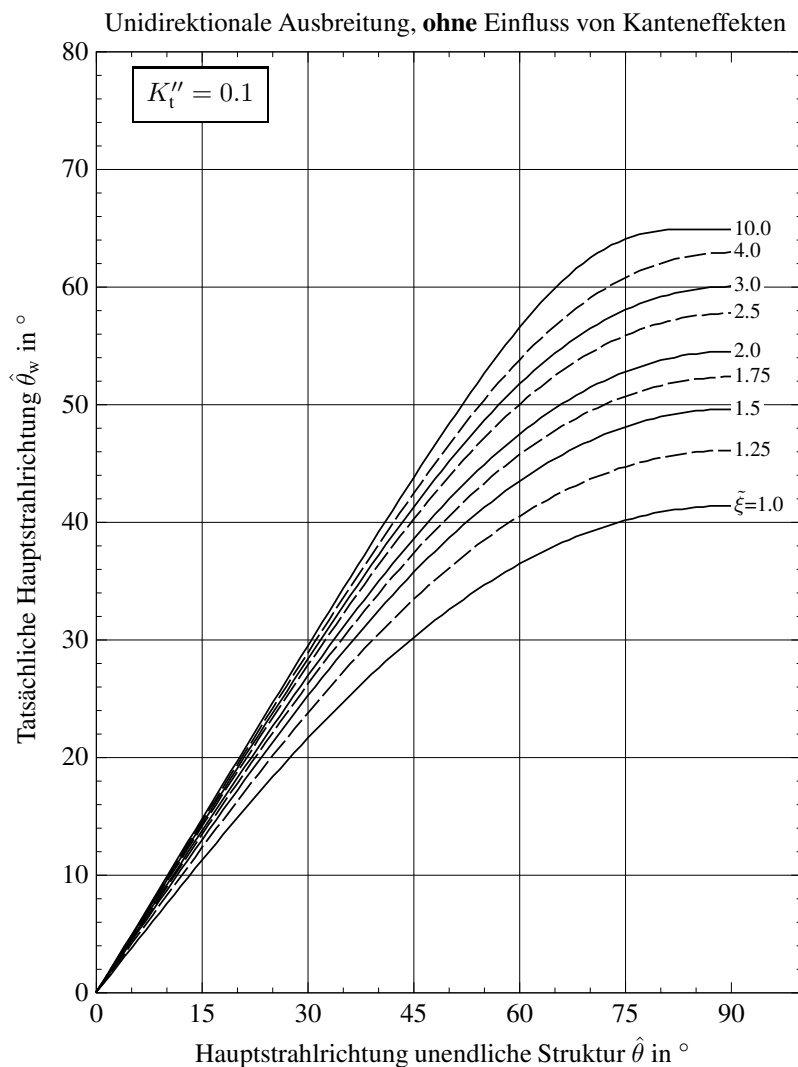




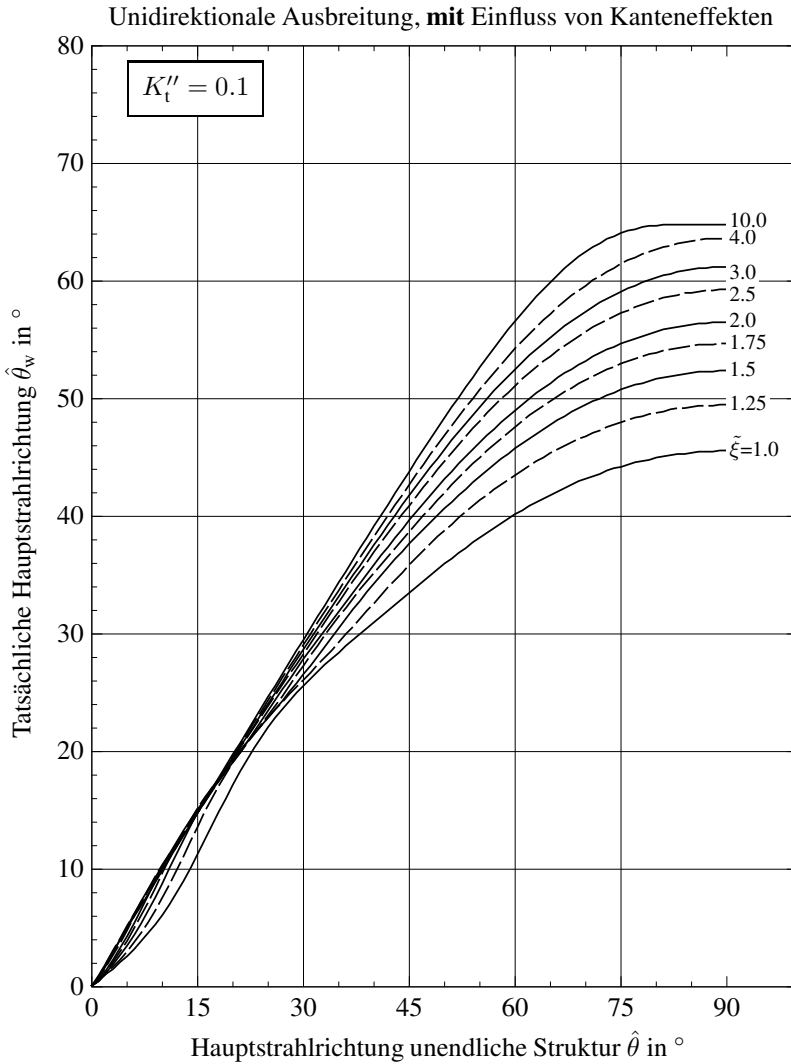
**Abbildung A.3:** Tatsächliche Hauptstrahlungsrichtung  $\hat{\theta}_w$  als Funktion von  $\hat{\theta}$  einer begrenzten Struktur bei unidirektionaler Ausbreitung ohne Berücksichtigung von Kanteneffekten mit  $K_t'' = 0.05$  und  $\tilde{\xi}$  variabel.



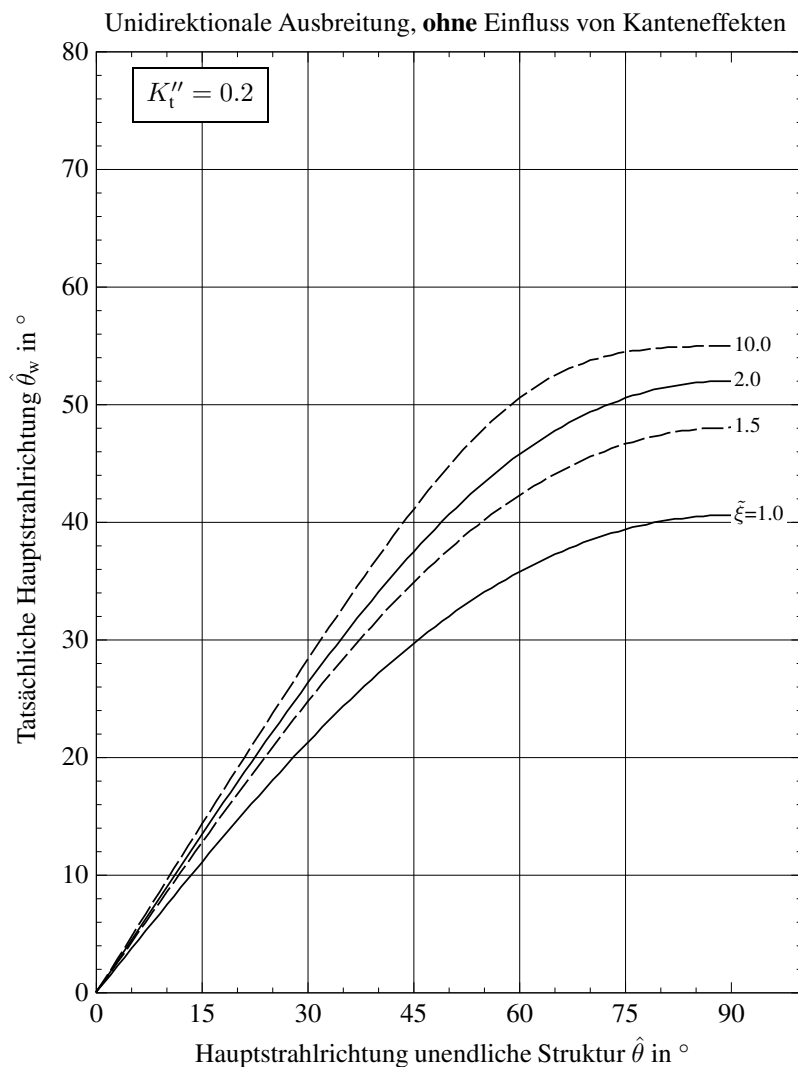
**Abbildung A.4:** Tatsächliche Hauptstrahlungsrichtung  $\hat{\theta}_w$  als Funktion von  $\hat{\theta}$  einer begrenzten Struktur bei unidirektionaler Ausbreitung unter Berücksichtigung von Kanteneffekten mit  $K_t'' = 0.05$  und  $\tilde{\xi}$  variabel.



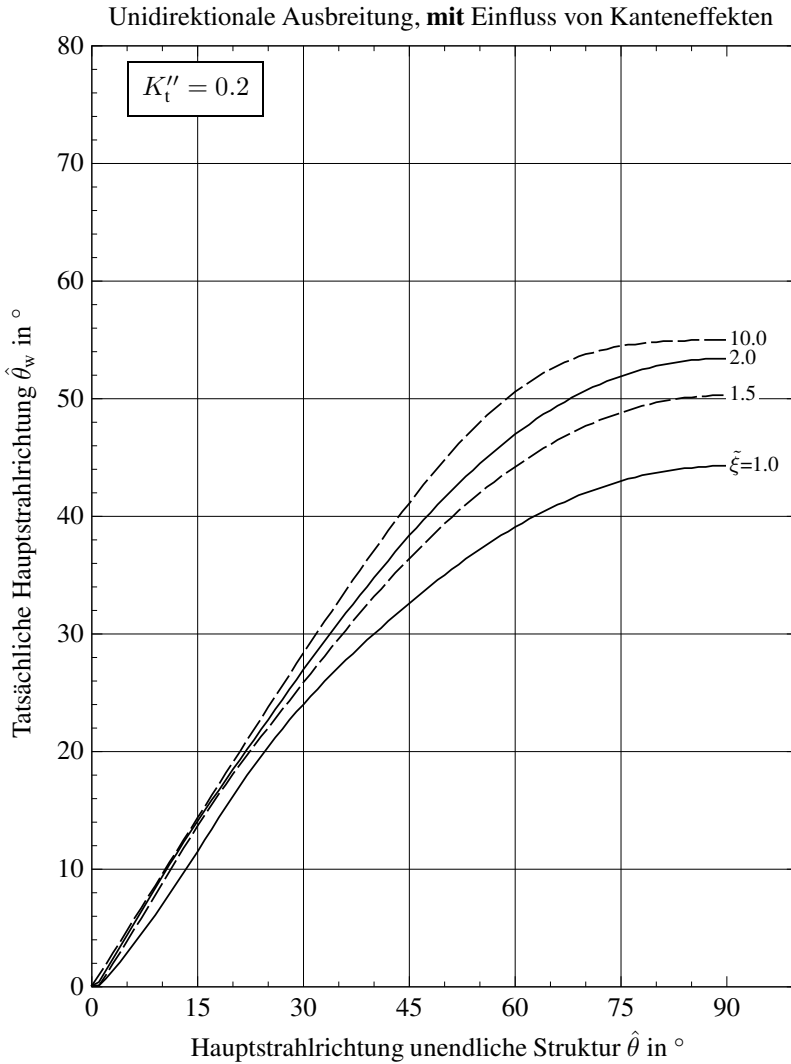
**Abbildung A.5:** Tatsächliche Hauptstrahlungsrichtung  $\hat{\theta}_w$  als Funktion von  $\hat{\theta}$  einer begrenzten Struktur bei unidirektionaler Ausbreitung ohne Berücksichtigung von Kanteneffekten mit  $K_t'' = 0.1$  und  $\tilde{\xi}$  variabel.



**Abbildung A.6:** Tatsächliche Hauptstrahlungsrichtung  $\hat{\theta}_w$  als Funktion von  $\hat{\theta}$  einer begrenzten Struktur bei unidirektionaler Ausbreitung unter Berücksichtigung von Kanteneffekten mit  $K_t'' = 0.1$  und  $\tilde{\xi}$  variabel.



**Abbildung A.7:** Tatsächliche Hauptstrahlungsrichtung  $\hat{\theta}_w$  als Funktion von  $\hat{\theta}$  einer begrenzten Struktur bei unidirektionaler Ausbreitung ohne Berücksichtigung von Kanteneffekten mit  $K_t'' = 0.2$  und  $\tilde{\xi}$  variabel.



**Abbildung A.8:** Tatsächliche Hauptstrahlungsrichtung  $\hat{\theta}_w$  als Funktion von  $\hat{\theta}$  einer begrenzten Struktur bei unidirektionaler Ausbreitung unter Berücksichtigung von Kanteneffekten mit  $K_t'' = 0.2$  und  $\tilde{\xi}$  variabel.

Unidirektionale Ausbreitung										ohne Einfluss von Kanteneffekten									
$K_t'' = 0.01$										maximale Direktivität in dBi									
$\hat{\theta}$ in °	$\xi=1.0$	1.25	1.5	1.75	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	3.5	4.0	5.0	7.5	10.0					
0	5.7	6.5	7.2	7.8	8.3	8.8	9.2	9.6	10.0	10.6	11.1	12.1	13.7	14.9					
5	5.7	6.5	7.2	7.8	8.3	8.8	9.2	9.6	10.0	10.6	11.1	12.1	13.7	14.9					
10	5.7	6.5	7.2	7.8	8.3	8.7	9.2	9.6	9.9	10.5	11.1	12.0	13.7	14.8					
15	5.7	6.4	7.1	7.7	8.2	8.7	9.1	9.5	9.8	10.5	11.0	11.9	13.6	14.8					
20	5.7	6.4	7.0	7.6	8.1	8.6	9.0	9.4	9.7	10.4	10.9	11.8	13.5	14.6					
25	5.7	6.3	7.0	7.5	8.0	8.5	8.9	9.3	9.6	10.2	10.8	11.7	13.3	14.5					
30	5.7	6.3	6.9	7.4	7.9	8.3	8.7	9.1	9.4	10.1	10.6	11.5	13.1	14.3					
35	5.7	6.3	6.8	7.3	7.7	8.2	8.6	8.9	9.3	9.9	10.4	11.3	12.9	14.1					
40	5.7	6.3	6.8	7.2	7.6	8.0	8.4	8.7	9.0	9.6	10.1	11.0	12.6	13.8					
45	5.8	6.3	6.7	7.1	7.5	7.8	8.2	8.5	8.8	9.4	9.9	10.7	12.3	13.5					
50	5.8	6.3	6.7	7.1	7.4	7.7	8.0	8.3	8.6	9.1	9.6	10.4	12.0	13.1					
55	5.8	6.3	6.7	7.1	7.4	7.7	7.9	8.2	8.4	8.9	9.3	10.0	11.5	12.6					
60	5.9	6.4	6.7	7.1	7.4	7.6	7.9	8.1	8.3	8.7	9.1	9.7	11.1	12.1					
65	5.9	6.4	6.8	7.1	7.4	7.6	7.8	8.1	8.2	8.6	8.9	9.5	10.6	11.6					
70	5.9	6.4	6.8	7.1	7.4	7.6	7.8	8.0	8.2	8.5	8.8	9.3	10.3	11.0					
75	6.0	6.4	6.8	7.1	7.4	7.6	7.8	8.0	8.2	8.5	8.8	9.2	10.1	10.7					
80	6.0	6.4	6.8	7.1	7.4	7.6	7.8	8.0	8.2	8.5	8.7	9.2	10.0	10.5					
85	6.0	6.4	6.8	7.1	7.4	7.6	7.8	8.0	8.1	8.4	8.7	9.1	9.9	10.4					
90	6.0	6.5	6.8	7.1	7.4	7.6	7.8	8.0	8.1	8.4	8.7	9.1	9.8	10.3					

**Tabelle A.1:** Maximale Direktivität als Funktion von  $\hat{\theta}$  einer begrenzten Struktur bei unidirektionaler Ausbreitung ohne Berücksichtigung von Kanteneffekten mit  $K_t'' = 0.01$  und  $\xi$  variabel.

Unidirektionale Ausbreitung		mit Einfluss von Kanteneffekten														
$K_1'' = 0.01$		maximale Direktivität in dBi														
$\hat{\theta}$ in °	$\tilde{\xi}=1.0$	1.25	1.5	1.75	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	3.5	4.0	5.0	7.5	10.0		
0	5.9	6.7	7.4	8.0	8.5	8.9	9.3	9.7	10.1	10.7	11.2	12.2	13.9	15.1		
5	5.9	6.7	7.3	7.8	8.3	8.6	8.9	9.1	9.3	9.6	10.0	11.2	12.9	14.3		
10	5.7	6.3	6.6	6.8	7.3	7.9	8.4	8.8	9.2	9.7	10.2	11.2	13.0	14.3		
15	5.3	5.8	6.5	7.3	7.7	8.1	8.4	8.8	9.1	9.8	10.4	11.3	13.2	14.4		
20	5.2	6.1	6.8	7.3	7.7	8.1	8.5	9.0	9.4	9.9	10.5	11.4	13.2	14.4		
25	5.5	6.2	6.7	7.2	7.8	8.3	8.7	9.0	9.3	10.0	10.5	11.4	13.1	14.3		
30	5.6	6.1	6.7	7.3	7.9	8.2	8.6	9.0	9.4	9.9	10.5	11.4	13.0	14.3		
35	5.6	6.1	6.7	7.3	7.7	8.1	8.6	8.9	9.2	9.9	10.3	11.2	12.9	14.0		
40	5.5	6.1	6.8	7.2	7.6	8.1	8.4	8.7	9.1	9.6	10.2	11.0	12.7	13.8		
45	5.6	6.2	6.7	7.1	7.6	7.9	8.2	8.6	8.9	9.5	9.9	10.8	12.4	13.5		
50	5.6	6.3	6.6	7.1	7.5	7.7	8.1	8.4	8.7	9.2	9.7	10.5	12.0	13.1		
55	5.7	6.3	6.6	7.1	7.3	7.7	8.0	8.2	8.5	8.9	9.4	10.2	11.6	12.7		
60	5.7	6.3	6.6	7.0	7.3	7.6	7.8	8.1	8.3	8.8	9.1	9.8	11.2	12.2		
65	5.8	6.3	6.6	7.0	7.3	7.6	7.8	8.0	8.2	8.6	8.9	9.5	10.7	11.7		
70	5.8	6.3	6.6	7.0	7.3	7.5	7.7	8.0	8.1	8.5	8.8	9.3	10.3	11.1		
75	5.8	6.3	6.6	7.0	7.2	7.5	7.7	7.9	8.1	8.4	8.7	9.2	10.1	10.7		
80	5.8	6.3	6.6	7.0	7.2	7.5	7.7	7.9	8.1	8.4	8.6	9.1	9.9	10.5		
85	5.8	6.3	6.6	6.9	7.2	7.4	7.7	7.8	8.0	8.3	8.6	9.0	9.8	10.3		
90	5.8	6.3	6.6	6.9	7.2	7.4	7.7	7.8	8.0	8.3	8.6	9.0	9.8	10.2		

**Tabelle A.2:** Maximale Direktivität als Funktion von  $\hat{\theta}$  einer begrenzten Struktur bei unidirektionaler Ausbreitung unter Berücksichtigung von Kanteneffekten mit  $K_1'' = 0.01$  und  $\tilde{\xi}$  variabel.



Unidirektionale Ausbreitung										ohne Einfluss von Kanteneffekten									
$K_t'' = 0.05$										maximale Direktivität in dBi									
$\theta$ in °	$\xi=1.0$	1.25	1.5	1.75	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	3.5	4.0	5.0	7.5	10.0					
0	5.7	6.5	7.2	7.7	8.2	8.7	9.1	9.4	9.7	10.3	10.7	11.4	12.4	12.8					
5	5.7	6.5	7.2	7.7	8.2	8.7	9.1	9.4	9.7	10.3	10.7	11.4	12.4	12.8					
10	5.7	6.5	7.1	7.7	8.2	8.6	9.0	9.4	9.7	10.2	10.7	11.4	12.3	12.8					
15	5.7	6.4	7.1	7.6	8.1	8.6	8.9	9.3	9.6	10.1	10.6	11.3	12.3	12.7					
20	5.7	6.4	7.0	7.6	8.1	8.5	8.9	9.2	9.5	10.0	10.5	11.2	12.2	12.6					
25	5.7	6.3	6.9	7.5	7.9	8.4	8.7	9.1	9.4	9.9	10.3	11.0	12.0	12.5					
30	5.7	6.3	6.8	7.3	7.8	8.2	8.6	8.9	9.2	9.7	10.2	10.9	11.8	12.3					
35	5.7	6.2	6.8	7.2	7.7	8.1	8.4	8.7	9.0	9.5	10.0	10.6	11.6	12.0					
40	5.7	6.2	6.7	7.1	7.5	7.9	8.2	8.5	8.8	9.3	9.7	10.4	11.3	11.8					
45	5.7	6.2	6.7	7.1	7.4	7.7	8.0	8.3	8.6	9.1	9.5	10.1	11.0	11.5					
50	5.8	6.3	6.7	7.0	7.3	7.6	7.9	8.1	8.4	8.8	9.2	9.8	10.7	11.1					
55	5.8	6.3	6.7	7.0	7.3	7.5	7.8	8.0	8.2	8.6	8.9	9.4	10.3	10.7					
60	5.8	6.3	6.7	7.0	7.3	7.5	7.7	7.9	8.1	8.4	8.7	9.1	9.9	10.2					
65	5.9	6.3	6.7	7.0	7.2	7.5	7.7	7.8	8.0	8.3	8.5	8.9	9.4	9.7					
70	5.9	6.4	6.7	7.0	7.2	7.4	7.6	7.8	7.9	8.2	8.4	8.6	9.0	9.2					
75	5.9	6.4	6.7	7.0	7.2	7.4	7.6	7.7	7.9	8.1	8.2	8.5	8.7	8.7					
80	5.9	6.4	6.7	7.0	7.2	7.4	7.6	7.7	7.8	8.0	8.1	8.3	8.3	8.2					
85	6.0	6.4	6.7	7.0	7.2	7.4	7.5	7.7	7.8	7.9	8.1	8.2	8.1	7.9					
90	6.0	6.4	6.7	7.0	7.2	7.4	7.5	7.7	7.8	7.9	8.0	8.1	8.0	7.8					

**Tabelle A.3:** Maximale Direktivität als Funktion von  $\theta$  einer begrenzten Struktur bei unidirektionaler Ausbreitung ohne Berücksichtigung von Kanteneffekten mit  $K_t'' = 0.05$  und  $\xi$  variabel.

Unidirektionale Ausbreitung		mit Einfluss von Kanteneffekten														
$K_1'' = 0.05$		maximale Direktivität in dBi														
$\hat{\theta}$ in °	$\tilde{\xi}=1.0$	1.25	1.5	1.75	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	3.5	4.0	5.0	7.5	10.0		
0	6.0	6.7	7.4	8.0	8.5	8.9	9.3	9.7	10.1	10.6	11.1	11.9	12.8	13.1		
5	5.9	6.7	7.4	7.9	8.5	8.9	9.3	9.7	10.0	10.6	11.1	11.7	12.5	12.9		
10	5.8	6.6	7.1	7.7	8.3	8.8	9.1	9.4	9.7	10.2	10.7	11.5	12.4	12.8		
15	5.6	6.4	7.1	7.7	8.1	8.5	8.9	9.2	9.6	10.2	10.6	11.3	12.3	12.7		
20	5.6	6.5	7.1	7.5	8.0	8.4	8.9	9.3	9.6	10.1	10.6	11.2	12.2	12.6		
25	5.7	6.4	6.9	7.5	8.0	8.5	8.8	9.1	9.4	10.0	10.4	11.1	12.1	12.5		
30	5.7	6.3	6.9	7.5	8.0	8.3	8.7	9.1	9.4	9.8	10.3	10.9	11.9	12.3		
35	5.7	6.2	6.9	7.4	7.8	8.2	8.6	8.9	9.2	9.7	10.1	10.7	11.7	12.1		
40	5.6	6.2	6.9	7.2	7.7	8.1	8.4	8.7	9.0	9.5	9.9	10.5	11.4	11.8		
45	5.6	6.3	6.8	7.1	7.6	7.9	8.2	8.5	8.8	9.2	9.6	10.2	11.1	11.5		
50	5.6	6.3	6.7	7.1	7.4	7.7	8.0	8.3	8.5	9.0	9.3	9.9	10.7	11.1		
55	5.7	6.3	6.6	7.0	7.3	7.6	7.9	8.1	8.3	8.7	9.0	9.6	10.4	10.7		
60	5.7	6.3	6.6	7.0	7.2	7.5	7.7	8.0	8.2	8.5	8.8	9.2	9.9	10.2		
65	5.8	6.3	6.6	7.0	7.2	7.5	7.7	7.9	8.0	8.3	8.5	8.9	9.5	9.7		
70	5.8	6.3	6.6	6.9	7.2	7.4	7.6	7.8	7.9	8.2	8.4	8.7	9.0	9.2		
75	5.8	6.3	6.6	6.9	7.2	7.4	7.6	7.7	7.8	8.1	8.2	8.4	8.7	8.7		
80	5.8	6.3	6.6	6.9	7.1	7.4	7.5	7.7	7.8	8.0	8.1	8.3	8.3	8.2		
85	5.8	6.3	6.6	6.9	7.1	7.3	7.5	7.6	7.7	7.9	8.0	8.1	8.1	7.8		
90	5.8	6.3	6.6	6.9	7.1	7.3	7.5	7.6	7.7	7.9	8.0	8.1	8.0	7.7		

**Tabelle A.4:** Maximale Direktivität als Funktion von  $\hat{\theta}$  einer begrenzten Struktur bei unidirektionaler Ausbreitung unter Berücksichtigung von Kanteneffekten mit  $K_1'' = 0.05$  und  $\tilde{\xi}$  variabel.

Unidirektionale Ausbreitung		ohne Einfluss von Kanteneffekten												
$K_t'' = 0.1$		maximale Direktivität in dBi												
$\theta$ in °	$\tilde{\xi}=1.0$	1.25	1.5	1.75	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	3.5	4.0	5.0	7.5	10.0
0	5.6	6.4	7.0	7.5	8.0	8.3	8.6	8.9	9.1	9.5	9.7	10.1	10.4	10.4
5	5.6	6.4	7.0	7.5	8.0	8.3	8.6	8.9	9.1	9.5	9.7	10.0	10.3	10.4
10	5.6	6.4	7.0	7.5	7.9	8.3	8.6	8.9	9.1	9.4	9.7	10.0	10.3	10.4
15	5.6	6.3	6.9	7.5	7.9	8.2	8.5	8.8	9.0	9.4	9.6	9.9	10.2	10.3
20	5.6	6.3	6.9	7.4	7.8	8.1	8.4	8.7	8.9	9.3	9.5	9.8	10.1	10.2
25	5.6	6.2	6.8	7.3	7.7	8.0	8.3	8.6	8.8	9.1	9.4	9.7	10.0	10.0
30	5.6	6.2	6.7	7.2	7.5	7.9	8.2	8.4	8.6	9.0	9.2	9.5	9.8	9.9
35	5.6	6.2	6.6	7.0	7.4	7.7	8.0	8.3	8.5	8.8	9.0	9.3	9.6	9.7
40	5.7	6.1	6.6	6.9	7.3	7.6	7.8	8.1	8.3	8.6	8.8	9.1	9.4	9.4
45	5.7	6.2	6.5	6.9	7.2	7.4	7.7	7.9	8.0	8.3	8.6	8.8	9.1	9.1
50	5.7	6.2	6.5	6.8	7.1	7.3	7.5	7.7	7.8	8.1	8.3	8.5	8.8	8.8
55	5.7	6.2	6.5	6.8	7.0	7.2	7.4	7.5	7.6	7.9	8.0	8.2	8.4	8.4
60	5.8	6.2	6.5	6.8	7.0	7.1	7.3	7.4	7.5	7.7	7.8	7.9	8.0	8.0
65	5.8	6.2	6.5	6.7	6.9	7.1	7.2	7.3	7.4	7.5	7.5	7.6	7.6	7.6
70	5.8	6.2	6.5	6.7	6.9	7.0	7.1	7.2	7.2	7.3	7.3	7.3	7.2	7.2
75	5.8	6.2	6.5	6.7	6.9	7.0	7.0	7.1	7.1	7.1	7.1	7.1	6.9	6.8
80	5.9	6.2	6.5	6.7	6.8	6.9	7.0	7.0	7.0	7.0	7.0	6.8	6.6	6.5
85	5.9	6.2	6.5	6.7	6.8	6.9	6.9	7.0	7.0	6.9	6.8	6.7	6.4	6.3
90	5.9	6.3	6.5	6.7	6.8	6.9	6.9	6.9	6.9	6.9	6.8	6.6	6.3	6.3

**Tabelle A.5:** Maximale Direktivität als Funktion von  $\theta$  einer begrenzten Struktur bei unidirektionaler Ausbreitung ohne Berücksichtigung von Kanteneffekten mit  $K_t'' = 0.1$  und  $\xi$  variabel.

Unidirektionale Ausbreitung		mit Einfluss von Kanteneffekten															
$K_1'' = 0.1$		maximale Direktivität in dbi															
$\hat{\theta}$ in °	$\tilde{\xi}=1.0$	1.25	1.5	1.75	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	3.5	4.0	5.0	7.5	10.0			
0	6.0	6.8	7.4	8.0	8.4	8.8	9.1	9.4	9.6	10.0	10.2	10.4	10.4	10.4			
5	6.0	6.8	7.4	8.0	8.4	8.8	9.1	9.4	9.6	9.9	10.0	10.2	10.4	10.4			
10	5.9	6.8	7.4	8.0	8.4	8.7	9.0	9.1	9.3	9.6	9.8	10.1	10.3	10.4			
15	5.9	6.7	7.4	7.8	8.1	8.4	8.7	8.9	9.2	9.5	9.7	10.0	10.2	10.3			
20	5.9	6.7	7.2	7.6	7.9	8.3	8.6	8.9	9.1	9.4	9.6	9.9	10.1	10.2			
25	5.9	6.5	7.0	7.5	7.9	8.3	8.5	8.7	8.9	9.2	9.5	9.7	10.0	10.0			
30	5.8	6.3	6.9	7.4	7.8	8.1	8.3	8.6	8.8	9.1	9.3	9.6	9.8	9.9			
35	5.7	6.2	6.9	7.3	7.6	7.9	8.2	8.4	8.6	8.9	9.1	9.4	9.6	9.7			
40	5.7	6.2	6.8	7.1	7.5	7.8	8.0	8.2	8.4	8.7	8.9	9.1	9.4	9.4			
45	5.6	6.2	6.7	7.0	7.4	7.6	7.8	8.0	8.2	8.5	8.6	8.9	9.1	9.1			
50	5.7	6.3	6.6	6.9	7.2	7.4	7.6	7.8	8.0	8.2	8.4	8.6	8.8	8.8			
55	5.7	6.2	6.5	6.9	7.1	7.3	7.5	7.6	7.8	7.9	8.1	8.3	8.4	8.4			
60	5.7	6.2	6.5	6.8	7.0	7.2	7.3	7.5	7.6	7.7	7.8	7.9	8.0	8.0			
65	5.8	6.2	6.5	6.8	6.9	7.1	7.2	7.3	7.4	7.5	7.6	7.6	7.6	7.6			
70	5.8	6.2	6.5	6.7	6.9	7.0	7.1	7.2	7.2	7.3	7.3	7.3	7.2	7.2			
75	5.8	6.2	6.5	6.7	6.8	6.9	7.0	7.1	7.1	7.1	7.1	7.0	6.8	6.8			
80	5.8	6.2	6.5	6.7	6.8	6.9	6.9	7.0	7.0	7.0	6.9	6.8	6.5	6.5			
85	5.8	6.2	6.5	6.6	6.8	6.8	6.9	6.9	6.8	6.8	6.8	6.6	6.3	6.3			
90	5.8	6.2	6.4	6.6	6.7	6.8	6.9	6.9	6.9	6.8	6.7	6.5	6.3	6.3			

**Tabelle A-6:** Maximale Direktivität als Funktion von  $\hat{\theta}$  einer begrenzten Struktur bei unidirektionaler Ausbreitung unter Berücksichtigung von Kanteneffekten mit  $K_1'' = 0.1$  und  $\tilde{\xi}$  variabel.

Unidirektionale Ausbreitung										ohne Einfluss von Kanteneffekten									
$K_t'' = 0.2$										maximale Direktivität in dBi									
$\theta$ in °	$\xi=1.0$	1.25	1.5	1.75	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	3.5	4.0	5.0	7.5	10.0					
0	5.5	6.1	6.6	6.9	7.2	7.3	7.5	7.6	7.7	7.7	7.8	7.8	7.9	7.9					
5	5.5	6.1	6.6	6.9	7.1	7.3	7.5	7.6	7.6	7.7	7.8	7.8	7.8	7.8					
10	5.5	6.1	6.5	6.9	7.1	7.3	7.4	7.5	7.6	7.7	7.7	7.8	7.8	7.8					
15	5.5	6.0	6.5	6.8	7.1	7.2	7.4	7.5	7.5	7.6	7.7	7.7	7.7	7.7					
20	5.5	6.0	6.4	6.8	7.0	7.2	7.3	7.4	7.5	7.5	7.6	7.6	7.6	7.6					
25	5.4	5.9	6.3	6.7	6.9	7.1	7.2	7.3	7.4	7.4	7.5	7.5	7.5	7.5					
30	5.4	5.9	6.3	6.6	6.8	6.9	7.1	7.2	7.2	7.3	7.3	7.4	7.4	7.4					
35	5.5	5.9	6.2	6.5	6.7	6.8	6.9	7.0	7.1	7.1	7.2	7.2	7.2	7.2					
40	5.5	5.8	6.1	6.4	6.5	6.7	6.8	6.8	6.9	7.0	7.0	7.0	7.0	7.0					
45	5.5	5.8	6.1	6.3	6.4	6.5	6.6	6.7	6.7	6.8	6.8	6.8	6.8	6.8					
50	5.5	5.8	6.0	6.2	6.3	6.4	6.5	6.5	6.5	6.6	6.6	6.6	6.6	6.6					
55	5.5	5.8	6.0	6.1	6.2	6.3	6.3	6.3	6.3	6.3	6.3	6.3	6.3	6.3					
60	5.5	5.8	6.0	6.1	6.1	6.2	6.2	6.2	6.2	6.1	6.1	6.1	6.1	6.1					
65	5.5	5.8	5.9	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	5.9	5.9	5.9	5.8	5.8					
70	5.6	5.8	5.9	5.9	5.9	5.9	5.9	5.8	5.8	5.7	5.7	5.6	5.6	5.6					
75	5.6	5.8	5.9	5.9	5.9	5.8	5.8	5.7	5.7	5.6	5.5	5.5	5.5	5.5					
80	5.6	5.8	5.8	5.8	5.8	5.7	5.7	5.6	5.5	5.4	5.4	5.3	5.3	5.3					
85	5.6	5.8	5.8	5.8	5.8	5.7	5.6	5.5	5.5	5.4	5.3	5.3	5.3	5.3					
90	5.6	5.8	5.8	5.8	5.7	5.7	5.6	5.5	5.4	5.3	5.3	5.2	5.3	5.3					

**Tabelle A.7:** Maximale Direktivität als Funktion von  $\theta$  einer begrenzten Struktur bei unidirektionaler Ausbreitung ohne Berücksichtigung von Kanteneffekten mit  $K_t'' = 0.2$  und  $\xi$  variabel.

Unidirektionale Ausbreitung		mit Einfluss von Kanteneffekten												
$K_1'' = 0.2$	maximale Direktivität in dBi													
$\hat{\theta}$ in °	$\tilde{\xi}=1.0$	1.25	1.5	1.75	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	3.5	4.0	5.0	7.5	10.0
0	6.0	6.7	7.1	7.4	7.6	7.7	7.8	7.8	7.8	7.9	7.9	7.9	7.9	7.9
5	6.0	6.7	7.1	7.4	7.6	7.7	7.8	7.8	7.8	7.8	7.8	7.8	7.8	7.8
10	6.0	6.7	7.1	7.3	7.5	7.6	7.6	7.7	7.7	7.8	7.8	7.8	7.8	7.8
15	6.0	6.6	7.0	7.2	7.3	7.4	7.5	7.6	7.6	7.7	7.7	7.7	7.7	7.7
20	6.0	6.5	6.8	7.0	7.2	7.3	7.4	7.5	7.5	7.6	7.6	7.6	7.6	7.6
25	5.9	6.3	6.6	6.9	7.1	7.2	7.3	7.4	7.4	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5
30	5.8	6.2	6.5	6.8	7.0	7.1	7.2	7.2	7.3	7.3	7.4	7.4	7.4	7.4
35	5.7	6.1	6.4	6.7	6.8	6.9	7.0	7.1	7.1	7.2	7.2	7.2	7.2	7.2
40	5.6	6.0	6.3	6.5	6.7	6.8	6.9	6.9	6.9	7.0	7.0	7.0	7.0	7.0
45	5.6	6.0	6.2	6.4	6.5	6.6	6.7	6.7	6.8	6.8	6.8	6.8	6.8	6.8
50	5.5	5.9	6.1	6.3	6.4	6.5	6.5	6.5	6.6	6.6	6.6	6.6	6.6	6.6
55	5.5	5.9	6.1	6.2	6.3	6.3	6.3	6.3	6.4	6.3	6.3	6.3	6.3	6.3
60	5.5	5.9	6.0	6.1	6.1	6.2	6.2	6.2	6.1	6.1	6.1	6.1	6.1	6.1
65	5.6	5.8	5.9	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	5.9	5.9	5.9	5.8	5.8	5.8
70	5.6	5.8	5.9	5.9	5.9	5.9	5.8	5.8	5.8	5.7	5.7	5.6	5.6	5.6
75	5.6	5.8	5.8	5.8	5.8	5.8	5.7	5.6	5.6	5.5	5.5	5.5	5.5	5.5
80	5.6	5.8	5.8	5.8	5.8	5.7	5.6	5.5	5.5	5.4	5.3	5.3	5.3	5.3
85	5.6	5.7	5.8	5.7	5.7	5.6	5.5	5.4	5.4	5.3	5.3	5.3	5.3	5.3
90	5.6	5.7	5.8	5.7	5.7	5.6	5.5	5.4	5.4	5.3	5.2	5.2	5.3	5.3

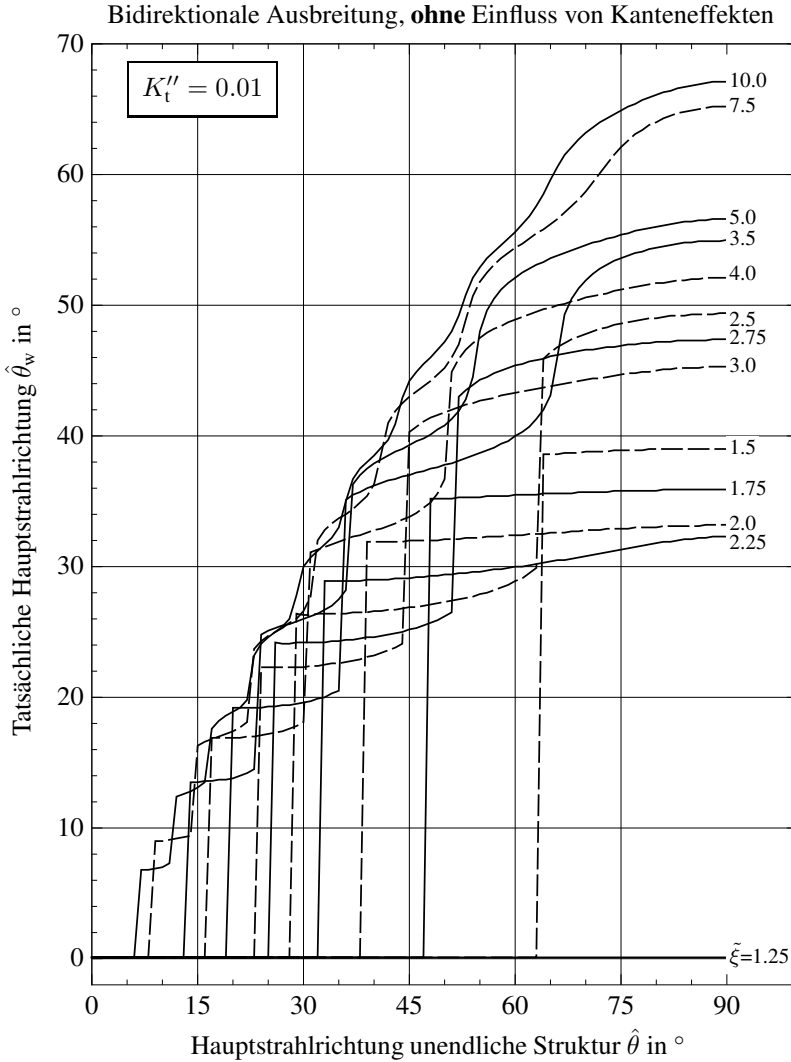
**Tabelle A.8:** Maximale Direktivität als Funktion von  $\hat{\theta}$  einer begrenzten Struktur bei unidirektionaler Ausbreitung unter Berücksichtigung von Kanteneffekten mit  $K_1'' = 0.2$  und  $\tilde{\xi}$  variabel.

## A.2 Bidirektionale und zirkulare Ausbreitung

Abbildung A.9–A.16 (S. 232–239) zeigt die tatsächliche Hauptstrahlungsrichtung  $\hat{\theta}_w$  als Funktion der Hauptstrahlungsrichtung der unendlichen Struktur  $\hat{\theta}$  bei bidirektionaler Ausbreitung ohne und mit Berücksichtigung von Kanten-effekten mit  $\tilde{\xi}$  als Parameter und  $K'_l = \{0.01, 0.05, 0.1, 0.2\}$ .  $\hat{\theta}$  wurde numerisch aus (5.29) bzw. (5.43b) ermittelt [133].

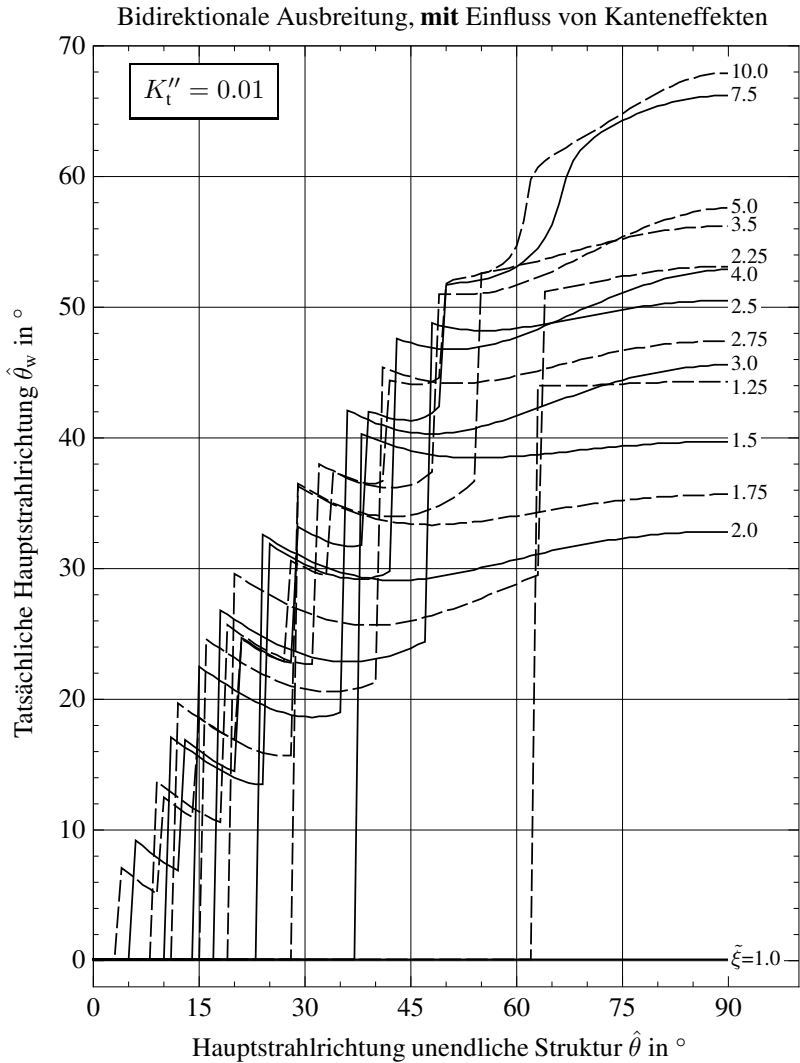
Tabelle A.9–A.16 (S. 240–247) zeigt die maximale Direktivität einer begrenzten Struktur bei bidirektionaler Ausbreitung für  $K''_x \in \{0.01, 0.05, 0.1, 0.2\}$  ohne und mit Berücksichtigung von Kanten-effekten. Die Direktivitätswerte wurden aus (5.10) mit (5.29) bzw. (5.43b) numerisch ermittelt [133].

Tabelle A.17–A.24 (S. 248–255) zeigt die maximale Direktivität einer begrenzten zweidimensionalen Struktur mit runder Kontur unter der Annahme einer zirkularen Ausbreitung für  $K''_l \in \{0.01, 0.05, 0.1, 0.2\}$  ohne bzw. mit Berücksichtigung von Kanteneffekten. Die Werte für die Direktivität wurden ausgehend von der Definition (5.60a) mit (5.29) bzw. (5.43b) numerisch berechnet [133] und mit dem Faktor 2 multipliziert, um die Vergleichbarkeit mit den Messungen zu gewährleisten, bei denen zur Bestimmung der abgestrahlten Leistung über den gesamten Raum zu integrieren ist. Dabei wurde angenommen, dass der untere Halbraum ( $z < 0$ ) feldfrei sei (vgl. Abschnitt 5.6.1).

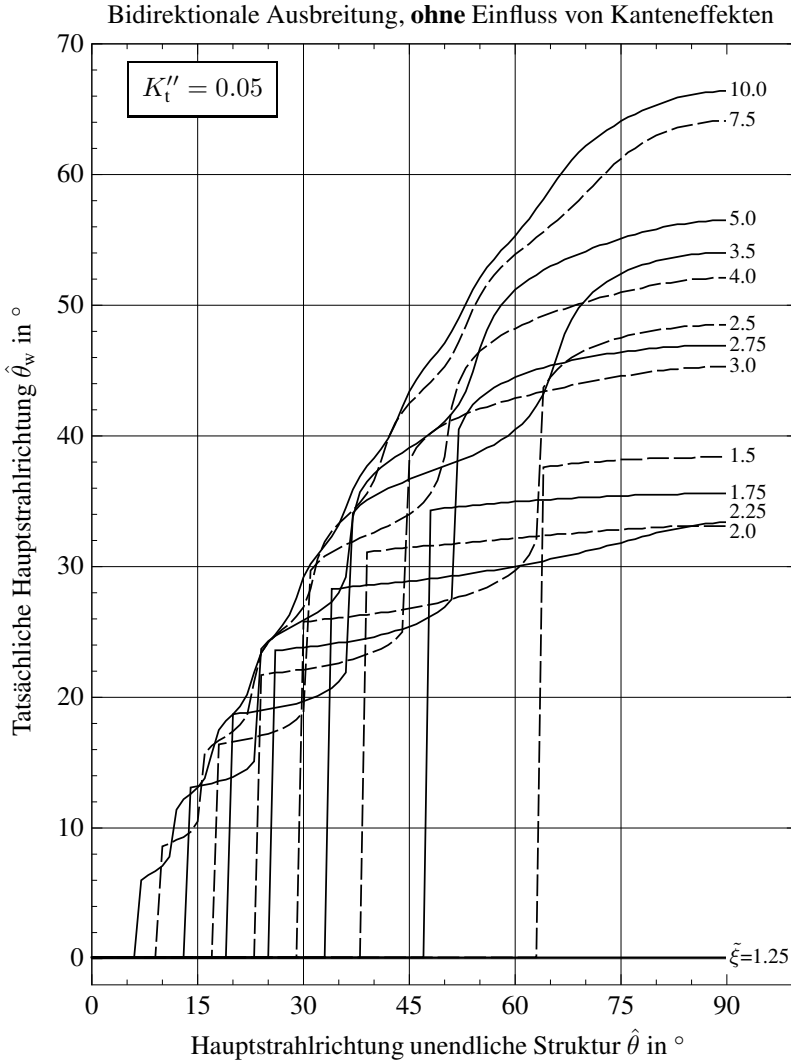


**Abbildung A.9:** Tatsächliche Hauptstrahlungsrichtung  $\hat{\theta}_w$  als Funktion von  $\hat{\theta}$  einer begrenzten Struktur bei bidirektionaler Ausbreitung ohne Berücksichtigung von Kanteneffekten mit  $K_t'' = 0.01$  und  $\tilde{\xi}$  variabel.

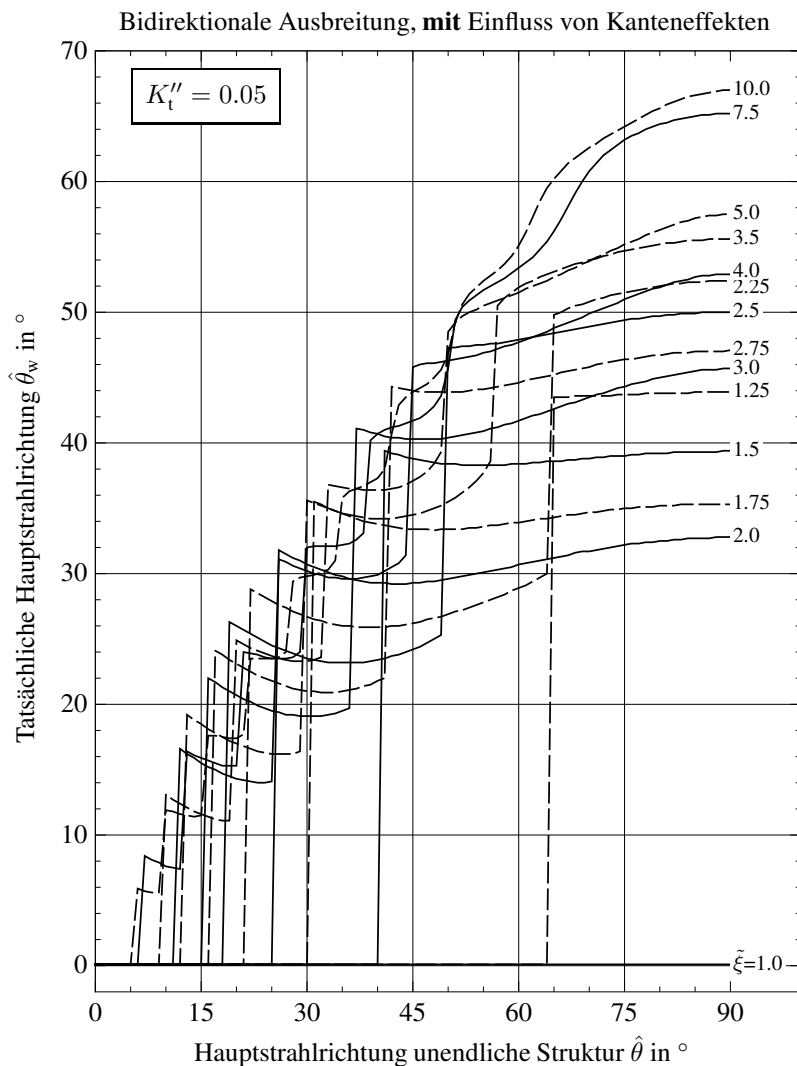




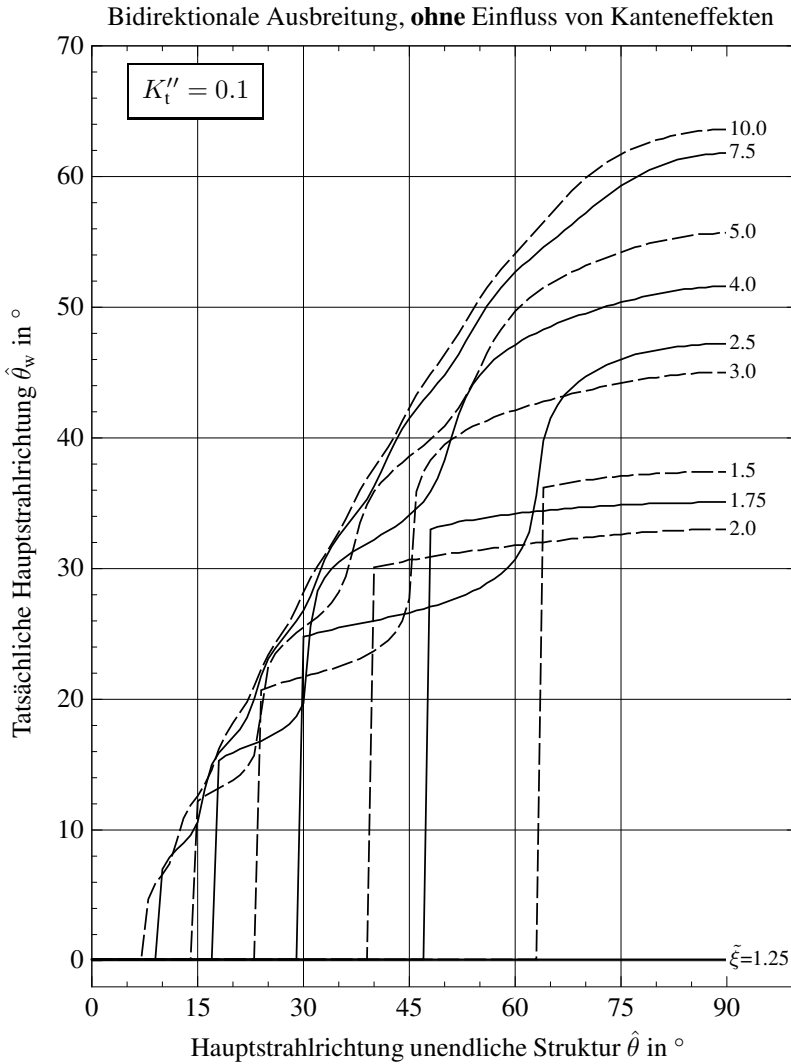
**Abbildung A.10:** Tatsächliche Hauptstrahlungsrichtung  $\hat{\theta}_w$  als Funktion von  $\hat{\theta}$  einer begrenzten Struktur bei bidirektionaler Ausbreitung unter Berücksichtigung von Kanteneffekten mit  $K_t'' = 0.01$  und  $\tilde{\xi}$  variabel.



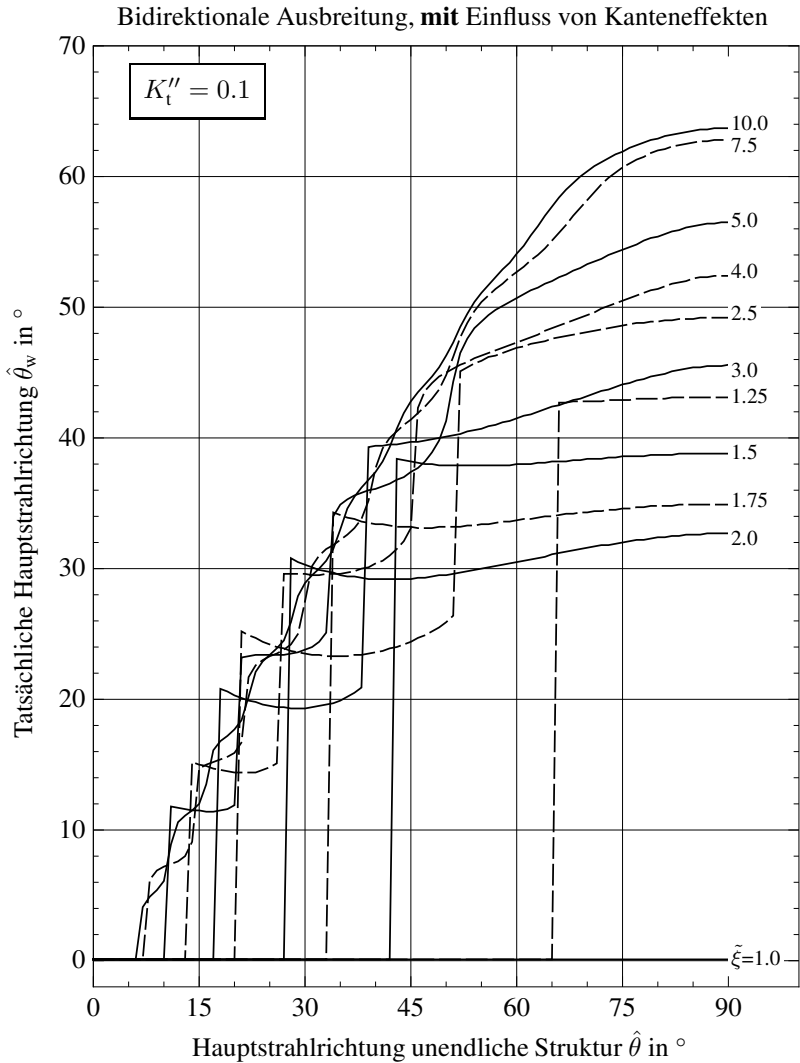
**Abbildung A.11:** Tatsächliche Hauptstrahlungsrichtung  $\hat{\theta}_w$  als Funktion von  $\hat{\theta}$  einer begrenzten Struktur bei bidirektionaler Ausbreitung ohne Berücksichtigung von Kantenwirkungen mit  $K_t'' = 0.05$  und  $\tilde{\xi}$  variabel.



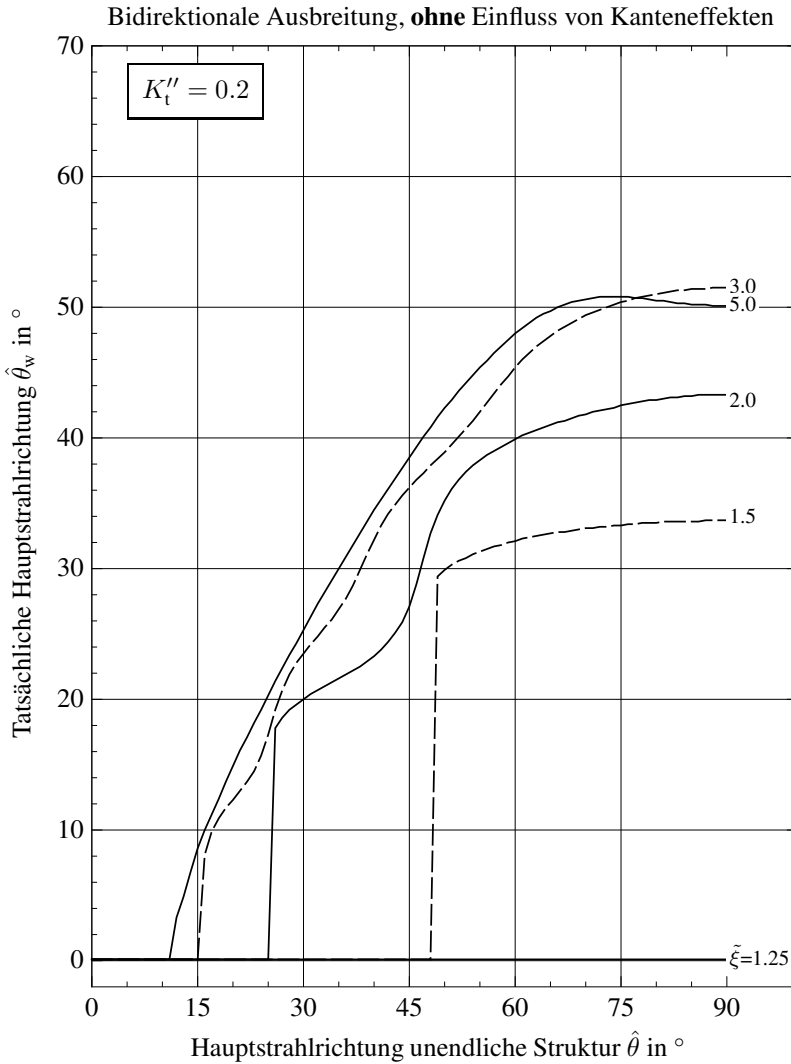
**Abbildung A.12:** Tatsächliche Hauptstrahlungsrichtung  $\hat{\theta}_w$  als Funktion von  $\hat{\theta}$  einer begrenzten Struktur bei bidirektionaler Ausbreitung unter Berücksichtigung von Kanteneffekten mit  $K_t'' = 0.05$  und  $\tilde{\xi}$  variabel.



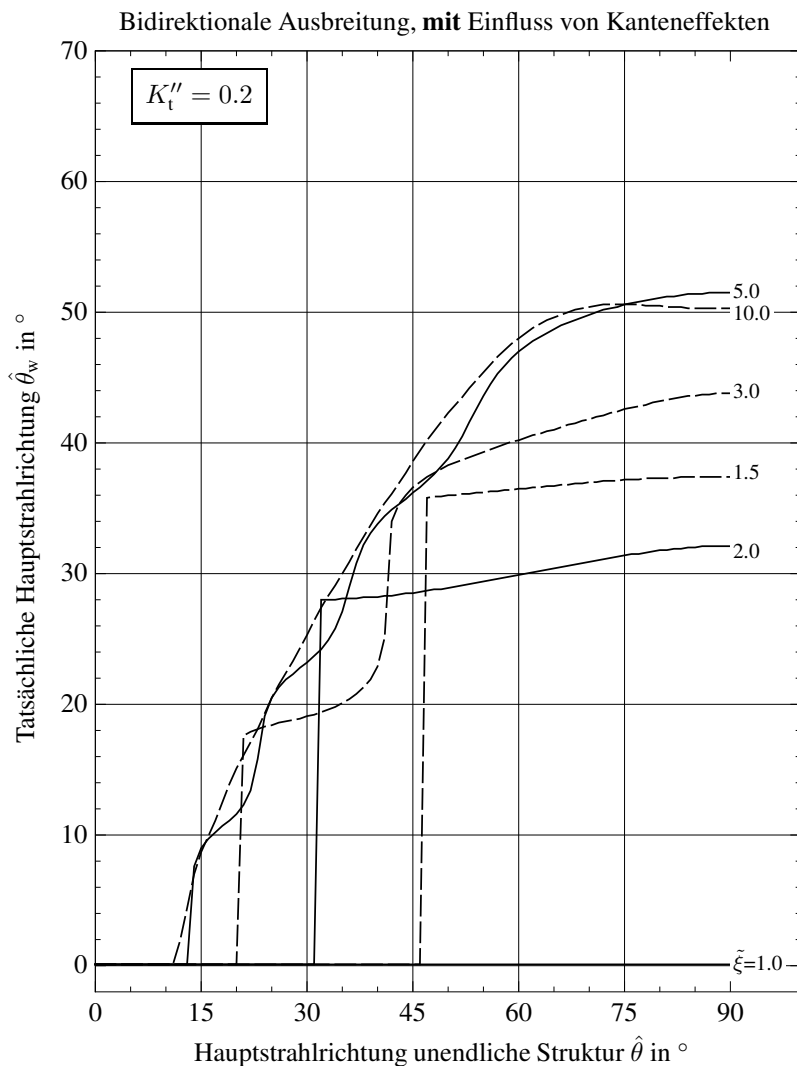
**Abbildung A.13:** Tatsächliche Hauptstrahlungsrichtung  $\hat{\theta}_w$  als Funktion von  $\hat{\theta}$  einer begrenzten Struktur bei bidirektionaler Ausbreitung ohne Berücksichtigung von Kanteneffekten mit  $K_t'' = 0.1$  und  $\tilde{\xi}$  variabel.



**Abbildung A.14:** Tatsächliche Hauptstrahlungsrichtung  $\hat{\theta}_w$  als Funktion von  $\hat{\theta}$  einer begrenzten Struktur bei bidirektionaler Ausbreitung unter Berücksichtigung von Kanteneffekten mit  $K_t'' = 0.1$  und  $\tilde{\xi}$  variabel.



**Abbildung A.15:** Tatsächliche Hauptstrahlungsrichtung  $\hat{\theta}_w$  als Funktion von  $\hat{\theta}$  einer begrenzten Struktur bei bidirektionaler Ausbreitung ohne Berücksichtigung von Kanteneffekten mit  $K_t'' = 0.2$  und  $\tilde{\xi}$  variabel.



**Abbildung A.16:** Tatsächliche Hauptstrahlungsrichtung  $\hat{\theta}_w$  als Funktion von  $\hat{\theta}$  einer begrenzten Struktur bei bidirektionaler Ausbreitung unter Berücksichtigung von Kanteneffekten mit  $K_t'' = 0.2$  und  $\tilde{\xi}$  variabel.

Bidirektionale Ausbreitung				maximale Direktivität in dBi											ohne Einfluss von Kanteneffekten				
$K_1'' = 0.01$																			
$\hat{\theta}$ in °	$\tilde{\xi}=1.0$	1.25	1.5	1.75	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	3.5	4.0	5.0	7.5	10.0					
0	5.7	6.5	7.2	7.8	8.3	8.8	9.2	9.6	10.0	10.6	11.1	12.1	13.8	15.0					
5	5.7	6.5	7.2	7.7	8.2	8.7	9.1	9.4	9.7	10.3	10.7	11.4	12.2	12.1					
10	5.6	6.4	7.1	7.5	7.9	8.3	8.6	8.8	9.0	9.3	9.4	9.3	8.8	9.5					
15	5.6	6.4	6.9	7.2	7.5	7.7	7.8	7.9	7.8	7.6	7.1	7.1	7.5	9.3					
20	5.6	6.2	6.6	6.8	6.9	6.8	6.7	6.5	6.1	5.4	6.2	6.7	8.0	9.1					
25	5.5	6.1	6.3	6.2	6.1	5.7	5.2	4.5	4.8	5.6	5.9	6.0	7.7	8.8					
30	5.4	5.9	5.9	5.6	5.1	4.4	4.0	4.6	5.0	5.2	4.6	6.3	7.2	8.4					
35	5.4	5.6	5.4	4.8	4.0	3.6	4.3	4.7	4.7	4.1	5.1	5.4	7.3	8.1					
40	5.3	5.4	4.9	4.0	3.1	4.0	4.4	4.4	4.1	4.4	5.2	5.5	6.7	8.1					
45	5.2	5.1	4.3	3.0	3.5	4.2	4.3	3.9	3.3	4.7	4.7	5.5	6.7	7.6					
50	5.1	4.8	3.8	2.8	3.8	4.2	4.0	3.2	3.7	4.6	4.0	5.1	6.3	7.4					
55	5.0	4.5	3.1	3.1	3.9	4.1	3.5	3.2	4.1	4.4	4.2	4.5	5.9	6.9					
60	4.9	4.3	2.5	3.3	4.0	3.9	3.0	3.5	4.2	4.0	4.5	4.8	6.0	6.7					
65	4.8	4.0	2.2	3.5	4.0	3.7	2.8	3.8	4.3	3.5	4.6	4.9	5.8	6.2					
70	4.7	3.7	2.4	3.6	4.0	3.4	3.0	3.9	4.3	3.5	4.7	5.0	5.4	6.2					
75	4.6	3.5	2.6	3.7	3.9	3.2	3.2	4.0	4.2	3.7	4.6	5.0	5.2	6.2					
80	4.6	3.4	2.7	3.7	3.9	3.0	3.3	4.1	4.2	3.8	4.5	4.9	5.2	6.1					
85	4.6	3.3	2.8	3.7	3.9	2.9	3.3	4.1	4.1	3.9	4.5	4.8	5.2	5.9					
90	4.5	3.2	2.8	3.8	3.8	2.8	3.4	4.1	4.1	3.9	4.5	4.8	5.2	5.9					

**Tabelle A.9:** Maximale Direktivität als Funktion von  $\hat{\theta}$  einer begrenzten Struktur bei bidirektionaler Ausbreitung ohne Berücksichtigung von Kanteneffekten mit  $K_1'' = 0.01$  und  $\tilde{\xi}$  variabel.



Bidirektionale Ausbreitung										mit Einfluss von Kanteneffekten									
$K_t'' = 0.01$										maximale Direktivität in dBi									
$\hat{\theta}$ in °	$\xi=1.0$	1.25	1.5	1.75	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	3.5	4.0	5.0	7.5	10.0					
0	6.2	6.9	7.5	8.1	8.6	9.0	9.4	9.8	10.2	10.8	11.3	12.2	13.9	15.1					
5	6.2	6.9	7.5	8.1	8.6	9.0	9.4	9.8	10.1	10.7	11.2	11.8	11.0	12.2					
10	6.2	6.9	7.5	8.1	8.5	8.8	9.1	9.3	9.3	8.9	7.8	9.3	10.1	10.9					
15	6.2	6.9	7.4	7.7	7.9	7.7	7.2	6.4	6.6	7.6	8.2	8.5	10.4	9.2					
20	6.2	6.7	6.9	6.7	6.0	4.9	5.8	6.4	6.9	7.3	7.3	8.2	7.7	9.8					
25	6.1	6.3	5.9	4.9	4.4	5.3	5.9	6.2	6.4	6.2	5.8	8.2	9.5	10.4					
30	5.9	5.7	4.6	3.6	4.6	5.2	5.6	5.7	5.4	5.2	6.9	6.5	8.2	10.2					
35	5.6	4.9	3.2	3.8	4.6	5.0	5.1	4.7	3.7	6.0	6.5	6.8	8.4	8.8					
40	5.2	4.1	2.6	3.8	4.5	4.7	4.3	3.2	4.7	5.8	5.1	6.9	7.6	8.4					
45	4.8	3.4	2.8	3.8	4.3	4.2	3.3	3.9	4.9	5.1	4.5	5.6	7.6	8.8					
50	4.5	2.8	2.9	3.8	4.2	3.7	2.9	4.2	4.8	4.1	5.1	4.8	6.0	6.7					
55	4.2	2.3	2.9	3.8	4.0	3.1	3.3	4.2	4.6	3.3	5.1	5.4	6.8	7.7					
60	3.9	1.9	3.0	3.8	3.8	2.6	3.5	4.2	4.3	3.8	4.9	5.4	6.1	6.4					
65	3.7	1.8	3.1	3.8	3.6	2.4	3.6	4.2	4.1	4.0	4.7	5.1	5.3	6.5					
70	3.6	1.9	3.2	3.8	3.4	2.6	3.6	4.2	3.9	4.1	4.4	4.9	5.3	6.4					
75	3.5	2.0	3.2	3.7	3.2	2.7	3.7	4.1	3.7	4.1	4.2	4.7	5.4	6.1					
80	3.4	2.0	3.3	3.7	3.1	2.7	3.7	4.1	3.6	4.2	4.1	4.5	5.4	5.9					
85	3.4	2.1	3.3	3.7	3.1	2.8	3.8	4.1	3.5	4.2	4.0	4.4	5.4	5.7					
90	3.3	2.1	3.3	3.7	3.0	2.8	3.8	4.1	3.5	4.2	3.9	4.3	5.4	5.6					

**Tabelle A.10:** Maximale Direktivität als Funktion von  $\hat{\theta}$  einer begrenzten Struktur bei bidirektionaler Ausbreitung unter Berücksichtigung von Kanteneffekten mit  $K_t'' = 0.01$  und  $\xi$  variabel.

Bidirektionale Ausbreitung		maximale Direktivität in dBi														ohne Einfluss von Kanteneffekten			
$K'' = 0.05$																			
$\hat{\theta}$ in °	$\tilde{\xi}=1.0$	1.25	1.5	1.75	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	3.5	4.0	5.0	7.5	10.0					
0	5.6	6.4	7.1	7.7	8.2	8.7	9.1	9.5	9.8	10.4	10.9	11.8	13.3	14.2					
5	5.6	6.4	7.1	7.6	8.1	8.6	8.9	9.3	9.6	10.1	10.5	11.2	11.8	11.7					
10	5.6	6.4	7.0	7.4	7.9	8.2	8.5	8.7	8.9	9.2	9.3	9.1	8.4	9.0					
15	5.5	6.3	6.8	7.1	7.4	7.6	7.7	7.8	7.7	7.5	7.0	6.8	7.3	8.5					
20	5.5	6.1	6.5	6.7	6.8	6.7	6.6	6.4	6.0	5.1	6.0	6.5	7.6	8.3					
25	5.4	6.0	6.2	6.2	6.0	5.7	5.2	4.5	4.6	5.4	5.7	5.7	7.1	8.0					
30	5.4	5.8	5.8	5.5	5.0	4.3	3.8	4.4	4.8	5.0	4.6	6.0	6.8	7.6					
35	5.3	5.6	5.3	4.7	3.9	3.5	4.2	4.5	4.6	4.1	4.9	5.3	6.8	7.4					
40	5.2	5.3	4.8	3.9	3.0	3.8	4.2	4.3	4.0	4.2	4.9	5.2	6.3	7.3					
45	5.1	5.0	4.3	2.9	3.4	4.0	4.1	3.8	3.2	4.4	4.5	5.2	6.2	6.9					
50	5.0	4.7	3.7	2.7	3.6	4.0	3.8	3.2	3.6	4.4	3.9	4.8	5.8	6.6					
55	4.9	4.5	3.1	3.0	3.8	3.9	3.4	3.1	3.9	4.2	4.0	4.4	5.4	6.2					
60	4.8	4.2	2.4	3.2	3.8	3.7	2.9	3.4	4.0	3.8	4.2	4.5	5.4	5.9					
65	4.7	3.9	2.2	3.4	3.8	3.5	2.7	3.6	4.1	3.5	4.3	4.6	5.2	5.5					
70	4.6	3.6	2.4	3.5	3.8	3.3	2.9	3.7	4.0	3.4	4.3	4.6	4.8	5.3					
75	4.6	3.4	2.5	3.5	3.8	3.1	3.0	3.8	4.0	3.5	4.3	4.5	4.6	5.1					
80	4.5	3.3	2.6	3.6	3.7	2.9	3.1	3.8	3.9	3.6	4.2	4.4	4.5	4.9					
85	4.5	3.2	2.7	3.6	3.7	2.8	3.2	3.9	3.9	3.6	4.1	4.3	4.5	4.7					
90	4.5	3.1	2.7	3.6	3.7	2.7	3.2	3.9	3.9	3.7	4.1	4.3	4.5	4.6					

**Tabelle A.11:** Maximale Direktivität als Funktion von  $\hat{\theta}$  einer begrenzten Struktur bei bidirektionaler Ausbreitung ohne Berücksichtigung von Kanteneffekten mit  $K_1'' = 0.05$  und  $\tilde{\xi}$  variabel.

Bidirektionale Ausbreitung										mit Einfluss von Kanteneffekten									
$K_t'' = 0.05$										maximale Direktivität in dBi									
$\hat{\theta}$ in °	$\xi=1.0$	1.25	1.5	1.75	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	3.5	4.0	5.0	7.5	10.0					
0	6.2	6.9	7.5	8.1	8.6	9.0	9.4	9.8	10.2	10.8	11.3	12.2	13.7	14.7					
5	6.2	6.9	7.5	8.1	8.6	9.0	9.4	9.8	10.1	10.6	11.1	11.6	11.3	10.3					
10	6.2	6.9	7.5	8.0	8.5	8.8	9.0	9.2	9.3	9.0	8.4	8.1	9.4	8.5					
15	6.2	6.8	7.3	7.7	7.9	7.8	7.4	6.8	6.1	6.9	7.5	8.0	8.7	8.2					
20	6.1	6.7	6.9	6.8	6.3	5.3	5.2	5.9	6.4	6.9	7.0	6.0	7.3	8.5					
25	6.0	6.3	6.0	5.2	3.9	4.9	5.5	5.9	6.1	6.0	5.0	7.3	8.2	8.7					
30	5.8	5.7	4.8	3.4	4.3	4.9	5.3	5.5	5.4	4.4	6.2	6.2	6.8	8.3					
35	5.5	5.0	3.6	3.5	4.3	4.8	5.0	4.7	4.0	5.4	6.0	5.9	7.4	7.3					
40	5.2	4.3	2.4	3.6	4.3	4.6	4.3	3.5	4.1	5.4	5.0	6.2	6.4	7.4					
45	4.9	3.6	2.6	3.7	4.2	4.2	3.5	3.5	4.5	4.9	3.9	5.4	6.7	7.3					
50	4.5	3.0	2.8	3.7	4.1	3.7	2.6	3.9	4.5	4.2	4.7	4.3	5.5	6.4					
55	4.2	2.5	2.9	3.7	3.9	3.2	3.0	4.0	4.4	3.4	4.8	4.9	5.9	6.5					
60	4.0	2.0	3.0	3.7	3.8	2.7	3.3	4.1	4.2	3.5	4.7	5.0	5.6	5.9					
65	3.8	1.7	3.1	3.7	3.6	2.3	3.4	4.1	4.0	3.7	4.5	4.8	5.0	5.5					
70	3.6	1.8	3.1	3.7	3.4	2.5	3.5	4.0	3.8	3.9	4.2	4.6	4.7	5.4					
75	3.5	1.9	3.2	3.7	3.2	2.6	3.6	4.0	3.6	3.9	4.0	4.3	4.7	5.1					
80	3.4	2.0	3.2	3.7	3.1	2.7	3.6	4.0	3.5	4.0	3.8	4.1	4.7	4.8					
85	3.4	2.1	3.3	3.7	3.0	2.7	3.7	3.9	3.4	4.0	3.7	4.0	4.6	4.6					
90	3.4	2.1	3.3	3.7	3.0	2.7	3.7	3.9	3.3	4.0	3.7	4.0	4.6	4.5					

**Tabelle A.12:** Maximale Direktivität als Funktion von  $\hat{\theta}$  einer begrenzten Struktur bei bidirektionaler Ausbreitung unter Berücksichtigung von Kanteneffekten mit  $K_t'' = 0.05$  und  $\xi$  variabel.

Bidirektionale Ausbreitung		maximale Direktivität in dBi														ohne Einfluss von Kanteneffekten			
$K_1'' = 0.1$																			
$\hat{\theta}$ in °	$\tilde{\xi}=1.0$	1.25	1.5	1.75	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	3.5	4.0	5.0	7.5	10.0					
0	5.5	6.3	7.0	7.6	8.1	8.5	8.9	9.2	9.5	10.1	10.5	11.2	12.2	12.7					
5	5.5	6.3	7.0	7.5	8.0	8.4	8.7	9.1	9.3	9.8	10.1	10.6	11.0	10.9					
10	5.5	6.2	6.8	7.3	7.7	8.0	8.3	8.5	8.7	8.9	9.0	8.8	7.8	8.2					
15	5.5	6.2	6.7	7.0	7.3	7.4	7.5	7.6	7.5	7.3	6.9	6.4	6.9	7.4					
20	5.4	6.0	6.4	6.6	6.6	6.6	6.5	6.2	5.9	5.0	5.6	6.1	6.7	6.9					
25	5.4	5.9	6.1	6.0	5.9	5.5	5.1	4.5	4.4	5.1	5.4	5.3	6.2	6.6					
30	5.3	5.7	5.7	5.4	4.9	4.3	3.6	4.2	4.6	4.8	4.5	5.4	6.0	6.3					
35	5.2	5.4	5.2	4.7	3.8	3.3	3.9	4.3	4.4	4.0	4.5	4.9	5.8	6.1					
40	5.1	5.2	4.7	3.8	2.8	3.6	4.0	4.1	3.8	3.9	4.5	4.7	5.4	5.8					
45	5.0	4.9	4.2	2.9	3.2	3.8	3.9	3.6	3.1	4.1	4.2	4.6	5.2	5.5					
50	4.9	4.6	3.6	2.5	3.4	3.8	3.6	3.1	3.3	4.0	3.7	4.3	4.9	5.2					
55	4.8	4.3	3.0	2.8	3.6	3.7	3.3	2.9	3.6	3.8	3.7	3.9	4.5	4.8					
60	4.7	4.1	2.4	3.0	3.6	3.5	2.8	3.1	3.7	3.5	3.8	3.9	4.3	4.5					
65	4.6	3.8	2.1	3.2	3.6	3.3	2.6	3.3	3.7	3.2	3.8	3.9	4.1	4.1					
70	4.5	3.5	2.3	3.3	3.6	3.1	2.7	3.4	3.7	3.2	3.8	3.8	3.8	3.7					
75	4.5	3.3	2.4	3.4	3.6	2.9	2.8	3.5	3.6	3.2	3.7	3.7	3.5	3.4					
80	4.4	3.2	2.5	3.4	3.5	2.8	2.9	3.5	3.5	3.2	3.6	3.6	3.3	3.2					
85	4.4	3.1	2.6	3.4	3.5	2.7	3.0	3.5	3.5	3.2	3.5	3.5	3.2	3.0					
90	4.4	3.0	2.6	3.4	3.5	2.6	3.0	3.5	3.5	3.2	3.5	3.5	3.2	2.9					

**Tabelle A.13:** Maximale Direktivität als Funktion von  $\hat{\theta}$  einer begrenzten Struktur bei bidirektionaler Ausbreitung ohne Berücksichtigung von Kanteneffekten mit  $K_1'' = 0.1$  und  $\tilde{\xi}$  variabel.

Bidirektionale Ausbreitung										mit Einfluss von Kanteneffekten									
$K_t'' = 0.1$										maximale Direktivität in dBi									
$\theta$ in °	$\xi=1.0$	1.25	1.5	1.75	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	3.5	4.0	5.0	7.5	10.0	11.8	12.7	13.0	10.7	8.1
0	6.2	6.9	7.5	8.1	8.6	9.0	9.4	9.8	10.1	10.6	11.1	11.8	12.7	13.0					
5	6.2	6.9	7.5	8.1	8.6	9.0	9.3	9.7	9.9	10.4	10.7	11.1	10.9	10.7					
10	6.1	6.8	7.4	8.0	8.4	8.7	8.9	9.0	9.1	8.9	8.6	7.7	8.3	8.1					
15	6.1	6.8	7.3	7.6	7.8	7.7	7.5	7.1	6.6	5.8	6.6	7.3	7.0	7.3					
20	6.0	6.6	6.8	6.8	6.4	5.8	5.0	5.1	5.7	6.3	6.5	5.7	6.6	7.0					
25	5.9	6.3	6.1	5.5	4.5	4.3	5.0	5.4	5.7	5.7	5.1	6.2	6.7	6.8					
30	5.7	5.8	5.0	3.9	3.8	4.6	5.0	5.2	5.2	4.3	5.3	5.7	5.7	6.4					
35	5.5	5.1	3.9	3.1	4.0	4.6	4.8	4.6	4.1	4.6	5.4	4.8	6.1	6.0					
40	5.2	4.4	2.8	3.3	4.1	4.4	4.3	3.6	3.5	4.9	4.7	5.3	5.3	5.9					
45	4.9	3.8	2.4	3.5	4.1	4.1	3.5	3.0	4.0	4.6	3.7	4.9	5.5	5.6					
50	4.6	3.2	2.6	3.6	4.0	3.7	2.7	3.5	4.1	4.0	4.0	4.0	4.8	5.2					
55	4.3	2.6	2.8	3.6	3.8	3.2	2.7	3.7	4.1	3.4	4.2	4.1	4.7	4.9					
60	4.1	2.2	2.9	3.6	3.7	2.8	3.0	3.8	4.0	3.1	4.2	4.2	4.5	4.5					
65	3.9	1.7	3.0	3.6	3.5	2.3	3.2	3.8	3.8	3.3	4.0	4.1	4.0	4.0					
70	3.7	1.8	3.1	3.6	3.3	2.3	3.3	3.8	3.6	3.4	3.8	3.9	3.6	3.7					
75	3.6	1.9	3.1	3.6	3.1	2.4	3.4	3.7	3.4	3.5	3.6	3.6	3.4	3.4					
80	3.5	2.0	3.2	3.6	3.0	2.5	3.4	3.7	3.2	3.5	3.4	3.4	3.3	3.1					
85	3.4	2.0	3.2	3.6	2.9	2.6	3.4	3.6	3.1	3.5	3.2	3.3	3.2	2.9					
90	3.4	2.0	3.2	3.6	2.9	2.6	3.4	3.6	3.1	3.5	3.2	3.2	3.1	2.8					

**Tabelle A.14:** Maximale Direktivität als Funktion von  $\theta$  einer begrenzten Struktur bei bidirektionaler Ausbreitung unter Berücksichtigung von Kanteneffekten mit  $K_t'' = 0.1$  und  $\xi$  variabel.

Bidirektionale Ausbreitung		ohne Einfluss von Kanteneffekten															
$K_1'' = 0.2$		maximale Direktivität in dBi															
$\hat{\theta}$ in °	$\tilde{\xi}=1.0$	1.25	1.5	1.75	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	3.5	4.0	5.0	7.5	10.0			
0	5.4	6.1	6.7	7.2	7.6	8.0	8.3	8.6	8.8	9.1	9.4	9.7	10.0	10.1			
5	5.3	6.1	6.7	7.1	7.6	7.9	8.2	8.4	8.6	8.9	9.1	9.3	9.4	9.4			
10	5.3	6.0	6.5	7.0	7.3	7.6	7.8	7.9	8.0	8.1	8.2	8.1	7.8	7.7			
15	5.3	5.9	6.4	6.7	6.9	7.0	7.1	7.1	7.1	6.9	6.7	6.2	6.2	6.1			
20	5.2	5.8	6.1	6.3	6.3	6.3	6.2	6.0	5.8	5.2	5.1	5.4	5.3	5.3			
25	5.2	5.6	5.8	5.8	5.6	5.3	5.0	4.6	4.1	4.6	4.8	4.6	4.7	4.8			
30	5.1	5.4	5.4	5.2	4.8	4.2	3.6	3.8	4.1	4.3	4.1	4.3	4.4	4.4			
35	5.0	5.2	5.0	4.5	3.8	3.1	3.5	3.8	3.9	3.7	3.7	4.0	4.0	4.0			
40	4.9	5.0	4.5	3.8	2.8	3.3	3.6	3.6	3.5	3.3	3.7	3.6	3.7	3.7			
45	4.8	4.7	4.0	3.0	2.9	3.4	3.5	3.3	3.0	3.3	3.4	3.4	3.4	3.4			
50	4.7	4.4	3.5	2.4	3.1	3.4	3.2	2.9	2.8	3.3	3.1	3.2	3.2	3.1			
55	4.6	4.2	3.0	2.6	3.2	3.3	3.0	2.6	2.9	3.1	2.9	2.9	2.9	2.8			
60	4.5	3.9	2.4	2.8	3.2	3.1	2.6	2.6	2.9	2.8	2.8	2.7	2.6	2.6			
65	4.4	3.6	2.0	2.9	3.2	2.9	2.4	2.7	2.9	2.6	2.7	2.6	2.4	2.3			
70	4.3	3.4	2.1	3.0	3.2	2.8	2.4	2.7	2.9	2.5	2.6	2.4	2.2	2.1			
75	4.3	3.2	2.2	3.0	3.1	2.6	2.4	2.7	2.8	2.4	2.5	2.3	2.0	1.9			
80	4.2	3.1	2.3	3.0	3.1	2.5	2.4	2.7	2.7	2.3	2.4	2.2	1.8	1.8			
85	4.2	3.0	2.4	3.0	3.0	2.4	2.4	2.7	2.7	2.3	2.4	2.1	1.7	1.7			
90	4.2	2.9	2.4	3.1	3.0	2.4	2.4	2.7	2.7	2.3	2.4	2.1	1.7	1.7			

**Tabelle A.15:** Maximale Direktivität als Funktion von  $\hat{\theta}$  einer begrenzten Struktur bei bidirektionaler Ausbreitung ohne Berücksichtigung von Kanteneffekten mit  $K_1'' = 0.2$  und  $\tilde{\xi}$  variabel.

Bidirektionale Ausbreitung										mit Einfluss von Kanteneffekten									
$K_t'' = 0.2$										maximale Direktivität in dBi									
$\theta$ in °	$\xi=1.0$	1.25	1.5	1.75	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	3.5	4.0	5.0	7.5	10.0					
0	6.1	6.8	7.4	8.0	8.4	8.7	9.0	9.2	9.4	9.7	9.9	10.0	10.1	10.1					
5	6.1	6.8	7.4	7.9	8.3	8.6	8.9	9.1	9.2	9.4	9.5	9.5	9.4	9.3					
10	6.0	6.7	7.3	7.8	8.1	8.3	8.4	8.4	8.4	8.3	8.1	7.8	7.7	7.7					
15	6.0	6.6	7.1	7.4	7.5	7.4	7.2	7.0	6.8	6.4	6.1	6.2	6.2	6.2					
20	5.9	6.4	6.7	6.7	6.4	6.0	5.6	5.2	4.8	5.3	5.5	5.4	5.3	5.3					
25	5.8	6.1	6.0	5.6	5.0	4.3	4.1	4.6	4.9	5.0	4.8	4.7	4.8	4.8					
30	5.6	5.7	5.2	4.4	3.5	3.9	4.4	4.6	4.6	4.2	4.0	4.5	4.4	4.4					
35	5.4	5.2	4.3	3.1	3.4	4.0	4.3	4.2	3.9	3.5	4.1	3.9	4.1	4.0					
40	5.1	4.6	3.3	2.9	3.6	4.0	3.9	3.6	3.1	3.7	3.9	3.7	3.7	3.7					
45	4.9	4.0	2.4	3.1	3.7	3.8	3.4	2.8	3.1	3.7	3.3	3.6	3.5	3.4					
50	4.6	3.4	2.3	3.2	3.6	3.5	2.8	2.7	3.3	3.4	3.0	3.2	3.2	3.1					
55	4.3	2.9	2.5	3.3	3.5	3.1	2.3	2.9	3.3	2.9	3.0	2.8	2.9	2.8					
60	4.1	2.4	2.7	3.3	3.4	2.7	2.4	3.0	3.2	2.5	2.9	2.7	2.6	2.6					
65	3.9	1.9	2.8	3.3	3.2	2.3	2.5	3.0	3.0	2.4	2.8	2.6	2.4	2.3					
70	3.7	1.6	2.9	3.3	3.0	2.0	2.6	3.0	2.8	2.4	2.6	2.4	2.1	2.1					
75	3.6	1.8	2.9	3.3	2.9	2.0	2.7	2.9	2.7	2.4	2.5	2.3	1.9	1.9					
80	3.5	1.9	3.0	3.3	2.7	2.1	2.7	2.9	2.5	2.4	2.3	2.1	1.8	1.8					
85	3.4	1.9	3.0	3.3	2.6	2.1	2.7	2.8	2.4	2.4	2.2	2.0	1.7	1.7					
90	3.4	1.9	3.0	3.2	2.6	2.1	2.7	2.8	2.4	2.3	2.2	2.0	1.7	1.7					

**Tabelle A.16:** Maximale Direktivität als Funktion von  $\theta$  einer begrenzten Struktur bei bidirektionaler Ausbreitung unter Berücksichtigung von Kanteneffekten mit  $K_t'' = 0.2$  und  $\xi$  variabel.

Zirkulare Ausbreitung		maximale Direktivität in dBi															ohne Einfluss von Kanteneffekten				
$K_1'' = 0.01$																					
$\theta$ in °	$\xi=1.0$	1.25	1.5	1.75	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	3.5	4.0	5.0	7.5	10.0							
0	12.6	14.3	15.5	16.5	17.5	18.4	19.2	19.8	20.5	21.7	22.7	24.4	27.6	29.9							
5	12.6	14.2	15.4	16.3	17.2	18.0	18.7	19.2	19.8	20.7	21.5	22.6	23.9	24.0							
10	12.5	14.0	15.0	15.7	16.3	16.9	17.3	17.7	18.0	18.4	18.5	18.4	17.8	18.4							
15	12.4	13.8	14.5	14.8	15.1	15.4	15.5	15.6	15.5	15.2	14.6	14.5	14.7	16.4							
20	12.3	13.4	13.8	13.8	13.7	13.6	13.4	13.1	12.6	11.7	12.5	12.8	14.1	15.1							
25	12.2	13.0	12.9	12.6	12.2	11.7	11.1	10.2	10.4	11.0	11.2	11.2	12.8	13.9							
30	12.0	12.5	12.1	11.3	10.6	9.7	9.1	9.5	9.8	9.8	9.2	10.8	11.6	12.6							
35	11.8	12.0	11.2	10.1	8.9	8.4	8.9	9.0	9.0	8.2	9.1	9.4	11.1	11.8							
40	11.6	11.4	10.2	8.8	7.6	8.3	8.5	8.3	7.9	8.1	8.7	8.9	10.0	11.3							
45	11.4	10.9	9.3	7.4	7.7	8.1	8.0	7.5	6.7	8.0	7.9	8.6	9.6	10.4							
50	11.2	10.3	8.4	6.9	7.6	7.8	7.4	6.5	7.0	7.7	6.9	7.8	8.9	9.9							
55	10.9	9.8	7.5	7.0	7.6	7.5	6.8	6.3	7.1	7.3	7.0	7.1	8.2	9.2							
60	10.7	9.3	6.7	7.0	7.5	7.2	6.1	6.5	7.2	6.7	7.1	7.2	8.1	8.7							
65	10.5	8.8	6.2	7.0	7.4	6.8	5.8	6.7	7.2	6.2	7.2	7.3	7.8	8.1							
70	10.4	8.4	6.3	7.0	7.2	6.5	5.9	6.8	7.1	6.2	7.1	7.3	7.4	8.0							
75	10.2	8.1	6.3	7.0	7.1	6.2	6.0	6.8	7.0	6.3	7.1	7.2	7.2	8.0							
80	10.1	7.8	6.4	7.0	7.1	6.0	6.1	6.9	6.9	6.3	7.0	7.2	7.2	7.9							
85	10.1	7.7	6.4	7.0	7.0	5.9	6.2	6.9	6.9	6.4	6.9	7.1	7.3	7.8							
90	10.0	7.6	6.4	7.0	7.0	5.8	6.2	6.9	6.9	6.4	6.9	7.1	7.3	7.8							

**Tabelle A.17:** Maximale Direktivität als Funktion von  $\theta$  einer begrenzten kreisförmigen Struktur bei zirkularer Ausbreitung ohne Berücksichtigung von Kantenefekten mit  $K_1'' = 0.01$  und  $\xi$  variabel.



Zirkulare Ausbreitung										mit Einfluss von Kanteneffekten									
$K_t'' = 0.01$										maximale Direktivität in dBi									
$\hat{\theta}$ in °	$\hat{\xi}=1.0$	1.25	1.5	1.75	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	3.5	4.0	5.0	7.5	10.0					
0	13.4	14.6	15.6	16.7	17.7	18.4	19.0	19.8	20.4	21.4	22.5	24.1	27.1	29.3					
5	13.4	14.5	15.5	16.6	17.5	18.2	18.8	19.4	20.0	20.7	21.3	21.9	20.3	21.9					
10	13.4	14.4	15.2	16.1	16.7	17.0	17.2	17.3	17.1	16.2	14.8	16.5	18.9	19.0					
15	13.3	14.1	14.5	14.8	14.6	14.1	13.2	12.2	12.4	13.6	14.6	15.7	16.9	16.2					
20	13.1	13.4	13.0	12.4	11.3	9.9	10.8	11.7	12.3	13.2	13.5	12.9	13.5	15.7					
25	12.7	12.3	11.0	9.5	8.9	9.9	10.7	11.4	11.8	11.5	10.6	13.1	14.5	15.4					
30	12.1	11.0	8.9	7.7	8.9	9.8	10.3	10.5	10.2	9.4	11.1	11.0	12.4	14.4					
35	11.4	9.6	7.1	7.7	8.8	9.4	9.4	8.8	7.5	9.7	10.5	10.5	12.1	12.4					
40	10.7	8.3	6.4	7.7	8.6	8.8	8.0	6.6	8.0	9.3	8.6	10.3	10.8	11.6					
45	10.0	7.4	6.4	7.6	8.2	7.9	6.5	7.0	8.0	8.4	7.5	8.6	10.5	11.5					
50	9.4	6.6	6.4	7.4	7.8	6.9	5.9	7.1	7.9	7.1	7.9	7.5	8.5	9.2					
55	8.9	6.1	6.4	7.3	7.3	6.1	6.1	7.1	7.5	5.9	7.8	7.9	9.1	9.9					
60	8.5	5.6	6.4	7.1	6.9	5.5	6.2	7.0	7.2	6.3	7.5	7.7	8.3	8.4					
65	8.2	5.4	6.4	7.0	6.5	5.2	6.3	6.9	6.8	6.4	7.1	7.4	7.3	8.4					
70	8.0	5.4	6.3	6.8	6.3	5.3	6.3	6.9	6.5	6.5	6.8	7.1	7.2	8.3					
75	7.8	5.4	6.3	6.7	6.1	5.4	6.4	6.8	6.3	6.5	6.6	6.9	7.3	8.0					
80	7.7	5.4	6.3	6.7	6.0	5.4	6.4	6.7	6.2	6.6	6.4	6.7	7.4	7.7					
85	7.6	5.4	6.3	6.6	5.9	5.5	6.4	6.7	6.1	6.6	6.3	6.6	7.4	7.6					
90	7.6	5.4	6.3	6.6	5.9	5.5	6.4	6.7	6.0	6.6	6.2	6.5	7.4	7.5					

**Tabelle A.18:** Maximale Direktivität als Funktion von  $\hat{\theta}$  einer begrenzten kreisförmigen Struktur bei zirkularer Ausbreitung unter Berücksichtigung von Kanteneffekten mit  $K_t'' = 0.01$  und  $\xi$  variabel.

Zirkulare Ausbreitung		maximale Direktivität in dBi														ohne Einfluss von Kanteneffekten					
$K_1'' = 0.05$																					
$\hat{\theta}$ in °	$\hat{\xi}$ in °	1.25	1.5	1.75	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	3.5	4.0	5.0	7.5	10.0							
0	12.5	14.1	15.4	16.5	17.4	18.4	19.2	19.8	20.5	21.7	22.7	24.4	27.4	29.2							
5	12.4	14.0	15.3	16.2	17.1	18.0	18.7	19.3	19.8	20.8	21.5	22.6	23.9	23.9							
10	12.4	13.9	14.9	15.6	16.3	16.9	17.3	17.7	18.0	18.4	18.6	18.5	17.6	18.3							
15	12.3	13.6	14.4	14.8	15.1	15.3	15.5	15.6	15.6	15.3	14.7	14.4	14.8	16.0							
20	12.2	13.3	13.7	13.7	13.7	13.6	13.4	13.1	12.7	11.6	12.4	12.8	13.8	14.5							
25	12.0	12.8	12.9	12.5	12.1	11.7	11.1	10.3	10.3	11.0	11.1	11.1	12.4	13.2							
30	11.9	12.4	12.0	11.3	10.5	9.7	9.0	9.5	9.7	9.8	9.3	10.6	11.4	12.1							
35	11.7	11.8	11.1	10.0	8.9	8.3	8.8	8.9	8.9	8.3	9.0	9.3	10.6	11.3							
40	11.5	11.3	10.2	8.7	7.6	8.2	8.4	8.3	7.9	8.0	8.6	8.7	9.8	10.7							
45	11.3	10.8	9.3	7.4	7.6	8.0	7.9	7.4	6.7	7.9	7.8	8.4	9.3	9.9							
50	11.0	10.2	8.4	6.8	7.5	7.7	7.4	6.5	6.9	7.6	7.0	7.7	8.6	9.3							
55	10.8	9.7	7.5	6.9	7.5	7.4	6.7	6.3	7.0	7.2	6.9	7.1	8.0	8.6							
60	10.6	9.2	6.6	6.9	7.4	7.1	6.1	6.5	7.0	6.7	7.0	7.0	7.8	8.2							
65	10.4	8.7	6.2	7.0	7.3	6.8	5.8	6.6	7.0	6.2	7.0	7.1	7.4	7.6							
70	10.2	8.3	6.2	7.0	7.1	6.4	5.9	6.7	6.9	6.2	6.9	7.0	7.1	7.4							
75	10.1	8.0	6.3	7.0	7.0	6.2	6.0	6.7	6.9	6.2	6.9	6.9	6.9	7.2							
80	10.0	7.8	6.3	6.9	6.9	6.0	6.1	6.7	6.8	6.3	6.8	6.9	6.8	7.1							
85	9.9	7.6	6.3	6.9	6.9	5.8	6.1	6.7	6.7	6.3	6.7	6.8	6.8	6.9							
90	9.9	7.6	6.3	6.9	6.9	5.8	6.1	6.7	6.7	6.3	6.7	6.8	6.8	6.9							

**Tabelle A.19:** Maximale Direktivität als Funktion von  $\hat{\theta}$  einer begrenzten kreisförmigen Struktur bei zirkularer Ausbreitung ohne Berücksichtigung von Kantenefekten mit  $K_1'' = 0.05$  und  $\hat{\xi}$  variabel.

Zirkulare Ausbreitung										mit Einfluss von Kanteneffekten									
$K_t'' = 0.05$										maximale Direktivität in dBi									
$\hat{\theta}$ in °	$\zeta=1.0$	1.25	1.5	1.75	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	3.5	4.0	5.0	7.5	10.0					
0	13.4	14.6	15.6	16.8	17.7	18.4	19.1	19.8	20.5	21.6	22.6	24.3	27.5	29.6					
5	13.4	14.5	15.6	16.7	17.6	18.3	18.9	19.5	20.1	20.9	21.6	22.3	22.2	21.7					
10	13.3	14.4	15.3	16.2	16.9	17.2	17.4	17.6	17.5	16.9	16.2	16.1	18.5	17.5					
15	13.2	14.1	14.6	15.0	15.0	14.5	13.9	13.2	12.4	13.3	14.4	15.5	15.9	15.5					
20	13.0	13.5	13.3	12.8	11.9	10.8	10.6	11.5	12.2	13.0	13.3	12.0	13.5	14.7					
25	12.7	12.5	11.5	10.2	8.7	9.7	10.6	11.2	11.6	11.5	10.2	12.5	13.5	13.9					
30	12.1	11.2	9.5	7.8	8.7	9.6	10.2	10.4	10.2	8.8	10.6	10.9	11.3	12.8					
35	11.5	9.9	7.8	7.6	8.6	9.3	9.4	9.0	8.0	9.3	10.1	9.8	11.3	11.1					
40	10.8	8.8	6.4	7.6	8.5	8.7	8.2	7.1	7.6	9.1	8.7	9.8	9.8	10.8					
45	10.1	7.8	6.4	7.5	8.2	8.0	6.9	6.7	7.8	8.3	7.1	8.6	9.8	10.3					
50	9.5	7.0	6.4	7.4	7.8	7.1	5.7	6.9	7.7	7.3	7.6	7.1	8.2	9.1					
55	9.1	6.3	6.4	7.2	7.4	6.3	6.0	7.0	7.5	6.2	7.5	7.5	8.4	9.0					
60	8.7	5.8	6.4	7.1	7.0	5.7	6.1	7.0	7.2	6.2	7.3	7.5	7.9	8.1					
65	8.3	5.4	6.4	7.0	6.6	5.1	6.2	6.9	6.8	6.3	7.0	7.3	7.2	7.7					
70	8.1	5.4	6.3	6.8	6.4	5.3	6.3	6.8	6.6	6.4	6.8	7.0	6.9	7.6					
75	7.9	5.4	6.3	6.8	6.2	5.4	6.3	6.8	6.3	6.5	6.5	6.7	6.9	7.3					
80	7.8	5.4	6.3	6.7	6.0	5.4	6.4	6.7	6.2	6.5	6.3	6.5	6.9	7.0					
85	7.7	5.4	6.3	6.7	5.9	5.5	6.4	6.7	6.0	6.5	6.2	6.4	6.9	6.8					
90	7.7	5.4	6.3	6.6	5.9	5.5	6.4	6.7	6.0	6.5	6.2	6.4	6.8	6.7					

**Tabelle A.20:** Maximale Direktivität als Funktion von  $\hat{\theta}$  einer begrenzten kreisförmigen Struktur bei zirkularer Ausbreitung unter Berücksichtigung von Kanteneffekten mit  $K_t'' = 0.05$  und  $\xi$  variabel.

Zirkulare Ausbreitung														
$K_1'' = 0.1$			maximale Direktivität in dBi										ohne Einfluss von Kanteneffekten	
$\theta$ in °	$\xi=1.0$	1.25	1.5	1.75	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	3.5	4.0	5.0	7.5	10.0
0	12.3	13.9	15.2	16.3	17.2	18.1	18.9	19.5	20.1	21.2	22.	23.3	25.	25.7
5	12.3	13.8	15.	16.1	16.9	17.7	18.4	19.	19.5	20.3	21.	21.8	22.5	22.5
10	12.2	13.7	14.7	15.5	16.1	16.7	17.1	17.5	17.8	18.1	18.3	18.2	17.2	17.6
15	12.1	13.4	14.2	14.6	14.9	15.2	15.4	15.4	15.4	15.2	14.7	14.1	14.6	15.
20	12.	13.1	13.5	13.6	13.6	13.5	13.3	13.	12.7	11.7	12.2	12.6	13.1	13.4
25	11.9	12.6	12.7	12.4	12.1	11.6	11.1	10.4	10.2	10.8	11.	10.8	11.7	12.1
30	11.7	12.2	11.9	11.2	10.5	9.7	8.9	9.3	9.6	9.7	9.3	10.3	10.8	11.1
35	11.5	11.7	11.	10.	8.9	8.2	8.7	8.8	8.8	8.3	8.8	9.2	10.	10.3
40	11.3	11.2	10.1	8.7	7.5	8.1	8.3	8.2	7.9	7.8	8.4	8.5	9.2	9.6
45	11.1	10.6	9.2	7.5	7.5	7.9	7.8	7.4	6.9	7.7	7.7	8.1	8.6	8.8
50	10.9	10.1	8.3	6.8	7.4	7.6	7.3	6.6	6.8	7.4	7.	7.5	8.	8.3
55	10.7	9.6	7.5	6.9	7.4	7.3	6.7	6.3	6.9	7.	6.8	6.9	7.4	7.6
60	10.5	9.1	6.7	6.9	7.3	7.	6.2	6.4	6.9	6.6	6.7	6.7	7.1	7.2
65	10.3	8.6	6.2	6.9	7.1	6.7	5.9	6.5	6.8	6.2	6.7	6.7	6.8	6.7
70	10.1	8.3	6.2	6.9	7.	6.4	5.9	6.5	6.7	6.1	6.6	6.6	6.4	6.4
75	10.	7.9	6.3	6.9	6.9	6.1	6.	6.5	6.6	6.1	6.5	6.5	6.2	6.1
80	9.9	7.7	6.3	6.9	6.8	6.	6.	6.5	6.6	6.1	6.4	6.4	6.	5.9
85	9.8	7.6	6.3	6.9	6.8	5.8	6.	6.5	6.5	6.1	6.4	6.3	5.9	5.7
90	9.8	7.5	6.3	6.8	6.8	5.8	6.1	6.5	6.5	6.1	6.3	6.3	5.9	5.7

**Tabelle A.21:** Maximale Direktivität als Funktion von  $\theta$  einer begrenzten kreisförmigen Struktur bei zirkularer Ausbreitung ohne Berücksichtigung von Kanteneffekten mit  $K_1'' = 0.1$  und  $\xi$  variabel.

Zirkulare Ausbreitung		maximale Direktivität in dBi										mit Einfluss von Kanteneffekten			
$K_t'' = 0.1$		$\xi=1.0$	1.25	1.5	1.75	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	3.5	4.0	5.0	7.5	10.0
$\theta$ in °															
0		13.4	14.6	15.7	16.8	17.8	18.5	19.2	20.0	20.6	21.7	22.7	24.1	25.8	26.1
5		13.4	14.6	15.7	16.8	17.7	18.4	19.0	19.6	20.2	20.9	21.6	22.1	22.2	22.1
10		13.3	14.4	15.4	16.4	17.0	17.4	17.6	17.8	17.8	17.5	17.1	16.5	17.6	17.4
15		13.2	14.1	14.7	15.2	15.2	14.9	14.5	14.1	13.6	12.9	13.9	15.0	14.6	15.0
20		12.9	13.5	13.5	13.2	12.5	11.7	10.9	11.2	11.8	12.7	13.0	12.1	13.1	13.5
25		12.6	12.6	11.8	10.8	9.7	9.5	10.3	11.0	11.4	11.4	10.6	11.7	12.2	12.3
30		12.1	11.5	10.0	8.6	8.5	9.4	10.0	10.3	10.2	9.1	10.0	10.5	10.5	11.2
35		11.5	10.3	8.4	7.4	8.5	9.2	9.3	9.1	8.4	8.9	9.7	9.1	10.3	10.2
40		10.9	9.2	7.0	7.4	8.3	8.7	8.3	7.5	7.3	8.7	8.6	9.1	9.1	9.6
45		10.3	8.2	6.3	7.4	8.1	8.0	7.2	6.5	7.5	8.2	7.1	8.3	8.8	8.9
50		9.7	7.3	6.3	7.3	7.7	7.3	6.1	6.7	7.5	7.3	7.2	7.2	7.9	8.2
55		9.2	6.6	6.4	7.2	7.4	6.6	5.9	6.8	7.3	6.4	7.2	7.1	7.5	7.7
60		8.8	6.0	6.4	7.1	7.0	5.9	6.0	6.8	7.0	6.0	7.0	7.0	7.2	7.2
65		8.5	5.4	6.3	6.9	6.7	5.3	6.1	6.8	6.8	6.1	6.8	6.8	6.7	6.7
70		8.2	5.4	6.3	6.8	6.4	5.3	6.2	6.7	6.5	6.2	6.5	6.6	6.3	6.4
75		8.0	5.4	6.3	6.8	6.2	5.4	6.3	6.6	6.3	6.2	6.3	6.4	6.1	6.1
80		7.9	5.4	6.3	6.7	6.1	5.4	6.3	6.6	6.1	6.3	6.1	6.2	6.0	5.8
85		7.8	5.5	6.3	6.7	6.0	5.5	6.3	6.5	6.0	6.3	6.0	6.0	5.9	5.6
90		7.8	5.5	6.3	6.6	5.9	5.5	6.3	6.5	5.9	6.3	6.0	6.0	5.8	5.6

**Tabelle A.22:** Maximale Direktivität als Funktion von  $\theta$  einer begrenzten kreisförmigen Struktur bei zirkularer Ausbreitung unter Berücksichtigung von Kanteneffekten mit  $K_t'' = 0.1$  und  $\xi$  variabel.

Zirkulare Ausbreitung															ohne Einfluss von Kanteneffekten									
$K_1'' = 0.2$			maximale Direktivität in dBi																					
$\hat{\theta}$ in °			$\xi=1.0$	1.25	1.5	1.75	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	3.5	4.0	5.0	7.5	10.0								
0	11.9	13.4	14.6	15.6	16.4	17.1	17.7	18.1	18.5	19.1	19.5	19.9	20.0	20.3	20.4									
5	11.9	13.3	14.5	15.4	16.2	16.8	17.3	17.7	18.0	18.5	18.8	19.1	19.2	19.2	19.2									
10	11.9	13.2	14.2	14.9	15.5	15.9	16.3	16.5	16.7	16.9	16.9	16.9	16.5	16.5	16.5									
15	11.8	12.9	13.7	14.1	14.4	14.6	14.8	14.8	14.8	14.7	14.4	13.9	13.9	13.9	13.8									
20	11.7	12.6	13.1	13.2	13.2	13.1	13.0	12.8	12.6	12.0	11.8	12.1	12.0	12.0	12.0									
25	11.5	12.2	12.4	12.2	11.9	11.5	11.1	10.6	10.1	10.5	10.7	10.5	10.7	10.7	10.7									
30	11.4	11.8	11.6	11.1	10.4	9.8	9.1	9.2	9.4	9.6	9.4	9.6	9.7	9.7	9.6									
35	11.2	11.3	10.8	9.9	9.0	8.1	8.5	8.7	8.7	8.4	8.5	8.7	8.8	8.8	8.8									
40	11.0	10.8	10.0	8.8	7.6	7.9	8.1	8.1	7.9	7.7	8.0	7.9	8.1	8.1	8.1									
45	10.8	10.3	9.1	7.7	7.4	7.7	7.7	7.4	7.1	7.4	7.4	7.4	7.4	7.4	7.4									
50	10.6	9.8	8.3	6.8	7.3	7.5	7.2	6.8	6.7	7.1	6.9	7.0	6.9	6.9	6.9									
55	10.4	9.4	7.5	6.8	7.2	7.2	6.8	6.4	6.6	6.7	6.5	6.5	6.5	6.4	6.4									
60	10.2	8.9	6.8	6.8	7.1	6.9	6.3	6.3	6.5	6.4	6.3	6.2	6.1	6.0	6.0									
65	10.0	8.5	6.2	6.8	7.0	6.6	6.0	6.2	6.5	6.1	6.2	6.0	5.8	5.8	5.7									
70	9.8	8.1	6.3	6.8	6.8	6.4	5.9	6.2	6.4	5.9	6.0	5.8	5.5	5.5	5.4									
75	9.7	7.9	6.3	6.7	6.7	6.2	5.9	6.2	6.3	5.8	5.9	5.7	5.3	5.3	5.3									
80	9.6	7.6	6.3	6.7	6.7	6.0	5.9	6.2	6.2	5.7	5.8	5.6	5.2	5.2	5.2									
85	9.5	7.5	6.3	6.7	6.6	5.9	5.9	6.2	6.1	5.7	5.8	5.5	5.1	5.1	5.1									
90	9.5	7.5	6.3	6.7	6.6	5.9	5.9	6.2	6.1	5.7	5.7	5.5	5.1	5.1	5.1									

**Tabelle A.23:** Maximale Direktivität als Funktion von  $\theta$  einer begrenzten kreisförmigen Struktur bei zirkularer Ausbreitung ohne Berücksichtigung von Kantenefekten mit  $K_1'' = 0.2$  und  $\xi$  variabel.

Zirkulare Ausbreitung										mit Einfluss von Kanteneffekten									
$K_t'' = 0.2$										maximale Direktivität in dBi									
$\theta$ in °	$\xi=1.0$	1.25	1.5	1.75	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	3.5	4.0	5.0	7.5	10.0	20.4	30.4	40.4	50.4	60.4
0	13.4	14.6	15.7	16.8	17.7	18.3	18.8	19.3	19.6	20.1	20.3	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4
5	13.3	14.6	15.7	16.8	17.6	18.1	18.5	18.8	19.1	19.3	19.4	19.4	19.2	19.2	19.2	19.2	19.2	19.2	19.2
10	13.2	14.4	15.5	16.3	16.8	17.0	17.1	17.1	17.1	17.0	16.8	16.6	16.5	16.5	16.5	16.5	16.5	16.5	16.5
15	13.0	14.1	14.8	15.2	15.2	15.0	14.8	14.6	14.3	13.9	13.7	13.9	13.8	13.8	13.8	13.8	13.8	13.8	13.8
20	12.8	13.5	13.7	13.5	13.0	12.5	12.1	11.7	11.4	12.0	12.2	12.1	12.1	12.0	12.1	12.1	12.1	12.1	12.0
25	12.4	12.7	12.3	11.5	10.7	10.1	9.9	10.5	10.8	11.0	10.7	10.6	10.7	10.7	10.6	10.7	10.7	10.7	10.7
30	12.0	11.7	10.7	9.6	8.6	9.1	9.7	9.9	9.9	9.5	9.2	9.7	9.6	9.6	9.6	9.6	9.6	9.6	9.6
35	11.5	10.7	9.2	7.8	8.2	8.9	9.1	9.0	8.7	8.2	8.9	8.6	8.8	8.8	8.8	8.8	8.8	8.8	8.8
40	10.9	9.7	7.8	7.2	8.1	8.5	8.4	7.9	7.4	8.1	8.2	8.1	8.0	8.1	8.0	8.1	8.0	8.1	8.1
45	10.4	8.7	6.6	7.2	7.9	8.0	7.5	6.8	7.1	7.7	7.3	7.6	7.4	7.4	7.4	7.4	7.4	7.4	7.4
50	9.9	7.9	6.3	7.2	7.6	7.4	6.6	6.5	7.0	7.1	6.7	6.9	6.9	6.9	6.9	6.9	6.9	6.9	6.9
55	9.4	7.1	6.3	7.1	7.3	6.8	5.9	6.5	6.9	6.5	6.5	6.4	6.4	6.4	6.4	6.4	6.4	6.4	6.4
60	9.0	6.4	6.3	7.0	7.0	6.2	5.9	6.5	6.7	6.0	6.4	6.2	6.1	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0
65	8.7	5.8	6.3	6.9	6.7	5.8	5.9	6.4	6.5	5.8	6.2	6.0	5.7	5.7	5.7	5.7	5.7	5.7	5.7
70	8.4	5.4	6.3	6.8	6.5	5.4	6.0	6.4	6.3	5.7	6.0	5.8	5.5	5.4	5.4	5.4	5.4	5.4	5.4
75	8.2	5.5	6.3	6.7	6.3	5.4	6.0	6.3	6.1	5.7	5.8	5.6	5.3	5.3	5.3	5.3	5.3	5.3	5.3
80	8.0	5.5	6.3	6.7	6.1	5.4	6.0	6.2	5.9	5.7	5.7	5.5	5.1	5.2	5.1	5.1	5.1	5.1	5.2
85	7.9	5.5	6.3	6.6	6.0	5.4	6.0	6.2	5.8	5.7	5.6	5.4	5.1	5.1	5.1	5.1	5.1	5.1	5.1
90	7.9	5.5	6.3	6.6	6.0	5.4	6.0	6.2	5.8	5.7	5.5	5.3	5.0	5.1	5.0	5.0	5.0	5.0	5.1

**Tabelle A.24:** Maximale Direktivität als Funktion von  $\theta$  einer begrenzten kreisförmigen Struktur bei zirkularer Ausbreitung unter Berücksichtigung von Kanteneffekten mit  $K_t'' = 0.2$  und  $\xi$  variabel.





# Literaturverzeichnis

## Bücher

- [1] C. A. Balanis, *Antenna Theory: Analysis and Design*, 2nd ed. John Wiley & Sons, Inc., 1997.
- [2] S. Drabowitch, A. Papiernik, H. D. Griffiths, J. Encinas, and B. L. Smith, *Modern Antennas*, 2nd ed. Springer, 2005.
- [3] C. Caloz and T. Itoh, *Electromagnetic Metamaterials*. John Wiley & Sons, Inc., 2006.
- [4] K. Simonyi, *Theoretische Elektrotechnik*, 9th ed. Berlin: VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1989.
- [5] L. Brillouin, *Wave propagation in periodic structures*, 2nd ed. New York: Dover Publications, Inc., 1953.
- [6] L. Brillouin, *Wave Propagation and Group Velocity*. New York: Academic Press, Inc., 1960.
- [7] C. Kittel, *Einführung in die Festkörperphysik*, 14th ed. München: Ouldenbourg Wissenschaftsverlag GmbH, 2006.
- [8] J. D. Joannopoulos, R. D. Meade, and J. N. Winn, *Photonic Crystals*. New Jersey: Princeton University Press, 1995.
- [9] K. Kopitzki, *Einführung in die Festkörperphysik*, 3rd ed. Stuttgart: B. G. Teubner, 1993.

- [10] B. A. Munk, *Frequency Selective Surfaces*. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2000.
- [11] R. E. Collin, *Field Theory of Guided Waves*. New York: McGraw-Hill, Inc., 1960.
- [12] J. A. G. Malherbe, *Microwave Transmission Line Couplers*. Norwood: Artech House, Inc., 1988.
- [13] A. A. Oliner and D. R. Jackson, "Leaky-wave antennas," in *Antenna Engineering Handbook*, 4th ed., J. L. Volakis, Ed. McGraw-Hill, 2007, ch. 11.
- [14] A. Hessel, "General characteristics of traveling-wave antennas," in *Antenna Theory, pt. 2*, R. E. Collin and F. J. Zucker, Eds. McGraw-Hill, 1969, ch. 19.
- [15] D. J. Hoppe and Y. Rahmat-Samii, *Impedance Boundary Conditions in Electromagnetics*. Washington: Taylor and Francis, 1995.
- [16] S. Tretyakov, *Analytical modeling in applied electromagnetics*. Boston: Artech House, Inc., 2003.
- [17] L. M. Brekhovskikh, *Waves in Layered Media*. New York: Academic Press, Inc., 1960.
- [18] H. Raether, *Surface Plasmons on Smooth and Rough Surfaces and on Gratings*. Berlin: Springer, 1988.
- [19] E. V. Jull, *Aperture Antennas and Diffraction Theory*. Stevenage: Peter Peregrinus Ltd., 1981.
- [20] A. Sommerfeld, *Vorlesungen über Theoretische Physik—Band IV: Optik*, 3rd ed. Thun: Harri Deutsch, 1989.
- [21] A. Sommerfeld, *Vorlesungen über Theoretische Physik—Band VI: Partielle Differentialgleichungen der Physik*, 6th ed. Thun: Harri Deutsch, 1992.
- [22] A. Papoulis, *The Fourier Integral and its Applications*. New York: McGraw-Hill, 1962.

- [23] R. K. Hoffmann, *Integrierte Mirkowellenschaltungen*. Berlin: Springer, 1983.
- [24] M. H. W. Hoffmann, *Hochfrequenztechnik*. Berlin: Springer, 1997.
- [25] M. V. Wilkes, *A short introduction to numerical analysis*. Cambridge: Cambridge University Press, 1966.
- [26] I. V. Lindell, *Methods for Electromagnetic Field Analysis*. New York: Oxford, 1992.
- [27] W. Thomson, *Popular Lectures and Adresses*. London: MacMillan and Co, 1889, vol. 1.
- [28] R. Piessens, "The hankel transform," in *The Transforms and Applications Handbook*, A. D. Poularikas, Ed. CRC Press, Inc., 1996, ch. 9.
- [29] D. G. Swanson and W. J. R. Hoefer, *Microwave Circuit Modeling Using Electromagnetic Field Simulation*. Boston: Artech House, Inc., 2003.
- [30] M. J. Ablowitz and A. S. Fokas, *Complex Variables*, 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2003.
- [31] L. D. Landau and E. M. Lifschitz, *Lehrbuch der Theoretischen Physik VIII: Elektrodynamik der Kontinua*, 4th ed. Berlin: Akademischer Verlag, 1985.

## Begutachtete Veröffentlichungen in Zeitschriften

- [32] A. Harvey, "Periodic and guiding structures at microwave frequencies," *IRE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 8, no. 1, pp. 30–61, Jan. 1960.
- [33] E. Wigner, "Einige Folgerungen aus der Schrödingerschen Theorie für die Termstrukturen," *Zeitschrift für Physik*, vol. 45, no. 7–8, pp. 624–652, Jul. 1927.
- [34] F. Bloch, "Über die Quantenmechanik der Elektronen in Kristallgittern," *Zeitschrift für Physik*, vol. 52, no. 7–8, pp. 555–600, Jul. 1929.

- [35] A. Lai, C. Caloz, and T. Itoh, "Composite right/left-handed transmission line metamaterials," *IEEE Microwave Magazine*, vol. 5, no. 3, pp. 34–50, 2004.
- [36] A. Sanada, C. Caloz, and T. Itoh, "Planar distributed structures with negative refractive index," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 52, no. 4, pp. 1252–1263, Apr. 2004.
- [37] M. Goldfarb and R. Pucel, "Modeling via hole grounds in microstrip," *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, vol. 1, no. 6, pp. 135–137, Jun. 1991.
- [38] D. Sievenpiper, L. Zhang, R. F. J. Broas, N. G. Alexopolous, and E. Yablonovitch, "High-impedance electromagnetic surfaces with a forbidden frequency band," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 47, no. 11, pp. 2059–2074, Nov. 1999.
- [39] R. M. Corless, G. H. Gonnet, D. E. G. Hare, D. J. Jeffrey, and D. E. Knuth, "On the lambert W function," *Advances in Computational Mathematics*, vol. 5, no. 1, pp. 329–359, Dec. 1996.
- [40] S. Herminghaus, M. Klopffleisch, and H. J. Schmidt, "Attenuated total reflectance as a quantum interference phenomenon," *Optics Letters*, vol. 19, no. 4, pp. 293–295, 1994.
- [41] W. L. Barnes, T. W. Preist, S. C. Kitson, and J. R. Sambles, "Physical origin of photonic energy gaps in the propagation of surface plasmons on gratings," *Physical Review B*, vol. 54, no. 9, pp. 6227–6244, Sep 1996.
- [42] V. Astratov, M. Skolnick, S. Brand, T. Krauss, O. Karimov, R. Stevenson, D. Whittaker, I. Culshaw, and R. De La Rue, "Experimental technique to determine the band structure of two-dimensional photonic lattices," *IEE Proc. Optoelectronics*, vol. 145, no. 6, pp. 398–402, Dec 1998.
- [43] Y.-Y. Teng and E. A. Stern, "Plasma radiation from metal grating surfaces," *Physical Review Letters*, vol. 19, no. 9, pp. 511–514, Aug. 1967.

- [44] I. Pockrand, "Resonance anomalies in the light intensity reflected at silver gratings with dielectric coatings," *Journal of Physics D, Applied Physics*, pp. 2423–2432, 1976.
- [45] F. K. Schwing and S.-T. Peng, "Design of dielectric grating antennas for millimeter-wave applications," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 31, no. 2, pp. 199–209, Feb. 1983.
- [46] S. T. Peng, T. Tamir, and H. L. Bertoni, "Theory of periodic dielectric waveguides," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 23, no. 1, pp. 123–133, Jan. 1975.
- [47] J. Hines, V. Rumsey, and C. Walter, "Traveling-wave slot antennas," *Proceedings of the IRE*, vol. 41, no. 11, pp. 1624–1631, Nov. 1953.
- [48] L. Goldstone and A. Oliner, "Leaky-wave antennas I: Rectangular waveguides," *IRE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 7, no. 4, pp. 307–319, 1959.
- [49] L. Goldstone and A. Oliner, "Leaky-wave antennas II: Circular waveguides," *IRE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 9, no. 3, pp. 280–290, 1961.
- [50] A. Hessel, "On the influence of complex poles on the radiation pattern of leaky-wave antennas," *IRE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 10, no. 5, pp. 646–647, 1962.
- [51] T. Tamir and A. Oliner, "Guided complex waves part 1: Fields at an interface," *Proceedings of the IEE*, vol. 110, no. 2, pp. 310–324, 1963.
- [52] T. Tamir and A. Oliner, "Guided complex waves part 2: Relation to radiation patterns," *Proceedings of the IEE*, vol. 110, no. 2, pp. 325–334, 1963.
- [53] D. Sievenpiper, J. Schaffner, J. J. Lee, and S. Livingston, "A steerable leaky-wave antenna using a tunable impedance ground plane," *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 1, pp. 179–182, 2002.
- [54] D. F. Sievenpiper, "Forward and backward leaky wave radiation with large effective aperture from an electronically tunable textured surface,"

- IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 53, no. 1, pp. 236–247, Jan. 2005.
- [55] A. P. Feresidis and J. C. Vardaxoglou, “High gain planar antenna using optimised partially reflective surfaces,” *IEE Proceedings on Microwaves, Antennas and Propagation*, vol. 148, no. 6, pp. 345–350, Dec. 2001.
  - [56] A. P. Feresidis and J. C. Vardaxoglou, “Artificial magnetic conductor surfaces and their application to low-profile high-gain planar antennas,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 53, no. 1, pp. 209–215, Jan. 2005.
  - [57] H. G. Booker and P. C. Clemmow, “The concept of an angular spectrum of plane waves, and its relation to that of polar diagramm and aperture distribution,” *Proceedings of the IEE*, vol. 97, pp. 11–17, 1950.
  - [58] P. García-Müller and A. Roederer, “A physical optics based plane wave spectrum approach to the analysis of finite planar antennas,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 40, no. 8, pp. 906–911, Aug. 1992.
  - [59] I. J. Bahl and K. C. Gupta, “A leaky-wave antenna using an artificial dielectric medium,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 22, no. 1, pp. 119–122, Jan. 1974.
  - [60] A. Sommerfeld, “Über die Ausbreitung der Wellen in der drahtlosen Telegraphie,” *Annalen der Physik*, vol. 28, no. 4, pp. 665–736, 1909.
  - [61] A. Sommerfeld, “Über die Ausbreitung der Wellen in der drahtlosen Telegraphie,” *Annalen der Physik*, vol. 81, no. 25, pp. 1135–1153, 1926.
  - [62] J. Zenneck, “Über die Fortpflanzung ebener elektromagnetischer Wellen längs einer ebenen Leiterfläche und ihre Beziehung zur drahtlosen Telegraphie,” *Annalen der Physik*, vol. 23, no. 10, pp. 846–866, 1907.
  - [63] A. Ip and D. R. Jackson, “Radiation from cylindrical leaky waves,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 38, no. 4, pp. 482–488, Apr. 1990.

- [64] H. Hankel, "Die Cylinderfunktionen erster und zweiter Art," *Mathematische Annalen*, vol. 1, no. 3, pp. 467–501, Sep. 1869.
- [65] J. B. Keller, "Diffraction by an aperture," *Journal of Applied Physics*, vol. 28, no. 4, pp. 426–444, Apr. 1957.
- [66] G. Lovat, P. Burghignoli, and D. Jackson, "Fundamental properties and optimization of broadside radiation from uniform leaky-wave antennas," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 54, no. 5, pp. 1442–1452, 2006.
- [67] M. Kirschning and R. Jansen, "Accurate model for effective dielectric constant of microstrip with validity up to millimetre-wave frequencies," *Electronics Letters*, vol. 18, no. 6, pp. 272–273, 1982.
- [68] R. Jansen and M. Kirschning, "Arguments and an accurate mathematical model for the power current formulation of microstrip characteristic impedance," *Arch. für Elektronik und Übertragungstechnik*, vol. 37, 1983.
- [69] F. Capolino, D. R. Jackson, and D. R. Wilton, "Fundamental properties of the field at the interface between air and a periodic artificial material excited by a line source," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 53, no. 1, pp. 91–99, Jan. 2005.
- [70] H. Y. D. Yang and D. R. Jackson, "Theory of line-source radiation from a metal-strip grating dielectric-slab structure," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 48, no. 4, pp. 556–564, Apr. 2000.
- [71] R. A. Sigelmann and A. Ishimaru, "Radiation from periodic structures excited by an aperiodic source," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 13, no. 3, pp. 354–364, May 1965.
- [72] R. Cicchetti, "A class of exact and higher-order surface boundary conditions for layered structures," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 44, no. 2, pp. 249–259, Feb. 1996.
- [73] C. R. Simovski, P. de Maagt, S. A. Tretyakov, M. Paquay, and A. A. Sochava, "Angular stabilisation of resonant frequency of artificial magnetic conductors for TE-incidence," *Electronics Letters*, vol. 40, no. 2, pp. 92–93, Jan. 2004.

- [74] C. Simovski, P. de Maagt, and I. V. Melchakova, "High-impedance surfaces having stable resonance with respect to polarization and incidence angle," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 53, no. 3, pp. 908–914, Mar. 2005.
- [75] A. Sutinjo, M. Okoniewski, and R. Johnston, "Beam-splitting condition in a broadside symmetric leaky-wave antenna of finite length," *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 7, pp. 609–612, 2008.
- [76] W. Menzel, "A new travelling-wave antenna in microstrip," *Archiv für Elektronik und Übertragungstechnik, AEÜ*, vol. 33, no. 4, pp. 137–140, Apr. 1979.
- [77] A. D. Fuchs and R. A. Marino, "Dual-antenna system for single-frequency band," US Patent 6 329 954, 2001.
- [78] C. Volmer, J. Weber, R. Stephan, K. Blau, and M. Hein, "An eigen-analysis of compact antenna arrays and its application to port decoupling," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 56, no. 2, pp. 360–370, Feb. 2008.
- [79] S. Maci, L. Borselli, and L. Rossi, "Diffraction at the edge of a truncated grounded dielectric slab," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 44, no. 6, pp. 863–873, Jun. 1996.
- [80] H. Weyl, "Ausbreitung elektromagnetischer Wellen über einem ebenen Leiter," *Annalen der Physik*, vol. 60, no. 21, pp. 481–500, 1919.
- [81] I. V. Lindell and E. Alanen, "Exact image theory for the sommerfeld half-space problem, part III: General formulation," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 32, no. 10, pp. 1027–1032, Oct. 1984.
- [82] M. F. Abedin and M. Ali, "Effects of EBG reflection phase profiles on the input impedance and bandwidth of ultrathin directional dipoles," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 53, no. 11, pp. 3664–3672, Nov. 2005.



- [83] K. Sarabandi, M. Casciato, and I.-S. Koh, "Efficient calculation of the fields of a dipole radiating above an impedance surface," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 50, no. 9, pp. 1222–1235, Sep. 2002.
- [84] H. Mosallaei and K. Sarabandi, "Antenna miniaturization and bandwidth enhancement using a reactive impedance substrate," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 52, no. 9, pp. 2403–2414, Sep. 2004.
- [85] F. Yang and Y. Rahmat-Samii, "Reflection phase characterizations of the EBG ground plane for low profile wire antenna applications," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 51, no. 10, pp. 2691–2703, Oct. 2003.
- [86] A. Grbic and G. V. Eleftheriades, "Dispersion analysis of a microstrip-based negative refractive index periodic structure," *IEEE Microwave and Wireless Propagation Letters*, vol. 13, no. 4, pp. 155–157, Apr. 2003.
- [87] A. Grbic and G. V. Eleftheriades, "Periodic analysis of a 2-d negative refractive index transmission line structure," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 51, no. 10, pp. 2604–2611, Oct. 2003.
- [88] C. Elachi, "Waves in active and passive periodic structures: A review," *Proc. of the IEEE*, vol. 64, no. 12, pp. 1666–1698, Dec. 1976.
- [89] V. G. Veselago, "The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$ ," *Soviet Physics Uspekhi*, vol. 10, pp. 509–514, 1968.
- [90] S. A. Tretyakov, "Generalized impedance boundary conditions for isotropic multilayers," *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 17, no. 4, pp. 262–265, Mar. 1998.
- [91] I. V. Lindell, S. A. Tretyakov, and M. I. Oksanen, "Vector transmission-line and circuit theory for bi-isotropic layered structures," *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 7, no. 1, pp. 147–173, 1993.

- [92] M. I. Oksanen, J. Hanninen, and S. A. Tretyakov, "Vector circuit method for calculating reflection and transmission of electromagnetic waves in multilayer chiral structures," *IEEE Proceedings H: Microwaves, Antennas and Propagation*, vol. 138, no. 6, pp. 513–520, Dec. 1991.
- [93] C. E. Ryan and L. Peters, "Evaluation of edge-diffracted fields including equivalent currents for the caustic region," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 17, no. 3, pp. 292–299, May 1969.
- [94] R. D. Meade, K. D. Brommer, A. M. Rappe, and J. D. Joannopoulos, "Photonic bound states in periodic dielectric materials," *Physical Review B*, vol. 44, no. 24, pp. 13 772–13 774, Dec. 1991.
- [95] R. Gonzalo, P. de Maagt, and M. Sorolla, "Enhanced patch-antenna performance by suppressing surface waves using photonic-bandgap substrates," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 47, no. 11, pp. 2131–2138, Nov. 1999.
- [96] T.-Y. Yun and K. Chang, "Uniplanar one-dimensional photonic-bandgap structures and resonators," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 49, no. 3, pp. 549–553, Mar. 2001.
- [97] L. Brillouin, "Wave guides for slow waves," *Journal of Applied Physics*, vol. 19, pp. 1023–1041, Nov. 1948.
- [98] G. Piefke, "The transmission characteristics of a corrugated guide," *IRE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 7, no. 5, pp. 183–190, Dec. 1959.
- [99] R. D. Weglein and O. W. Otto, "Characteristics of periodic acoustic-surface-wave grating filters," *Electronics Letters*, vol. 10, no. 6, pp. 68–69, Mar. 1974.
- [100] V. Kuzmiak, A. A. Maradudin, and F. Pincemin, "Photonic band structures of two-dimensional systems containing metallic components," *Physical Review B*, vol. 50, no. 23, pp. 16 835–16 844, Dec. 1994.
- [101] R. Mittra, C. H. Chan, and T. Cwik, "Techniques for analyzing frequency selective surfaces—A review," *Proc. of the IEEE*, vol. 76, pp. 1593–1615, Dec. 1988.

- [102] M. Hosseini and M. Hakkak, "Characteristics estimation for jerusalem cross-based artificial magnetic conductors," *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 7, pp. 58–61, 2008.
- [103] T. Zhao, D. R. Jackson, J. T. Williams, H.-Y. D. Yang, and A. A. Oliner, "2-D periodic leaky-wave antennas—part I: Metal patch design," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 53, no. 11, pp. 3505–3514, Nov. 2005.
- [104] L. Liu, C. Caloz, and T. Itoh, "Dominant mode leaky-wave antenna with backfire-to-endfire scanning capability," *Electronics Letters*, vol. 38, no. 23, pp. 1414–1416, 2002.
- [105] R. Remski, "Analysis of photonic bandgap surfaces using Ansoft HFSS," *Microwave Journal*, vol. 43, no. 9, pp. 190–198, Sep. 2000.
- [106] J. Huang, "Circularly polarized conical patterns from circular microstrip antennas," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 32, no. 9, pp. 991–994, Sep. 1984.

## Veröffentlichungen auf Konferenzen

- [107] L. Borselli, S. Maci, P. Capece, and M. Votta, "Radiation of a patch antenna on a finite substrate," in *Proc. of the 1996 IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, vol. 2, Baltimore, USA, Jul. 1996, pp. 1062–1065.
- [108] H. Y. D. Yang, "Theory and applications of electromagnetic band-gap structures in microwaves," in *Proc. of the 2001 Asia Pacific Microwave Conference, APMC'2001*, vol. 2, Taipei, Taiwan, R.O.C., Dec. 2001, pp. 641–646.
- [109] A. E. Popugaev and R. Wansch, "Low profile automotive antennas for digital broadcasting," in *Proc. of the 9th Workshop Digital Broadcasting*, Sep. 18–19, 2008.
- [110] E. Michailidis, C. Tsimenidis, and G. Chester, "Mutual coupling reduction in a linear two element patch array and its effect on theoretical mimo capacity," in *Proc. of the 2008 Loughborough Antennas and*

- Propagation Conference, LAPC'2008*, Loughborough, UK, Mar. 17–18, 2008, pp. 457–460.
- [111] F. Yang and Y. Rahmat-Samii, “Mutual coupling reduction of microstrip antennas using electromagnetic band-gap structure,” in *Proc. of the 2001 IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, Boston, USA, Jul. 8–13, 2001, pp. 478–481.
- [112] M. F. Abedin and M. Ali, “Reducing the mutual-coupling between the elements of a printed dipole array using planar EBG structures,” in *Proc. of the 2005 IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, Washington, DC., USA, Jul. 3–8, 2005, pp. 598–601.
- [113] C. Caloz and A. Rennings, “Overview of resonant metamaterial antennas,” in *Proc. of the 3rd European Conference on Antennas and Propagation*, Berlin, Germany, Mar. 23–27, 2009, pp. 615–619.
- [114] T. Liebig, A. Rennings, S. Otto, C. Caloz, and D. Erni, “Comparison between CRLH zeroth-order antenna and series-fed microstrip patch array antenna,” in *Proc. of the 3rd European Conference on Antennas and Propagation*, Berlin, Germany, Mar. 23–27, 2009, pp. 529–532.
- [115] B. A. Munk, “Why periodic structures may not be able to synthesize negative indices of refraction,” in *Proc. of the 2007 International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications, ICEAA 2007*, Torino, Italy, Sep. 17–21, 2007, pp. 305–312.
- [116] C. Caloz, C.-C. Chang, and T. Itoh, “A novel multilayer super-compact inharmonic photonic band-gap (PBG) structure for microstrip applications,” in *Proc. of the 2001 Asia Pacific Microwave Symposium, APMC'2001*, Taipei, Taiwan, R.O.C., Dec. 3–6, 2001, pp. 651–654.
- [117] T.-Y. Yun and K. Chang, “An electronically tunable photonic bandgap resonator controlled by piezoelectric transducer,” in *Proc. of the 2000 IEEE International Microwave Symposium*, Boston, USA, Jun. 11–16, 2000, pp. 1445–1447.
- [118] M. Ali, “Design of a wideband microstrip patch antenna on a PBG type substrate,” in *Proc. of the 2002 IEEE SoutheastCon*, Columbia, USA, Apr. 5–7, 2002, pp. 48–51.

- [119] E. Arnaud, R. Chantalat, M. Koubeissi, T. Monediere, M. Thevenot, and B. Jecko, "Improved self polarizing metallic EBG antenna," in *Proc. of the 3rd European Conference on Antennas and Propagation*, Berlin, Germany, Mar. 23–27, 2009, pp. 3813–3817.
- [120] D. Pilz and W. Menzel, "A novel linear-circular polarization converter," in *Proc. of the 28th European Microwave Conference, EuMC'1998*, vol. 2, Oct. 1998, pp. 18–23.
- [121] D. Pilz and W. Menzel, "Periodic and quasi-periodic structures for antenna applications," in *Proc. of the 29th European Microwave Conference, EuMC'1999*, vol. 3, Oct. 1999, pp. 311–314.
- [122] P.-S. Kildal, "Artificially soft and hard surfaces in electromagnetics and their application to antenna design," in *Proc. of the 23th European Microwave Conference, EuMC'1993*, Oct. 1993, pp. 30–33.
- [123] A. Vallecchi, M. Albani, and F. Capolino, "Planar metamaterial transverse equivalent network and its application to low-profile antenna designs," in *Proc. of the 3rd European Conference on Antennas and Propagation, EuCAP'2009*, Berlin, Mar. 23–27, 2009, pp. 861–865.
- [124] J. K. H. Wong, K. G. Balmain, and G. V. Eleftheriades, "A diplexer based on the spatial filtering property of planar anisotropic transmission-line metamaterials," in *Proc. of the 2006 IEEE International Workshop on Antenna Technology Small Antennas and Novel Metamaterials*, Mar. 6–8, 2006, pp. 241–244.
- [125] G. Ruvio and M. J. Ammann, "Radial EBG mushroom-like structures for enhancing axial-ratio performance of CP antennas," in *Proc. of Metamaterials'2007*, Rome, Italy, Oct. 22–26, 2007, pp. 727–730.

## Abschlussarbeiten

- [126] A. Krauß, "Reflexionsverhalten periodischer frequenzselektiver Strukturen," Internship Report, Ilmenau University of Technology, Ilmenau, Germany, 2008, in German.

- [127] F.-M. Hausknecht, “Untersuchung verschiedener Anregungen periodisch strukturierter Oberflächen für planare Mikrowellenantennen,” Diploma Thesis, Ilmenau University of Technology, Ilmenau, Germany, 2009, in German.
- [128] D. Sievenpiper, “High-impedance electromagnetic surfaces,” Ph.D. dissertation, University of California Los Angeles, Los Angeles, USA, 1999.
- [129] D. Pilz, “Planare, periodische und quasi-periodische Strukturen zur Erzeugung von Polarisatoren und Antennen,” Ph.D. dissertation, Universität Ulm, Ulm, Germany, 1999, in German.

## Verschiedene

- [130] *Ansoft HFSS, Ver. 12*, Ansoft Corporation, 225 West Station Square Dr, Pittsburgh, PA 15219, USA.
- [131] *High Frequency Laminates*, Rogers Corporations, One Technology Drive, Rogers, CT 06263, USA. [Online]. Available: <http://www.rogerscorp.com>
- [132] *ADS Momentum 2008*, Agilent Technologies, 5301 Stevens Creek Blvd., Santa Clara, CA 95051, USA.
- [133] *Wolfram Mathematica*, 6th ed., Wolfram Research, Inc., 100 Trade Center Drive, Champaign, IL 61820, USA.
- [134] *DVB-SH Implementation Guidelines*, ETSI Std. TS 102 584, Rev. 1.1.1, 2008.
- [135] *CST Microwave Studio*, 2009th ed., CST AG, Bad Nauheimer Str. 19, 64289 Darmstadt, Germany.
- [136] R. Dünkler and H.-H. Frühauf, “Intelligente Antennen für Notfallassistenzsysteme/Hochfrequenztechnik: Schnelles Auffinden von Rettungskräften durch Intelligente Antennen,” *Technik in Bayern*, vol. 9, no. 4, p. 30, Jul./Aug. 2005.

- [137] R. Dünkler and J. Bernhard, “RFID-Technologien in industriellen Anwendungen,” in *Fraunhofer IIS Jahresbericht*, 2006, pp. 80–81.
- [138] “Time domain measurements using vector network analyzers,” Anritsu Corp., 5-1-1 Onna, Atsugi-shi, Kanagawa, 243-8555 Japan, Application Note No. 11410-00206, Rev. D, 2009.

## Eigene Veröffentlichungen

- [139] M. Schühler, R. Wansch, and M. Hein, “A design formulation of a periodic high-impedance surface for a miniaturised antenna array,” in *Proc. of Metamaterials’2007*, Rome, Italy, Oct. 22–26, 2007, pp. 503–506.
- [140] M. Schühler, J. Bauer, A. Krauß, R. Wansch, and M. A. Hein, “Phase constant measurement of periodically structured surfaces—The leaky-wave region,” *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 9, pp. 383–386, 2010.
- [141] M. Schühler, R. Wansch, and M. Hein, “Analysis and design of a planar leaky-wave antenna for mobile satellite communications based on a strongly truncated periodic structure,” in *Proc. of the 2010 IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, Toronto, Canada, Jul. 11–17, 2010, to be published.
- [142] M. Schühler, R. Wansch, and M. Hein, “Reduced mutual coupling in a compact antenna array using periodic structures,” in *Proc. of the 2008 Loughborough Antennas and Propagation Conference, LAPC’2008*, Loughborough, UK, Mar. 17–18, 2008, pp. 93–96.
- [143] M. Schühler, C. Volmer, R. Wansch, and M. Hein, “Impedance measurement of a dipole above a periodically structured reflective surface,” *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 7, pp. 616–619, 2008.
- [144] M. Schühler, R. Wansch, and M. Hein, “Experimental study of the radiation characteristics of a finite periodic structure excited by a dipole,” in *Proc. of the 3rd European Conference on Antennas and Propagation, EuCAP’2009*, Berlin, Germany, Mar. 23–27, 2009, pp. 3055–3059.

- [145] M. Schühler, R. Wansch, and M. Hein, “On strongly truncated leaky-wave antennas based on periodically loaded transmission lines,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2010, accepted for publication.
- [146] M. Schühler, R. Wansch, and M. Hein, “Planare Leckwellenantenne für die mobile Satellitenkommunikation,” EU Patent Request 102 010 003 475.6, 2010, in German.

### Weitere (hier nicht referenziert)

- [147] M. Schühler, C. Schmidt, J. Weber, R. Wansch, and M. A. Hein, “Switched-line phase shifters with RF-MEMS and PIN-diodes,” in *Proc. of the 7th International Symposium on RF MEMS and RF Microsystems, MEMSWAVE’2006*, Orvieto, Italy, Jun. 27–30, 2006, pp. 111–114.
- [148] M. Schühler, C. Schmidt, J. Weber, R. Wansch, and M. A. Hein, “Phase shifters based on PIN-diodes and varactors: two concepts by comparison,” in *Proc. of the 51st Internationales Wissenschaftliches Kolloquium, IWK’2006*, Ilmenau, Germany, Sep. 11–15, 2006.
- [149] M. Schühler, “Periodically structured surfaces and their application to planar antennas,” *Invited Talk at the 17th International Student Seminar, ISS’2010*, Ilmenau, Germany, Jun. 8, 2010.



# Symbole und Abkürzungen

## Häufig verwendete mathematische Symbole

$a$	Gitterkonstante, Periode
$\vec{a}$	Vektor zulaufender Wellen
$\vec{a}_i$	Gittervektor ( $i \in \mathbb{N}_0$ )
$\tilde{A}$	Matrix der Gittervektoren
$\vec{b}_i$	reziproker Gittervektor ( $i \in \mathbb{N}_0$ )
$\tilde{B}$	Matrix der reziproken Gittervektoren
$B_\Gamma$	Bandbreite Reflexionphase
$c$	Phasengeschwindigkeit im Freiraum
$c_{ij}$	Element ( $ij$ ) der Kettenmatrix
$c_n, C_n$	Fourier-Koeffizienten einer eindimensionalen periodischen Funktion
$c_{l,m,n}, C_{l,m,n}$	Fourier-Koeffizienten einer dreidimensionalen periodischen Funktion
$C, C_e$	komplexe Amplitude Wellenfunktion
$\tilde{C}$	Kettenmatrix
$\tilde{C}_{ij}$	Blockmatrix ( $ij$ ) der Kettenmatrix
$C'_{se}, C'_{sh}$	kapazitiver Längs- bzw. Querbelag
$C_{se}, C_{sh}$	Längs- bzw. Querkapazität
$D$	Direktivität
$D_{\max}$	maximale Direktivität
$D_w$	Direktivität begrenzte Struktur
$\vec{E}$	elektrischer Feldvektor
$\vec{E}_t$	tangentialer elektrischer Feldvektor

$f, f_i$	Frequenz ( $i \in \mathbb{N}$ )
$f_l, f_u$	untere und obere Grenzfrequenz Reflexionsphase
$f_{\text{res}}$	Resonanzfrequenz Reflexionsphase
$f_{\text{sh}}$	Resonanzfrequenz Parallelschwingkreis in Querrichtung
$g, g_1$	Spaltbreite
$\vec{G}$	reziproker Translationsvektor
$h, h_1, h_2$	Substrathöhe
$\vec{H}$	magnetischer Feldvektor
$H_0^{(1)}, H_0^{(2)}$	Hankelfunktion 1. und 2. Art nullter Ordnung
$\vec{H}_{\text{acc}}$	Matrix der akzeptierten Leistung
$\vec{H}_t$	tangentialer magnetischer Feldvektor
$\tilde{I}$	Einheitsmatrix
$j$	imaginäre Einheit
$k$	Wellenzahl
$\vec{k}$	Wellenvektor
$k_0$	Wellenzahl im Freiraum
$\vec{k}_0$	Wellenvektor im Freiraum
$\vec{k}_{0,0,0}$	Wellenvektor der Grundharmonischen
$\vec{k}_{l,m,n}$	Wellenvektor einer Raumharmonischen
$k_n = k'_n - j k''_n$	normale Wellenzahl
$k_t = k'_t - j k''_t$	tangentiale Wellenzahl
$k_x = k'_x - j k''_x$	Wellenzahl in x-Richtung
$k_y = k'_y - j k''_y$	Wellenzahl in y-Richtung
$k_{x,0}$	Wellenzahl der Grundharmonischen in x-Richtung
$k_{x,n}$	Wellenzahl der $n$ -ten Raumharmonischen in x-Richtung
$k_{L,0}$	charakteristische Wellenzahl einer Leitung
$K_x = K'_x - j K''_x$	auf $k_0$ normierte Wellenzahl in x-Richtung
$K_t = K'_t - j K''_t$	auf $k_0$ normierte Wellenzahl in tangentialer Richtung
$l, m, n$	ganze Zahlen
$L'_{\text{se}}, L'_{\text{sh}}$	induktiver Längs- bzw. Querbelag
$L_{\text{se}}, L_{\text{sh}}$	Längs- bzw. Querinduktivität
$\vec{n}$	Normalenvektor
$\mathbb{N}$	Menge der natürlichen Zahlen
$\mathbb{N}_0$	Menge der natürlichen Zahlen ohne Null
$p, P$	periodische Funktion

$P_{\text{acc}}$	akzeptierte Leistung
$P_{\text{av}}$	verfügbare Leistung
$P_{\text{rad}}$	abgestrahlte Leistung
$P_{\text{r}}$	reflektierte Leistung
$\mathbb{R}$	Menge der reellen Zahlen
$r, r_{\text{t}}$	radiale Distanz
$\vec{r}$	Punkt im Ortsbereich
$\tilde{r}, \tilde{r}_{\text{t}}$	auf Freiraumwellenlänge normierte radiale Distanz
$r_{\text{v}}$	Radius Durchkontaktierung
$R'_{\text{se}}$	Widerstandsbelag in Längsrichtung
$s_{ij}$	Element $(i, j)$ der Streumatrix
$\vec{S}$	Streumatrix
$\vec{T}$	Translationsvektor
$t, t_0$	Zeit
$U$	Phasengeschwindigkeit
$U_n, I_n$	Spannung und Strom am $n$ -ten Tor
$V$	Gruppengeschwindigkeit
$w$	Fensterfunktion
$W$	Spektrum Fensterfunktion, Instrumentenfunktion
$x, y, z$	Koordinaten im Ortsbereich
$\tilde{x}$	Koordinate $x$ normiert auf die Freiraumwellenlänge $\lambda$
$Y'_{\text{sh}}$	Admittanzbelag in Querrichtung
$\mathbb{Z}$	Menge der ganzen Zahlen
$Z_{\text{L}}, Z_{\text{L},0}$	charakteristische Impedanz einer Leitung
$Z_i$	Wellenwiderstand ( $i \in \mathbb{N}$ )
$Z_{\text{in}}$	Eingangsimpedanz
$\tilde{Z}_{\text{in}}$	Matrix Oberflächenimpedanz
$Z_{\text{in,p}}$	Eingangsimpedanz bei paralleler Polarisierung
$Z_{\text{in,s}}$	Eingangsimpedanz bei senkrechter Polarisierung
$Z_{\text{ref}}$	Referenzimpedanz
$Z'_{\text{se}}$	Impedanzbelag in Längsrichtung
$\Gamma_{\text{e}}$	Reflexionsfaktor an einer Kante
$\Gamma_{\text{in}}$	Eingangsreflexionsfaktor
$\Gamma_{\text{in,p}}$	Eingangsreflexionsfaktor bei paralleler Polarisierung
$\Gamma_{\text{in,s}}$	Eingangsreflexionsfaktor bei senkrechter Polarisierung
$\delta_{mn}$	Kronecker-Delta-Symbol ( $\{m, n\} \in \mathbb{N}_0$ )

$\Delta\theta$	3-dB Keulenbreite
$\varepsilon_0$	Permittivität im Freiraum ( $\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{A s}}{\text{V m}}$ )
$\varepsilon_{r,i}$	relative Permittivität ( $i \in \mathbb{N}$ )
$\varepsilon_{r,i,\text{eff}}$	effektive relative Permittivität ( $i \in \mathbb{N}$ )
$\eta_{\text{rad}}, \eta_{\text{tot}}$	Strahlungs- bzw. Gesamteffizienz
$\theta$	Einfallswinkel, Co-Elevation
$\hat{\theta}$	Hauptstrahlungsrichtung unendliche Leckwellenstruktur
$\hat{\theta}_w$	Hauptstrahlungsrichtung begrenzte Leckwellenstruktur
$\kappa_x$	mit $\tilde{x}$ korrespondierende Fourier-Variable
$\kappa_t$	mit $\tilde{r}_t$ korrespondierende Fourier-Variable
$\lambda$	Freiraumwellenlänge
$\mu_0$	Permeabilität im Freiraum ( $\mu_0 = 4 \pi 10^{-7} \frac{\text{V s}}{\text{A m}}$ )
$\xi$	Fensterbreite
$\tilde{\xi}$	auf Freiraumwellenlänge normierte Fensterbreite
$\phi$	Azimutwinkel
$\psi$	skalare Wellenfunktion
$\psi_{\text{rad}}$	skalare Wellenfunktion einer Leckwelle
$\lambda_x$	Wellenlänge in x-Richtung
$\lambda_t$	Wellenlänge in tangentialer Richtung
$\psi_{\text{rad},w}$	gefensterte skalare Wellenfunktion einer Leckwelle
$\psi_{\text{rad},d}$	zylindrische skalare Wellenfunktion
$\psi_{\text{rad},e}$	skalare Wellenfunktion einer Leckwelle unter Berücksichtigung von Kanteneffekten
$\psi_{\text{rad},r}$	gefensterte skalare Wellenfunktion einer Leckwelle unter Berücksichtigung von Reflexionen an Kanten
$\Psi_{\text{rad}}$	Spektrum skalare Wellenfunktion einer Leckwelle
$\Psi_{\text{rad}}^{(\text{FF})}$	gewichtetes Spektrum skalare Wellenfunktion einer Leckwelle
$\Psi_{\text{rad},w}$	Spektrum gefensterte skalare Wellenfunktion einer Leckwelle
$\Psi_{\text{rad},w}^{(\text{FF})}$	gewichtetes Spektrum gefensterte skalare Wellenfunktion einer Leckwelle
$\Psi_{\text{rad},e}$	Spektrum skalare Wellenfunktion einer Leckwelle unter Berücksichtigung von Kanteneffekten

$\Psi_{\text{rad},r}$	Spektrum gefensterte skalare Wellenfunktion einer Leckwelle unter Berücksichtigung von Reflexionen an Kanten
$\omega, \omega_i$	Kreisfrequenz ( $i \in \mathbb{N}$ )
$\omega_{\text{se}}, \omega_{\text{sh}}$	Resonanzfrequenz Reihen- bzw. Parallelschwingkreis

## Abkürzungen

AMC	<i>artificial magnetic conductor</i>
DVB-SH	<i>digital video broadcasting-satellite services to handhelds</i>
EBG	<i>electromagnetic bandgap</i>
FDTD	<i>finite-differences time-domain</i>
FSS	<i>frequency selective surface</i>
HIS	<i>high-impedance surface</i>
PBG	<i>photonic bandgap</i>
PMC	<i>perfect magnetic conductor</i>
RFID	<i>radio-frequency identification</i>
RIS	<i>reactive impedance surface</i>
TE	<i>transversal elektrisch</i>
TEM	<i>transversal elektromagnetisch</i>
TM	<i>transversal magnetisch</i>

